初期の分数能力の発達と分数の学習

糸井尚子

目次

第 1 章　問題

第１節　初期の分数能力の発達と教育

幼児の文字を使わない分数の能力に関する研究は，多く行われてきている。文字を使わない分数で等値性の判断や加算が可能であることが示されてきた。

一方で，小学校の算数での分数の導入に，この幼児期までの初期の分数能力がどのように関連しているかについての研究は少ない。

本研究では，幼児期の初期の分数能力を小学校での分数の学習につなぐために，幼児期の分数能力を規定する要因を整理し，その能力を分数の学習につなげる方法を具体的に検討することを目的とする。

分数は算数・数学の中で重要な領域であると考えられてきた。一方，分数は理解が難しい概念であるとされてきた。

算数・数学能力の発達において乳幼児期にも基礎的な能力が発揮されることを示す研究が行われてきた。算数・数学能力の発達については，2 つの段階が仮定されている。つまり，学校によって学習される算数の能力と，それ以前の乳幼児期に獲得される能力に分けられて考えられている。Siegler et al (2013)は，分数の知識の発達について，1/2,1/3 のように数値表現で表示される分数の知識を symbolic fraction knowledge とよび，これに対して，数値表現を使用せずに分数を円や四角形の図形表示で示されるか，離散量の比として図形で示される分数での知識を non-symbolic fraction knowledge と呼んでいる。

数値表現を用いない分数の知識(non-symbolic fraction knowledge)は乳幼児期からみられ，さまざまな研究が行われてきた。乳幼児期に持っている基礎的な数能力をいかに学校教育に結びつけるかを検討することは重要な課題であると考えられる。

数値表現を用いない分数(non-symbolic fraction)は，図の形で表される。図であらわされる分数は，小学校以降の分数の学習においても，用いられる（以後，「数値表現を用いない分数(non-symbolic fraction)」を「文字を用いない分数」と呼ぶ)。

分数は小学校の算数の分野の中でも多くの時間を費やして指導される分野のひとつである．分数についてのインフォーマルな知識について検討することは分数指導に有益な情報をもたらすと考えられる。図を用いて理解を促進しようとすることは学習場面で広く行われる。分数の教育場面で図を使用しての説明を行うことは基本的で重要なことである。分数の指導にどのような図が有用であるのか，検討することは算数教育に有益であろう。

本稿の目的は，幼児の初期の分数能力の発達に関わる要因について先行研究に基づき，問題点を整理し検討することにある。そして，その初期の分数能力をいかに教育に結びつけるかを検討することである。初期の分数能力の発達に基づいた指導は，子どもにとって理解しやすく，学校教育におけるユニバーサルデザインとなることが期待される。

第 2 節　初期の分数能力の発達

1. アナロジーを使った分数の理解

初期の分数能力は，アナロジー研究において取り上げられてきた。アナロジーは認知発達の中でさまざまな理解を形成する基本的なプロセスとして研究されてきた（Holyoak & Thagard,1994)。世界を理解しようとするときには，新奇な事態をすでに知っていることがらに置き換えて理解するように努力することが必要になる。Holyoak & Thagard(1994)は新規の事態に既知の事柄を結び付ける心の飛躍をアナロジーと呼んでいる。また，特に，知識が少ない幼児においては，このアナロジーが世界を理解するために重要であるとされている。

アナロジーの中で基本的な形式とされるのは，A:B=C:D の形で提示される 4 項(比例)アナロジーである。楠見・松原(1993)によれば，4 項(比例)アナロジーは，一般知能を測定するための推論課題として，知能検査などに利用されてきた。そして，〈医者(A)と患者(B)の関係は，教師(C)と？の関係である〉というような言語的なアナロジー課題と図形的なアナロジー課題が用いられてきた。

4 項アナロジー課題は A:B=C:D の形で提示されるが，これは比率・分数を表す式と同形であり，数量的な比率関係に関するアナロジー課題はアナロジー研究の中で主要な領域のひとつとして研究されてきた。多くの場合，課題は A:B=C:(?) の形で提示され，(?)のところに選択肢の中から対応するものを選ばせる形がとられる。

