



# 東京学芸大学リポジトリ

Tokyo Gakugei University Repository

## Learning to Add Fractions Starting with Non-Symbolic Fractions

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2023-04-11 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 糸井, 尚子, 高木, 綾香, 廉森, かおる, 齋藤, 大地 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2309/00179977">http://hdl.handle.net/2309/00179977</a>

## 文字を使わない分数による分数の加算の導入

糸井 尚子\*<sup>1</sup>・高木 綾香\*<sup>2</sup>・廉森 かおる\*<sup>3</sup>・齋藤 大地\*<sup>4</sup>

学校心理学分野

(2022年9月26日受理)

### 1. 問題

算数・数学能力の発達において乳幼児期にも基礎的な能力が発揮されることを示す研究が行われてきた。算数・数学能力の発達については、2つの段階が仮定されている。つまり、学校によって学習される算数の能力と、それ以前の乳幼児期に獲得される能力に分けられて考えられている。Geary (1995) は *biologically primary mathematical abilities* と *secondary mathematical abilities* という2つの概念を提案している。前者は計数と3～4以内の集合の足し算・引き算であり、どの文化においても乳児期に見られる能力をさす。どの文化においても乳児期に見られる能力とは、ヒトに普遍的で生得的な能力と考えられている。そして、後者は、発達的に続いて生じる文化に固有な数唱や計数のシステムとより大きな数での複雑な計算の形式を含む能力をさす。

Siegler et al (2013) は、分数の知識の発達について、 $1/2$ 、 $1/3$ のように数値表現で表示される分数の知識を *symbolic fraction knowledge* とよび、これに対して、数値表現を使用せずに分数を円や四角形の図形表示で示されるか、離散量の比として図形で示される分数での知識を *non-symbolic fraction knowledge* と名づけた。数値表現を使わない分数 (*non-symbolic fraction*, 文字を使わない分数) は、図の形で表され、小学校以降の分数の学習においても用いられる。

数値表現を使わない分数の知識 (*non-symbolic fraction knowledge*, 文字を使わない分数) は乳幼児期

からみられ、さまざまな研究が行われてきた。乳幼児期に持っている基礎的な数能力をいかに学校教育に結びつけるかを検討することは重要な課題であると考えられる。

初期の分数能力は、アナロジー課題を用いて研究されてきた (Goswami & Brown, 1989; Goswami, 1988; Singer-Freeman & Goswami, 2001; Spinillo & Bryant 1991; Spinillo & Bryant, 1999)。アナロジー課題は比の形式をとるので、分数の課題と密接な関係があると考えられる。比の原初的な形式として全体と部分のアナロジー課題なども行われてきた (Goswami, 1988; Goswami & Brown, A. 1989)。

アナロジー課題を用いた研究で、幼児期において分数の等値性の判断が可能であることが示されてきた。Spinillo & Bryant (1991) は4～7歳児を対象に、青と白に塗り分けられた長方形と同じ比率で塗り分けられたものを2つの長方形から選ぶ課題を使用して実験を行った。長方形の色分けの比率は分母を8とするものであり、提示図形と選択図形とで分割が同じ縦方向、あるいは横方向でなされている場合と、提示図形と選択図形で分割の方向が異なる場合とについて調べられた。Spinillo & Bryant (1991) は、分割の方向が異なる条件が比率の判断に基づくと考え、この条件では4歳ではチャンスレベルの50%程度であり、5歳では70%に達し、6～7歳では75%の正答率であった。

さらに、Spinillo & Bryant (1999) では6～8歳を対象に、ある比率で青白の2色に塗り分けられた円形の提示図形に対して、2つの列から提示図形と同じ比率で塗られている列を選ぶ課題で実験を行った。2つ

\*1 東京学芸大学 総合教育科学群 学校心理学教室 (184-8501 東京都小金井市貫井北町 4-1-1)

\*2 東京都庁 (163-8001 東京都新宿区西新宿 2-8-1)

\*3 横浜市立師岡小学校 (222-0002 横浜市港北区師岡町 986)

\*4 宇都宮大学 (321-8505 栃木県宇都宮市峰町 350)