Goswami & Brown(1989)では，全体と部分の関係について，一斤のパンとスライスされた一枚のパン，一個のレモンとスライスされた一枚のレモンの間で対応関係を見出すアナロジー課題が用いられた（図 1-1)。結果として，3 歳児ではチャンスレベルの正答率であったが，4 歳では多くの子どもがこの課題を完成させることができるようになることが示された。また，Goswami(1988)の研究では，比率の比較を扱ったアナロジー課題の実験も行われた（図 1-1)。A(丸の半分が黒，半分が白である)：B(長方形で半分が黒，半分が白である)：C(丸で 1/4 が黒，3/4 が白である)：?(長方形で 1/4 が黒，3/4 分が白である)という課題が用いられた。A と B，C と?は，それぞれ 2 つのゲームボードの上に並べて示される。4 歳児ではチャンスレベルよりも高い正答率示す子どもは少数であった。全体と部分というような対比で，具体物の絵を使用した場合は 3 歳ころに可能になるが，部分を示す図形において割合を対比する課題は 4 歳ころでも容易ではないことが示唆されている。

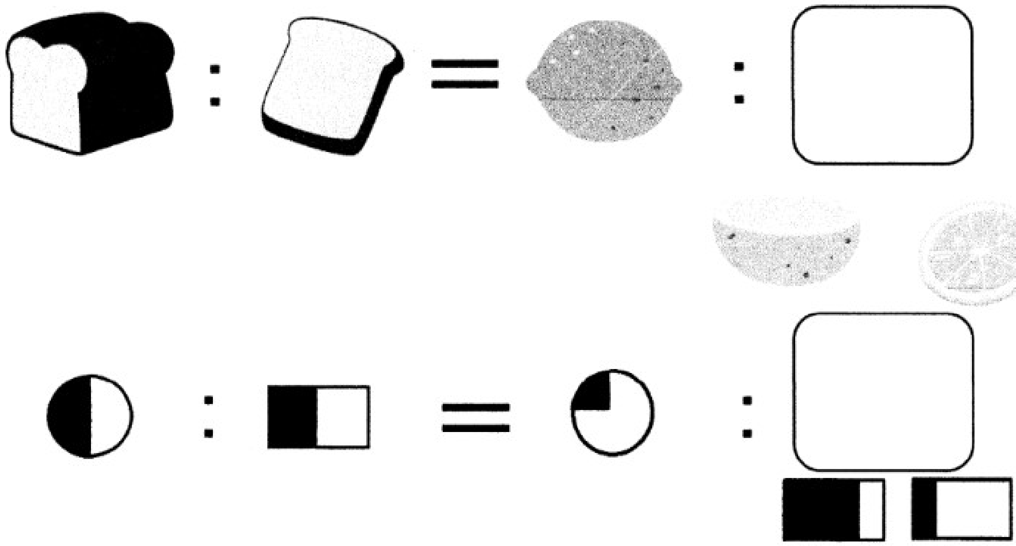


図 1-1　アナロジー課題
上段は Goswami & Brown(1989)より，下段は Goswami(1988)より作成

2. 等分割図における分数の等値性の判断

Singer-Freeman & Goswami (2001) は，粘土によって作成された模型を使用して 4 分割と 8 分割のピザとチョコレートのアナロジー課題を，3〜4 歳児に実施した(図 1−2)。この年齢において比率による課題の遂行が可能であることを示した。

Singer-Freeman & Goswami (2001) は，具体物を喚起させる模型を使用して実験を行った。連続量の分割の方がより年少の子どもたちに理解しやすいと仮定して実験を行った。ピザとチョコレートは粘土によって作成された。大きさも実際の食べ物に似せた大きさであり，Goswami(1988)の課題の紙に書かれた図版とは異なり，より具体物に近い形で提示された。また，Goswami(1988)のようなアナロジー課題では 4 つの項目が同時に提示される形で解決が求められるが，Singer-Freeman & Goswami (2001) のピザ・チョコレート課題では同時に提示されるのは 2 つの項目であることも異なっている点である。