の列はそれぞれ一列に並んだ6つの三角形からなり、そのうちいくつかが青に塗られていた。円形の提示図版は12分割で、分割線のあるものと分割線のないものが使用され、分割線のないものを連続量、分割線のあるものを非連続量として検討された。このときの分割線は円の中心を通る6本の線であり、これらにより12分割を示したものである。分割線のある課題は分割線のない課題より有意に正答率が低いことが見出された。その結果、分割線のある課題での正答率は6, 7, 8歳では順に26%, 63%, 77%であり、分割線のない課題では順に68%, 87%, 89%であった。これらの研究で明らかになったことは、幼児でも比率の理解は可能であるが、図形に分割線が入ることで子どもの分数の等値性判断についての直観的な判断が妨げられることがあるということであった。

Singer-Freeman & Goswami (2001) の継時的なアナロジー課題提示の方法を使用し、円形のピザと四角形のチョコを紙の図版とし、円形・四角形の各図版を分割線で切り離すことにより分割が明示的な条件のもとで、円形と四角形との間での4分割、8分割での分数理解について検討した。

ピザの課題は連続量を喚起 (evoked) させるものさせるものとして、粘土を1枚のフライパンの上に乗せて提示された。ピザの模型はフライパンの上で断片の間に仕切りがない。一方、非連続量を喚起する例示物として、四角の箱の中に仕切りのあるチョコレートのおもちゃが用いられ、こちらは仕切りにより一粒ずつ区切られた箱 (コンパートメント) に入れられて提示された。ピザは連続量をチョコレートは非連続量を喚起させるものとして考えられているが、操作的には連続量、非連続量を喚起させることをわけるのは仕切りの有無であると考えられる。実験者のピザは8分割であり、実験参加者のピザは4分割である。ピザ1枚全体から $1/4$ ,  $2/4$ ,  $3/4$ を取り除くことを示して、実験参加者にピザ1枚から同じ比率だけ取り去ること、つまり、 $1/4$ ,  $2/4$ ,  $3/4$ 取り去ることが求められた。

チョコレートでも同様であるがチョコレートは4あるいは8個がコンパートメントに分けられ、同じ大きさの正方形の箱に収納されていた。実験者と実験参加者でともにピザを使用する、あるいはともにチョコを使用する同型課題、実験者と実験参加者でピザとチョコの異なる模型を使用する異型課題が実施された。その結果、同型でも異型でもどの比率においてもチャンスレベル以上の正答率が得られた。

糸井 (2008) では、Singer-Freeman & Goswami (2001) の継時的なアナロジー課題提示の方法を使用し、円形

のピザと四角形のチョコを紙の図版とし、円形・四角形の各図版を分割線で切り離すことにより分割が明示的な条件のもとで、円形と四角形との間での4分割、8分割での分数理解について検討した。

円形のピザと四角形のチョコとの紙の図版とチョコの模型のチップを用いて、各図版は分割線で切り離して分割を明示する条件で、4分割・8分割の間のアナロジーによる分数理解について検討した。全体での正答率は63.94%, 4歳児では65.89%, 5歳児では62%であり、年齢の差はみられなかった。全体の正答率は、8分割の提示図版が円形のピザであるか四角形のチョコであるかによって異なり、ピザの場合の平均は43.78%, チョコの場合の平均は84.11%であり、また選択図版が4分割の円形か四角形かまたはチップであるかによって差は生じないことが明らかになった。

これらの研究によって、4分割までは、図版が円形であっても四角形であっても正答率に差はなく、8分割になった時には、四角形のほうが正答率は高い可能性があること、12分割は4分割・6分割よりはより年齢の高いところで正答率が高くなることが示された。また、分割線においては、分割線がないほうが正答率が高いことが示された。

文字を使わない分数の計算について、Mix, Levine & Huttenlocher (1999) は、3~7歳児を対象にスポンジでできた円の4分割の模型を使用して加減算を行った。この課題では、先にスポンジでできた円を浅い穴に入れ、入れたものが見えない状態で、次のスポンジでできた円を入れる。その結果、どのような形になるのかの答えを、4つの選択肢 ( $1/4$ ,  $1/2$ ,  $3/4$ ,  $1$ ) から答えのパネルで選ぶというものであった。3~5歳児に実施した4分割の円の部分の占める広さの加減算は、4歳児において50%の正答が得られることが示された。また、4~7歳児に実施した、帯分数的な1を超える円の加減算では、6歳児で50%の正答が得られた。図形の模型を使って比率から考えることで、小学校で正式に分数の加法の学習をする以前からも、分数の計算ができるということを示している。

しかし、この実験では分数の計算は求められたが、計算の正解のフィードバックは行われていなかった。ついでてを使用して合成の様子を見せずに、また、分数の加法の結果を見せずに行っていた。一連のアナロジーによる分数理解の実験研究でもフィードバックが行われた研究はあまり行われていない。もし、就学前に分数の基本的な能力があるのならば、計算結果のフィードバックを示すことにより、学習が成立するのではないかと考えられる。

そこで、本研究では、文字を使わない分数の計算問題においてフィードバックを行い、計算の結果を見せることにより、分数の学習がいかに成立するかについて実験を行った。

これまでの研究によって、幼児の初期の分数能力、つまり、分数の判断や分数の計算能力があることが示されてきた。この計算の正答率を上げていくこと、そして、文字を使う分数の計算を導入していくことを行った。第1段階では、Mix, Levine & Huttenlocher (1999)の実験のように文字を使わない分数の計算を行い、選択肢の中から計算結果を選ばせた。この実験では、その後計算結果のフィードバックを行い、文字を使わない分数の計算の誤答を減らしていくことを試みた。第2段階では、文字を使わない分数に文字を導入し、分数の数値表現を学習する。さらに、第3段階前半では、文字を使わない分数によって、計算問題を式の形で提示し、文字を使わない分数表現で式の形で回答させた。第3段階後半では、文字を使わない分数の加算の式で文字を使った分数によって置き換えを行わせ、文字を使った分数表現で式の形で回答させる。第4段階では、文字を使った分数で計算を出題し、文字を使って回答させることを行った。

## 2. 方法

### 2. 1 協力者

小学校1年生3名であった。保護者に実験の内容についての説明を行い、同意書にて、同意を確認した。小学生にも、算数の学習を行うことを説明し同意を得た。個人を特定しないようにすること、気分が良くないときなど途中で止めてよいこと、いつでも参加を取り消せることを説明した。

3人の保護者に、事前に学校での学習の様子を聞いたところ、2名は学習場面での問題が特になく、1名は、学習に自信がなく、集中が続かないことがあるということであった。

### 2. 2 材料

円形を基にした文字を使わない分数パネルそれらは、1, 1/2, 1/4, 3/4を表す形のパネルである(図1)。なお、それぞれのパネルの裏面に2等分、あるいは4等分の分轄線を記入した。

そして、分数パネルに加算のフィードバックを行うために、ファンクションマシン(一般に、計算の数値カードなどを入れると、答えを数値カードなどで出す教具)を使用した(図2)。四角い箱の上に円筒の箱を重ねたファンクションマシン(ピザイーター君と名づ

けた)を使用した。分数パネルをファンクションマシンの上の段の顔の口から入れると、下の段のおなかのポケットから答えが出てくるようにした。ファンクションマシンの後方は白いボードで隠されていて、ファンクションマシンの口から入れられたパネルの足し算の答えを、後方から、援助者がファンクションマシンのおなかに入れるようにした。

協力者が結果の予測を示すための選択肢カードを用意した。選択肢は画用紙に1, 1/2, 1/4, 3/4の分数パネルを貼った。また、数字を用いた分数の数値カード、1, 1/2, 1/4, 3/4を使用した。そして、数値カードを入れる、式の台紙を使用した(図3)。

文字を使わない分数パネルの大きさは直径10cm、数値カードは縦10cm×横6cmであった。数値カードを並べる台紙は、縦40cm×横55cmで、問題に応じて□+□=□, □+□+□=□, などと数値カードを置く穴を用意した。穴の大きさは、式の左辺では縦10.1cm×横6.1cmで。答えを置く式の右辺では帯分数が置けるように文字カード2枚分の穴で大きさは縦10.1cm×横12.2cmであった。ピザイーター君の大きさは、底面は17.5cm×17.5cm、高さは22cmであった。ピザイーター君の背後は底辺95cm高さ52.5cmの白いボードを立てた。ボードの中央下部にピザイーター君のサイズに穴をあけて、援助者が操作できるようにした。