ピザの課題は連続量を喚起(evoke)させるものさせるものとして，粘土を 1 枚のフライパンの上に載せて提示された。ピザの模型はフライパンの上で断片の間に仕切りがない。一方，非連続量を evoke する例示物として，チョコレートの粘土の模型が用いられ，こちらは仕切りにより一粒ずつ区切られた箱（コンパートメント）に入れられて提示された。ピザは連続量をチョコレートは非連続量を喚起させるものとして考えられているが，操作的には連続量，非連続量を喚起させることをわけるのは仕切りの有無であると考えられる。

図 1-2 の図版で，実験者のピザは 8 分割であり，実験参加者のピザは 4 分割である。ピザ 1 枚全体から 1/4，2/4，3/4 を取り除くことを示して，実験参加者にピザ 1 枚から同じ比率だけ取り去ること，つまり，1/4，2/4，3/4 取り去ることが求められた。

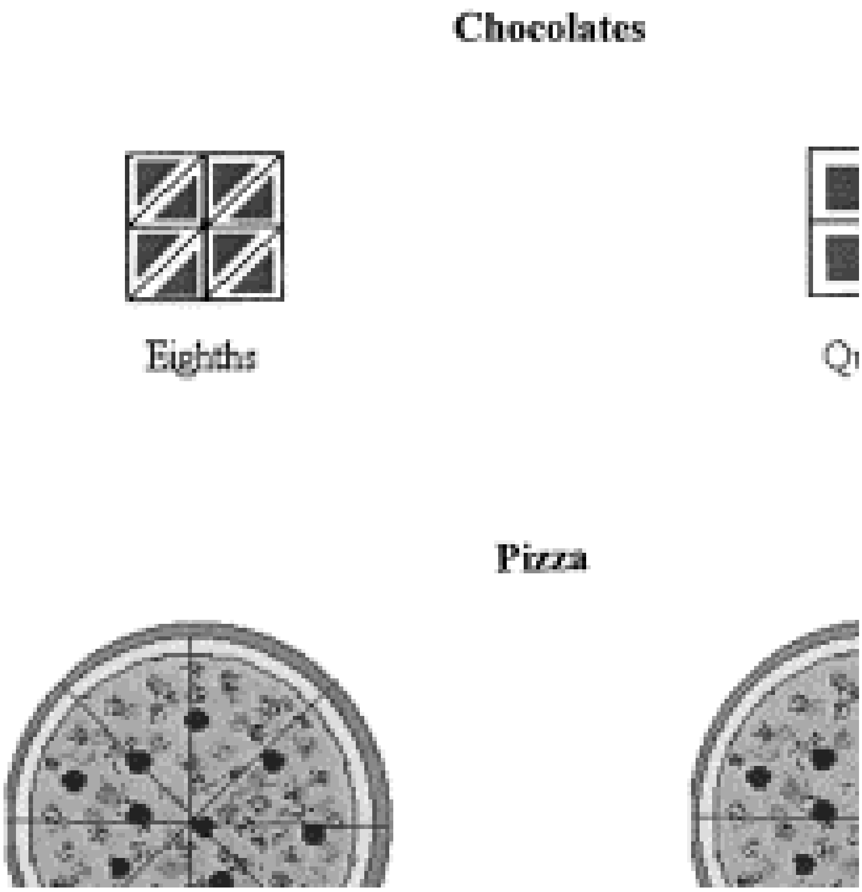


図 1-2　ピザ･チョコレートのアナロジー課題　(Singer-Freeman & Goswami, 2001)Singer-Freeman & Goswami (2001) より作成

チョコレートでも同様であるがチョコレートは 4 あるいは 8 個がコンパートメントに分けられ，同じ大きさの正方形の箱に収納されていた。実験者と実験参加者でともにピザを使用する，あるいはともにチョコを使用する同型課題，実験者と実験参加者でピザとチョコの異なる模型を使用する異型課題が実施された。その結果，同型でも異型でもどの比率においてもチャンスレベル以上の正答率が得られた。全体平均で実験 1 の 41%から，4 分割と 8 分割で半々を構成する事前課題を用いた実験 2 では 61%へと上昇している。ピザ・チョコレートのアナロジー課題において 3〜4 歳児が比率に関する理解を示すことが明らかになった。