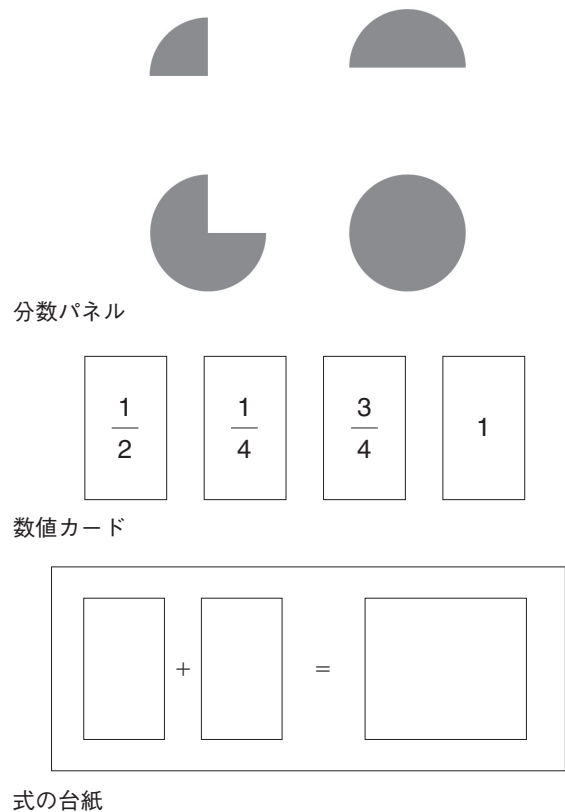


図1 分数パネルと数値カード



図2 第1段階 ピザイーター君の実験場面

中央の人形がピザイーター君。協力者が問題（ここでは $1/2$ を2枚）をピザイーター君の口から入れる。引き出しを開けると答えの「1」のピザが出てくる。答えは、衝立の右側から、課題ごとにあらかじめ実験者の1人がピザイーター君のおなか部分の引き出しに答えを入れておく。

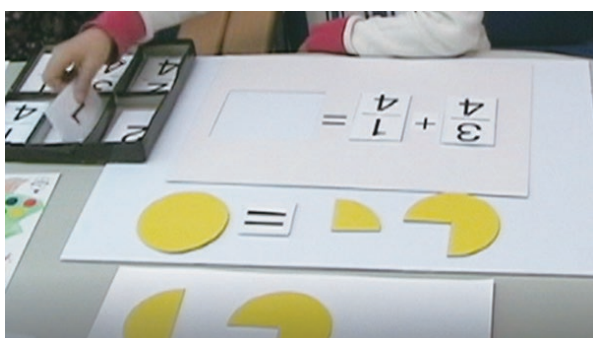


図3 第3段階 式の形で分数パネルの足し算を分数パネルで答える試行

## 2. 3 手続き

分数学習は4つの段階（第3段階は前半と後半の2つの部分から構成される）によって構成した。そして、4つの段階にはそれぞれ3つのセッションを設けた。3つのセッションは、分数の加算の難易度によって分けられた。

**第1段階** 複数の文字を使わない分数を提示して文字を使わない分数で回答させた。ファンクションマシンを使って、分数パネルの足し算を行う課題を実施した。複数の分数パネルを示して、ピザイーター君が食べるとおなかからどんなピザが出てくるかを選択肢から選ばせた。

**教示:**「ピザイーター君はピザが大好きです。ピザを口に入れるとピザが合体して出てきます。このピザこのピザ（複数の分数パネルを示す）をピザイーター君に食べさせると、どんな形のピザが出てくるかな?」「(選択ボードを示して) この中からえらんでください。」

**フィードバック:** ファンクションマシンでフィードバックを行った。不正解の場合は、分数パネルの裏面の分割線を示して正答を示した。

**第2段階** 分数パネルと数字カードの対応を説明した。分数パネルの1が数字カードの1に対応し、分数パネルの $1/2$ は数字カードの $1/2$ に対応し、分数パネルの $1/2$ を2つ足すと、分数パネルの1になり、数字カードの $1/2$ と $1/2$ を足すと1になることを説明した。 $1/4$ についても分数パネルを4つ足すと分数パネルの1になること数値カードでも同様に $1/4$ を4つ足すと数値カードの1になることを説明した。その後、各分数パネルに対応する数値カードを選択して、説明の理解を確認した。