この実験の結果ではピザの同型課題はチョコの同型課題よりも正答率が高かった。したがって，連測量の方が非連続量より子どもたちにとって容易であることが示された。子どもの選択図版がピザであるとき同型と異型の課題では有意に同型である場合の正答率が高く，チョコが選択図版である時には，同型，異型の間で有意差は見られなかった。つまり，ピザ・ピザの連続量どうしの課題が非連続量どうしの課題と非連続量－連続量の混合課題より容

易であったと言える。

連続量どうしの課題の方が子どもたちにとって容易であるのは，なぜであろうか。非連続量ではチョコ 8 分の 1 が 2 つは，4 分の 1 がいくつと同等になるかという演算が課せられるために課題が難しくなっているのではないかと考えられる。

Singer-Freeman & Goswami (2001) は提示した材料と選択する材料が同じ分割のされ方をしていれば，数値的な推論をしなくても同じ形になるように取ることができるため成績が上昇したと考察している。

3. 文字を使わない分数の等値の判断に影響を及ぼす要因

また，文字を使わない分数について，等値の判断を求める課題の研究が行われてきた。これらも形式はアナロジー課題であると考えられる。

Spinillo & Bryant (1991)は 4〜7 歳児を対象に，青と白に塗り分けられた長方形と同じ比率で塗り分けられたものを 2 つの長方形から選ぶ課題を使用して実験を行った。長方形の色分けの比率は分母を 8 とするものであり,提示図形と選択図形とで分割が同じ縦方向,あるいは横方向でなされている場合と，提示図形と選択図形で分割の方向が異なる場合とについて調べられた。Spinillo & Bryant (1991)は，分割の方向が異なる条件が比率の判断に基づくと考え，この条件では 4 歳ではチャンスレベルの 50%程度であり，5 歳では 70%に達し，6〜7 歳では 75%の正答率であった。

さらに，Spinillo & Bryant (1999)では 6〜8 歳を対象に，ある比率で青白の 2 色に塗り分けられた円形の提示図形に対して，2 つの列から提示図形と同じ比率で塗られている列を選ぶ課題で実験を行った。2 つの列はそれぞれ一列に並んだ 6 つの三角形からなり，そのうちいくつかが青に塗られている(図 1-3)。

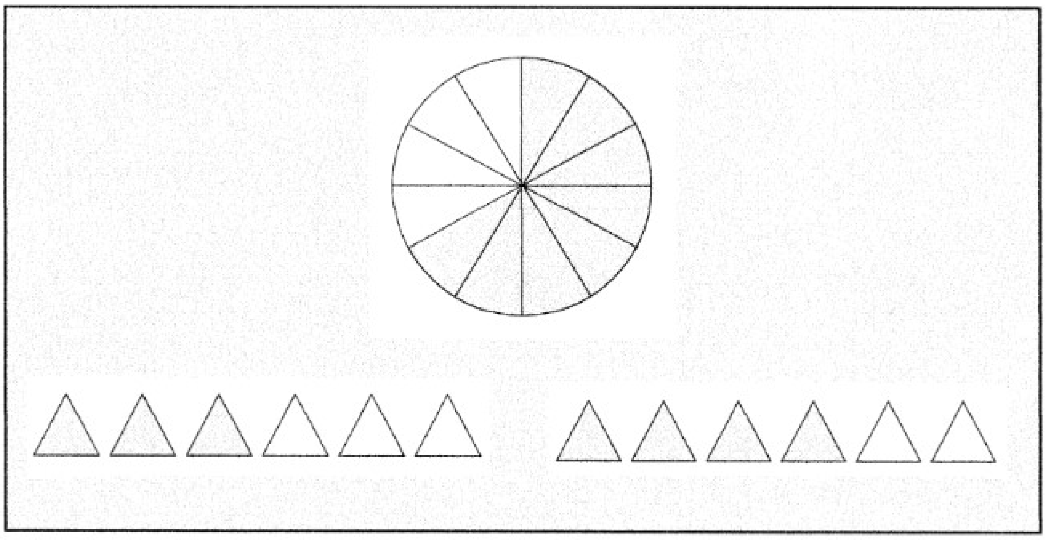


図 1-3　Spinillo & Bryant　(1999)　の図版　(Spinillo & Bryant　(1999)より作成)