**第3段階前半** 分数パネルの足し算を分数パネルで答え、後半でその計算を数値パネルに置き換える試行を行った。

**教示:**「このピザとこのピザ（複数の分数パネルを示す）を足すとどんなピザになるかな?」「(分数パネルを示して) この中からえらんでください。」

**フィードバック:** 誤答の場合は、正答を示してフィードバックを行った。その後、すぐに正答に至らない場合は、分数パネルの裏面の分割線を示して正答を示した。

**第3段階後半** 前半で完成した分数パネルの足し算を式の台紙を使って、数値パネルに置き換え数値パネルで答える試行を行った。

**教示:**「このピザとこのピザ（複数の分数パネルを示す）を足すとどんな分数になるかな?」「分数のカードを選んで、式の中においてください。」

**フィードバック:** 第3段階と同様に誤答の場合は、正答を示してフィードバックを行った。その後、すぐに正答に至らない場合は、分数パネルの裏面の分割線を示して正答を示した。

**第4段階** 数値パネルの足し算を数値パネルで答える試行を行った。

**教示:**「 $1/2$ と $1/2$ を足すとどんな分数になるかな?」「分数のカードを選んで、式の中においてください。」「難しいときは、ピザ（分数パネル）を使ってよいです。」

**フィードバック:** 数値カードで答えられない場合は、分数パネルを補助として示した。また、分数パネルの裏面の分割線を示して正答を示した。

### 各段階の3つのセッション

各段階で、表1のような課題を行った。上記の5つの段階には、それぞれ3つのセッションが設定された。それらは、分数の計算の種類によって分類した。

**セッション1** 足す分数の分子がいずれも1で、答えが1以下の足し算である。例えば、 $1/2+1/2$ 、 $1/4+1/2$ などである。

表1 学習プログラムの各課題と事前・事後テスト

段階	課題	セッション1	セッション2	セッション3
第1段階	1	$1/2+1/2$	$1+1/2+1/2$	$3/4+1/4$
	2	$1/4+1/4$	$1/2+1/2+1/2$	$3/4+1/2$
	3	$1/4+1/4+1/4$	$1/2+1/2+1/4$	$3/4+3/4$
	4	$1/4+1/4+1/4+1/4$	$1/2+1/2+1/2+1/2$	
	5	$1/4+1/2$	$1/2+1/2+1/4+1/4$	
	6	$1/4+1/4+1/2$	$1/2+1/4+1/4+1/4$	
	7		$1/2+1/2+1/2+1/4$	
	8		$1/4+1/4+1/4+1/4+1/4$	
	9		$1/2+1/4+1/4+1/4+1/4$	
第2段階		1, 1/2, 4/1の 数値記号の説明		
第3段階	1	$1/2+1/2$	$1/2+1/2+1/2$	$3/4+1/4$
	2	$1/4+1/4+1/4+1/4$	$1/2+1/2+1/4$	$3/4+1/2$
	3	$1/4+1/4+1/4$	$1/2+1/2+1/2+1/2$	$3/4+3/4$
	4	$1/4+1/2$	$1/2+1/4+1/4+1/4$	
第4段階	1	$1/2+1/2$	$1/2+1/2+1/2$	$3/4+1/4$
	2	$1/4+1/4+1/4+1/4$	$1/2+1/2+1/4$	$3/4+1/2$
	3	$1/4+1/4+1/4$	$1/2+1/2+1/2+1/2$	$3/4+3/4$
	4	$1/4+1/2$	$1/2+1/4+1/4+1/4$	
	5	$1/4+1/4$		
事前事後テスト (第2段階前と第4段階後 に実施した)	1	$1/2+1/2$		
	2	$1/2+1/4$		
	3	$1/2+1/2+1/2$		
	4	$1/2+1/2+1/4$		
	5	$1/2+1/2+1/4+1/4$		
	6	$3/4+1/2$		

**セッション2** 足す分数の分子がいずれも1, 答えが1を超える足し算であった。例えば,  $1+1/2+1/2$   $1/2+1/2+1/2+1/4$  などであった。

**セッション3** 足す分数の分子のいくつかは1でない足し算である。例えば,  $3/4+1/4$ ,  $3/4+3/4$  などであった。

**事前・事後テスト** 第2段階の前に事前テストを行って, 分数を知らないことを確認した。課題が全て終了した後に事前テストと同じ課題からなる事後テストを行った。

**WISC-IV** 協力者3人に個別でWISC-IVを実施した。

**スケジュール** 3回に分けて実施した。第1回: 第1段階を協力者の1年次の夏休みに行った。所要時間は20分であった。第2回: 事前テストと第2～第5段階および事後テストをその3ヵ月後に実施した。第2

～第5段階は35分程度で完了した。第3回: WISC-IVは, 第2回の3ヵ月後に実施した。

### 3. 結果と考察

3人の協力者の各段階での正答率を表2にまとめた。

第1段階では, 3人の協力者で正答率が同じでそれぞれ18問中13問の正解であった。この段階での課題は, セッション1の足す分数の分子がいずれも1で, 答えが1以下の足し算である。このセッションで協力者AとBでは, 全問正当であったが, 協力者Bが6問中2問で不正解であった。基本的な問題であったが, 協力者Cはまず問題になれることが必要であった。第2・第3セッションは, 答えが1を超える足し算や,