円形の提示図版は 12 分割で，分割線のあるものと分割線のないものが使用され，分割線のないものを連続量，分割線のあるものを非連続量として検討された。このときの分割線は円の中心を通る 6 本の線であり，これらにより 12 分割を示したものである。分割線のある課題は分割線のない課題より有意に正答率が低いことが見出された。その結果，分割線のある課題での正答率は 6，7，8 歳では順に 26%，63%，77%であり，分割線のない課題では順に 68%，87%，89%であった。これらの研究で明らかになったことは，幼児でも比率の理解は可能であるが，図形に分割線が入ることで子どもの分数の等値性判断についての直感的な判断が妨げられることがあるということである。

4. 図の等分割能力の発達

これらの等値性の判断の実験では，分割図の形状や分割線の有無，分割数などにおいて様々な図版が使用されてきた。

では，分割図の作図についての能力はどのように発達するのであろうか。等分割の産出については円形と四角形の図形に関して Pothier & Sawada(1983)が 4 歳 11 ヵ月から 9 歳 8 ケ月の子どもにおいて 5 つの発達段階を仮定している。Poither & Sawada(1983)は，円形と四角形のケーキを，指定された人数で等分割する課題を 4 歳 11 カ月から 9 歳 8 カ月までの子どもたち 43 人に課し，指定されたスティックを使って，分割することを求めた。子どもたちに,「誕生日パーティーでケーキを人数で等しく分けるためにはどうするか」と尋ね,2 人，4 人，3 人，5 人，と人数を変えて回答してもらった。その結果，等しく分割できるようになるまでに，半分に分けることのできる第 1 段階，2 の累乗に分割することができる第 2 段階，分割する棒の傾きを調整し 2 の累乗の分割を等しく分けることができる第 3 段階，奇数の小さい数字で分割することができる第 4 段階，奇数の分割ができるようになる第 5 段階，の 5 つの発達段階があることを明らかにした。この結果について，吉田(2003)は第 2 段階において子どもは四角形の 8 分割が成立し，丸の 8 分割は第 3 段階に成立するとしている（図 1-4)。

子どもがしばしば引き起こす円形の 8 分割での誤りは，イギリスの Lawton (2005)によってもとりあげられている。イギリスでは，分数は小学校 2 年生（6 歳）で導入される。図 1-4 のように半円を 4 等分する時に半円に垂直線と水平線を書き入れて 4 分割することが指摘されている。これは，図 1－5（吉田,2003)では,円の第 2 段階にあたる。四角形であればこのように水平線により半分にされた部分にさらに水平線・垂直線を書き入れることで 8 分割を得ることができるが,円形では同じ動作では 8 分割は成立しない。円の分割には斜め線が必ず含まれるが,斜め線の構成は幼児期には難しい課題であることが知られている(Cox,1992,邦訳　1999)。また，円形の分割産出は四角形の中に対角線を引くような頂点を使用した分割ができないため，分割を正確に行うことは容易ではない。さらに，分割された部分の面積が等分かどうかを判断するには,面積を正確に見積もる能力が必要となる。

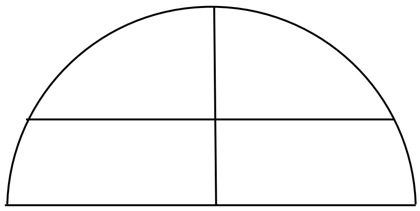
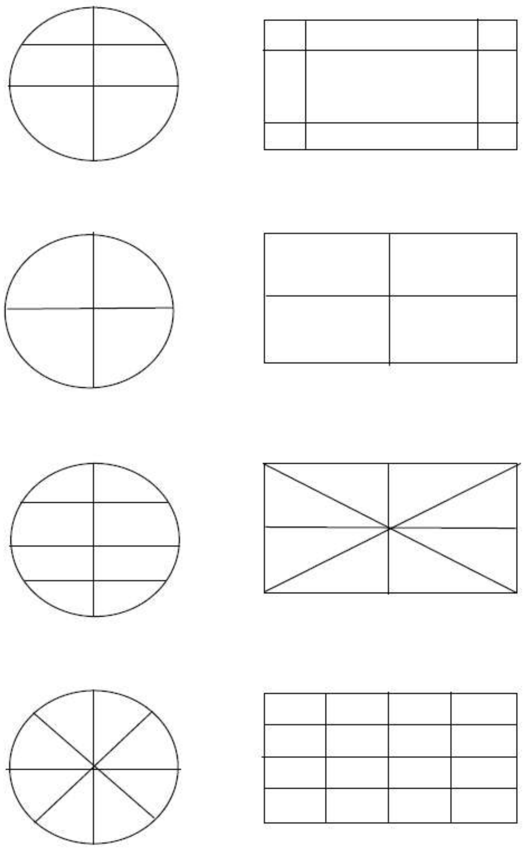


図 1-4 半円の 4 分割についての子どもの誤り
(Lawton,. 2005. P38 をもとに作成)



第 1 段階

第 2 段階

第 3 段階

図 1-5 等分割の産出の発達段階（吉田(2003)より作成）

5. 分割をする能力と描画能力の発達

子どもの分割図を描く能力がゆっくり発達するのはどのような要因によるものであろうか。分割を産出するプロセスの発達には描画能力の発達の要因も関わってくると考えられる。円形の 8 分割については円の中心を通る垂直線と水平線を描き，その交点の角度を 2 分

する 45 度の角度で 2 本の線を記入する。このような斜線を図形の中に描きいれる能力は徐々に発達すると考えられている。Cox（1992, 邦訳 pp.209-210）によれば，幾何学図形の描画発達について，大人の動作を見せた場合，2 歳で垂直線や円，2 歳 6 か月で水平線，3 歳で十字の模写が可能となり，その後，出来上がった絵からの模写ができるようになる。3 歳で円，4 歳で十字，4 歳 6 か月で正方形，5 歳で三角形，7 歳で菱形が模写できるようになる。さらに，垂直・水平線からなる十字は 4 歳で模写できるのに対して，斜線を含む三角形は 5 歳までかかるとされている。

以上の描画の発達段階から，円形と四角形の 8 等分割の描画を比較すると，垂直線と水平線だけで四角形の 8 等分割はかけるが，同じ動作で円の 8 等分割は行えない。円形と四角形の 8 等分割で斜めの線を書き入れる時には，線の到達すべき頂点が四角形ではあるのに対して，円形には頂点がないことも円形の 8 等分割の産出を難しくする可能性があると考えられる。

6. 等分割の理解と面積を見積もる能力の発達

上記のような分割をする能力と描画能力の発達に従って，円形や四角形の等分割の産出の発達があると考えられ，等分割の理解の発達についても何らかの発達的変化があることが推測される。韓国の国定教科書では円や他の図形をいくつかの線で分割したときに等分割になるかどうかの課題が 2 年生，3 年生の単元で取り上げられている。

等分割の理解に関係する要因のひとつは面積を見積もる能力の発達に関するものであろう．等分割の理解には，分割された部分どうしの面積が等しいかどうかについての見積もりが必要になる。

面積の見積もりに関しても発達的な段階が研究されてきた。面積の比較判断について，Yuzawa, Bart, Yuzawa, & Ito（2005）は，幼児期の子どもたちは形の中の 1 次元に注目して比べる段階から，次第に高さと幅などの複数の次元を加味して面積を比べることができるようになるとしている。従って，円の等分割は斜線を含み，面積の比較でどの次元に着目すべきか幼児には明確でないため，比較は困難なものとなると考えられる。