表2 協力者の段階別正答率 (%)

	第1段階	第3段階		第4段階	事後テスト
		前半	後半		
協力者A	72.2	81.8	81.8	90.9	100
協力者B	72.2	90.9	100	100	100
協力者C	72.2	90.9	81.8	81.8	100
正答率	72.2	87.9	87.9	90.9	100

分数の分子のいくつかは1でない足し算で複雑な計算で、その2つのセッションで協力者A, Bはそれぞれ5問の不正解を出しているが、協力者Cはそこでの誤答は3問であった。第2・第3セッションは協力者A, Bにとっても難しい問題であったが、協力者Cは最初のセッションでフィードバックを得て、取り組み方を学習して、成績が追いついてくる結果となった。

#### WISC-IVの結果

協力者Aは、全検査合成得点は124 (90%信頼区間: 118 ~ 128) で、協力者Bは、全検査合成得点は116 (同じく: 110 ~ 120) で、両者ともプロフィールに大きなばらつきは無い。協力者Cは、全検査合成得点は90 (同じく: 85 ~ 96) で、4つの指標のうち、言語理解と処理速度が91, 知覚推理が87, ワーキングメモリ100であった。

第1段階では、3人の協力者で正答率が同じでそれぞれ18問中13問の正解であった。フィードバックを与えることで、それぞれ、分数の足し算を学習した。

第2段階の前に事前テストを行い、数値による分数の足し算課題で、3人ともに答えることができないことを確認し、数値による分数の足し算について未学習であることを確認した。

第2段階では、分数の数値標記について説明を行った。確認問題での誤答はなかった。

第3段階前半では、第1段階の学習と同様な課題であったため、正答率は81.8% ~ 90.9%であった。分数パネルの足し算については、かなり高い達成が見られた。

第3段階後半では、分数パネルの足し算を数値カードに置き換え、数値パネルで答える試行を行った。3人の正答率は81.8% ~ 100%であり、分数パネルから数値パネルの置き換えは、かなり順調に達成された。

第4段階では、数値パネルの足し算を数値パネルで答える学習を行った。3人の正答率は81.8% ~ 100%であり、それぞれ、順調であった。

個別に見ると、協力者Cは、第4段階で数値カードの足し算で数値カードの答えを選ぶ課題で、与えられた数値カードを分数パネルに戻して考える場面が見られた。答えを出す前に、与えられた数値カードを分数パネルに戻すことが3試行あり、それらは皆正解した。答えを出した後、誤答であったため、分数パネルに戻って考えることが3試行見られた。

協力者Aでは、第4段階で誤答のために分数パネルに戻ったことが1回で、協力者Bは分数パネルに戻ることは第5段階では1回もなかった。

分数の図形的なシエマと数値パネルの分数の書式の間に、協力者A・Bでは、滞りが見られないが、協力者Cでは、その2者間の対応あるいは変換の困難さがあることが伺われた。

また、事後テストでは、協力者Cは回答用紙に書くことを少しためらったので、数値パネルで回答させたところ、全問正解であった。その後、自分で回答を筆記したが、最後の2問で、分母と分子を逆に書き間違えることと、整数部分と分数部分の位置が入れ替わることが見られたが、自分で修正することができて全問正解した。

以上のことから3人の協力者がそれぞれ、この分数学習のプログラムで、分数の加算について答えが1を超える場合と $1/2$ と $3/4$ の足し算と言うような異分母の足し算も合計1時間ほどの学習で達成できることが示された。

Mix, Levine & Huttenlocher (1999) は、3 ~ 7歳児を対象にスポンジでできた円の4分割の模型を使用して加減算を行った。この課題では、先にスポンジでできた円、を浅い穴に入れ、入れたものが見えない状態で、次のスポンジでできた円を入れる。その結果、どのような形になるのかの答えを、4つの選択肢 ( $1/4$ ,  $1/2$ ,  $3/4$ , 1) から答えのパネルで選ぶというものである。第1実験では、3 ~ 5歳児に実施した4分割の円の部分の占める広さの加減算は、4歳児において50%の正答が得られることが示された。また、第2実験では、帯分数を中心とした1を超える円の加減算では、6歳児で50%の正答が得られた。この第2実験では、2つの条件が用いられた。