図 1－5 の Lawton(2005)に示された半円の 4 分割が等分割になっているかどうかについては，分割された図形の部分の面積は辺のどこかの長さの 1 次元に着目して判断することでは不十分であるため，等分割になっているかどうかの判断が難しい時期があることも予測される．また，45° の線によって等分割された円の 8 つの部分の面積が等しいかどうかを判断することにも同様な困難が発達的にあることも予測しうるであろう．重ね合わせれば同じ円の 8 等分割であってもその重ねあわせには，図形の置かれている傾きなどを考慮しあるいは置かれている傾きの情報は加味せずに考えることが必要になると考えられる。

7. 図を使った分数の加算

一方，初期の分数能力の中で，計算能力はどのように研究されてきただろうか。幼児期の

初期の分数については，幼児期において分数の加算が可能であることを示す結果が得られている。Mix, Levine & Huttenlocher(1999)では，3～7歳児の連続量だけを使用しての分数の計算が研究された。ここで，連続量とされているのは円形の分割について4分割の線などが書き入れられていない状態で提示されていることを示している(図1-6)。スポンジでできた円の4分割を使用して4分の1の円と2分の1の円を加えると4分の3の円になるといった演算が可能であることが示された。この課題は，例えば4分の1円を先に浅い穴にいれ見えなくしてから2分の1円を加えて,結果を4つの選択肢つまり1/4, 1/2, 3/4の中から選ばせるという形で行われた。

この課題では同じ大きさの円の部分を足し引きする課題であり，相対的な比率でないために達成された可能性もあるとされているが,4分割の円の部分の占める広さを足したり引いたりする課題では，4歳児で50%正答できることが示された。

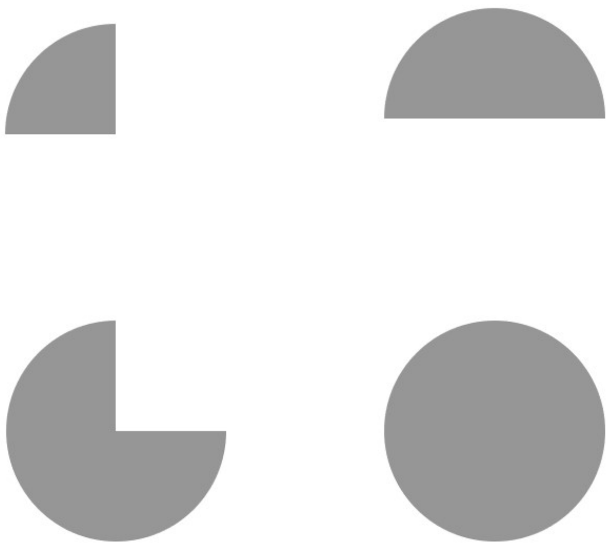


図1-6　スポンジの足し算・引き算　(Mix, Levine & Huttenlocher,1999)
Mix, Levine & Huttenlocher (1999) より作成

第 3 節　初期の分数能力の研究の課題

1. 分数の等値性判断に影響する図形の要因

ここで分数の等値性判断への図形の影響の問題をまとめると以下のようになる。

幼児において，分数の等値性の判断の課題の達成が可能であることが示されている。文字を使わない分数の等値性判断などに関する一連の研究から，数値表現を用いなくても図から直接的に分数を把握する，直観的な判断を行っていると考えられる。分数の等値性判断では直観的な図示的な分数の等値性判断が先行し，いずれは，数値的な共変関係との対応が理解されるであろう。幼児の分数の等値性の判断の課題では，分母を考慮せずに分子のみの数値の対応に依拠する誤答が見られた。ここでは，分子数のみに依拠する段階があると考えられる。その分数の等値性判断には，図形の分割線の有無，分割数，図形の形状などの要因が関連すると考えられた。

まず，分割線の有無に関しては，分割線のないものの分数の等値性判断が発達的に先行する。分割線のない円の 4 分割の加減算は 4 歳で可能であり(Mix, Levine & Huttenlocher, 1999)，3～4 歳で，分割線が明瞭でない円形のピザの 4 分割・8 分割の間の比率のアナロジーは，分割線が明瞭な仕切りの入った四角形のチョコレートが含まれるアナロジーより容易であった(Singer-Freeman & Goswami, 2001)。提示図版として 12 分割の円での比率と選択図版として 6 つの三角形の列での比率の課題では，円に分割線がなければ 6 歳で，分割線があれば 7～8 歳で可能になる(Spinillo & Bryant,1999)。これらの研究から図形に分割線が入ることで子どもの分数の等値性判断についての直観的な判断が妨げられることがあると考えられる。