一つは、第1実験と同様に練習なし条件であり、2つ目は、課題の前にスポンジの合成過程を見せ、練習課題を行った。5歳までは、条件間に差が見られず、7歳で練習課題なしの条件でおおよそ35%、練習課題ありでおおよそ50%に到達した。第2実験の課題は $3 - 2\frac{1}{4}$ や $2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2}$ など、かなり複雑な問題が多いため正答率が低くなっている可能性がある。

本研究では、系統的に複雑さをコントロールして、さらにフィードバックを与えたことで、学習のかなりの達成が生じたのではないだろうか。

また、今回は協力者の認知能力についても、検討した。WISC-IVの結果と照らし合わせると、全検査合成得点で2名は100以上で、1名は100未満であった。第4段階で数値カードから数値カードでの課題で、協力者A・Bは、分数パネルに戻ることはほぼなかったが、協力者Cは分数パネルを用いて回答したり、フィードバックを確認したりする場面が見られた。ま

た、第5段階の事後テストでも、数値を自分で記入する前に文字カードで回答を置いてみてから、促されて、数値を記入して行くことが見られた。表象を変換するところでの少しの困難さが見られたと考えられる。これはWISC-IV知覚推理での成績と関連する可能性が考えられる。

このプログラムを通して、WISC-IVの成績の違いに関わらず、3人の協力者が、集中して課題に取り組み、最終的な学習の達成を行った。このことは、幼児期までに形成される分数能力に基づいて分数学習を行うことで、分数学習の達成が得られることが示唆された。分数の指導法はさまざまである(糸井・柴田・斉藤・具, 2007; 田中, 2019)。分数指導のユニバーサルデザインの検討も必要であろうと考えられる。

### 引用文献

- Geary, D. C. 1995. Reflections of evolution and culture in children's cognition. *American Psychologist*, 50, 24-37.
- Goswami, U. 1988. Relational complexity and development of analogical reasoning. *Cognitive Development*, 4, 251-268.
- Goswami, U. & Brown, A. 1989. Melting chocolate and melting snowmen. *Analogical reasoning and causal relations. Cognition*, 35, 69-95.
- 糸井尚子・柴田真季子・斉藤大地・具英姫 2007 小学校算数における分数の指導についての教科書の比較 1.日本と韓国の算数教科書の比較, 東京学芸大学紀要総合教育科学系 58, 111-123.

- 糸井尚子 2008 アナロジーによる幼児の比率理解図形の形状が及ぼす効果 発達心理学研究 19 (3), 243-251.
- Mix, K.S., Levine, S.C. & Huttenlocher, J., 1999. Early fraction calculation ability. *Developmental Psychology*, 35, 164-174.
- Siegler, R.S., Lisa K. Fazio, L. K., Bailey, D H., & Zhou, X. 2013. Fractions: the new frontier for theories of numerical development. *Trends in Cognitive Sciences*. 17, No.1,13-19.
- Singer-Freeman, K. E., & Goswami, U. 2001. Does half a pizza equal half a box of chocolates? Proportional matching in an analogy task *Analogies in fractions learning effects of relational & surface similarity. Cognitive Development*, 16, 811-829.
- Spinillo, A.G. & Bryant, P. 1991. Children's proportional judgments: the importance of "half". *Child Development*. 62, 427-440.
- Spinillo, A.G. & Bryant, P. 1999. Proportional reasoning in young children: part-part comparisons about continuous & discontinuous quantity. *Mathematical Cognition*, 5, 181-197.
- 田中義隆 2019 こんなに違う! アジアの算数・数学教育—日本・ベトナム・インドネシア・ミャンマー・ネパールの教科書を比較する, 明石書店.

### 謝辞

ご協力くださった児童の皆様, 保護者の皆様に深く感謝申し上げます。



# 文字を使わない分数による分数の加算の導入

## Learning to Add Fractions Starting with Non-Symbolic Fractions

糸井 尚子\*<sup>1</sup>・高木 綾香\*<sup>2</sup>・廉森 かおる\*<sup>3</sup>・齋藤 大地\*<sup>4</sup>

ITOI Hisako, TAKAGI Ayaka, KANEMORI Kaoru and SAITO Daichi

学校心理学分野

### Abstract

In this study, we examined how children themselves develop their fractional ability by receiving feedback on fraction calculation problems using non-symbolic fractions which do not use numerals. The collaborators were three elementary school first graders, and individual experiments were conducted.

Mix, Levine & Huttenlocher (1999) have shown early fractional ability in young children, that is, the ability to judge and calculate non-symbolic fractions. We tried to raise the percentage of correct answers in these non-symbolic fractional calculations and introduced the calculation of fractions using numerals. In the first step, we asked the children to perform non-symbolic fractional calculations, like the experiment by Mix, Levine & Huttenlocher (1999), and asked them to choose the calculation result from among alternatives. After that, we tried to reduce the number of incorrect answers in fraction calculations by providing feedback on the calculation results using the function machine that returns the calculation results.

Next, in the second stage, numerals are introduced into non-symbolic fractional calculations, and the numerical representation of fractions is learned. Furthermore, in the first half of the third stage, calculation problems were presented in the form of formulas using non-symbolic fractional calculations, and children were asked to answer them in the form of formulas using non-symbolic fractional calculations. In the second half of the third stage, students were asked to replace the addition formula for non-symbolic fractions with fractions using numerals and have them answer in the form of formulas using fraction expressions using numerals. In the 4th stage, we asked students to use numerals to answer fractional calculations

The correct answer rate of three participants in the first stage was about 70%, but all of them had a correct answer rate of 100% in the fraction paper test using numerals in the post-test. From the results, regardless of differences in WISC-IV scores, the three participants concentrated on the task, and all three passed the post-test consisting of six questions, indicating that they had achieved learning.

**Keywords:** Fraction learning, computer learning, non-symbolic fractions

*Department of School Psychology, Tokyo Gakugei University, 4-1-1 Nukuikita-machi, Koganei-shi, Tokyo 184-8501, Japan*

---

\*1 Tokyo Gakugei University (4-1-1 Nukuikita-machi, Koganei-shi, Tokyo, 184-8501, Japan)

\*2 Tokyo Metropolitan Government (2-8-1 Nishi-Shinjuku, Shinjuku-ku, Tokyo, 163-8001, Japan)

\*3 Yokohama Municipal Shioka Elementary School (986 Shioka-cho, Kohoku-ku, Yokohama City, 222-0002, Japan)

\*4 Utsunomiya University (350 Mine-machi, Utsunomiya-shi, Tochigi, 321-8505, Japan)

## 要 旨

初期の部分的な能力を、生物学的に二次的な算術および数学の能力、つまり文化的に影響を受けた能力にどのように結び付けるのだろうか。幼児期に分数の基礎能力があるとすれば、計算結果をフィードバックすることで学習が定着すると考えられる。

本研究では、文字を使わない分数計算問題をフィードバックし、計算結果を見せることで、子ども自身が分数能力をどのように発達させるかを調べた。協力者は小学1年生3名で、個別実験を行った。

Mix, Levine, および Huttenlocher (1999) は、幼児の初期の分数能力、つまり、分数を判断して計算する能力を示した。本研究では、最初のステップでは、Mix, Levine & Huttenlocher (1999) の実験のように、文字を使わずに分数計算を行い、選択肢の中から計算結果を選択するように依頼した。計算結果を返すファンクションマシンを用いて計算結果をフィードバックすることで、文字を使わない分数計算の誤答を減らすことを試みた。

次に第二段階では、文字を使わない分数に文字を導入し、分数の数値表現を学習した。さらに、第3段階の前半では、計算問題を文字なしの分数を使った数式で提示し、協力者に文字なしの分数式を使った数式で答えももらった。第3段階の後半では、文字のない分数の足し算式を文字を使った分数に置き換え、文字を使った分数式を使った式の形で答えさせた。第4段階では、文字を使用して分数を使用して計算に答えるよう生徒に依頼した。

3人の参加者は、第1段階では約70%の正答率だったが、事後テストの文字を使った分数ペーパーテストでは全員が正答率100%であった。実験7の結果から、WISC-IVのスコアの違いに関わらず、3名の参加者はタスクに集中し、3名全員が6問の事後テストに正答し、学習を達成したことが示された。数字を表す分数のパネルは、分数記号の導入がそれほど難しくないと示唆していると考えられた

キーワード: 文字を使わない分数, 個別指導, ファンクションマシン