2 つめの要因は図形の分割数である。図形比率の研究は 2 の倍数を中心に研究されてきたが，分割数が増加すると分数の等値性判断の達成年令が上昇する傾向がみられる。Singer-Freeman & Goswami (2001)では分割線がある円形において比較すると，4 分割の理解が 8 分割に先行することが示された。分割のある円形の 12 分割の分数の等値性判断は 7～8 歳になるまで成立しない(Spinillo &Bryant,1999)。

3 つめの要因は図形の形状である。Singer-Freeman & Goswami (2001)では，四角形の 8 分割の理解は円形の 8 分割の理解に先行することが示された。Pothier & Sawada(1983)の等分割を産出する能力の発達に関する研究では，円形と四角形を比較すると，両者の 2 分割，4 分割および四角形の 8 分割は水平線と垂直線によって同様に産出できるので発達差はみられないが，それらと円形の 8 分割の間には発達差が生じる。これは，四角形の 8 分割は，4 分割から斜線を使って 8 分割に至るときに頂点が手掛かりになるが，円形の四角形では手掛かりとなる頂点がない。そこで，この等分割産出の発達順序と並行して，分数の等値性判断においても四角形の 8 分割の理解は円形の 8 分割の理解に先行すると考えられた。

さらに，3 つの要因のほかに，分数の等値性判断の研究の多くに共通して，分子が小さい時に正答率が下がることが観察されている。Spinillo & Bryant (1999)は，比率判断での選

択図版の双方が半分以下での比較，一方が半分である比較，及び双方が半分以上での比較の3つの条件で比較した場合，双方が半分以下の提示で正答率が有意に低いことをみいだした。Spinillo & Bryant (1999)は比率の比較の際に半分であるかどうかが基準なっていると考えた。Singer-Freeman & Goswami(2001)においても，2/8,4/8,6/8の比較において2/8の正答率が有意に低かった。分子が小さい場合は分割線によって分割された部分の数（分子数）が，空間的比率より優先して判断の手がかりとされやすいのではないかと推測される。1～4あるいは5までの少ない数を短い時間で把握する能力は，幼児の数を判断する能力に大きな要因となっていると考えられている(Rasanen & Lehtinen, 2007, 2010)。分子数が少ないときにはと空間的比率より優先されて，数値に依拠した判断が生じやすくなると考えられる。以上から，幼児の比率の判断には分割線の有無，分割数，図形の形状，分子の数などの要因が関わると考えられる。

その要因を明らかにすることによって，子どもにわかりやすい分数の学習につながると考えられる。

2. 分数理解と数値の共変関係の理解

また，分数の理解には図形の等分割の理解を必要とすると同時に，数値の共変関係の理解を必要とする。いくつかの変数が対応して変化する時にその理解は倍数や比の理解となる。Piaget & Szeminska (1941)によれば，ひとつの花瓶に2本の花というような対応関係が幼児期に可能になるとされている。Squire & Bryant (2002) は幼児期には，一対多の関係の理解をスタートとして倍数関係そしてかけ算の理解につながり，全体に対する部分の比を理解することが割り算の理解につながっていくと考えている。

幼児期において，1対多関係による数値的な比の理解が可能であり，図形の等分割についても適切な図形と分割数を用いれば，分数の理解の基礎が発揮されるのではないかと考えられる。どのような時に，数値的な比の対応に気づくのかは，注目されるべき研究課題であろう。

3. 分数の説明能力の発達

幼児期には数唱能力，数詞の獲得や計数能力など，数の概念や理解の目覚しい発達があり，また，遊び場面など生活の中で，数量を使い，友だちとの交流が発達する。幼児期の数量の発達を理解し，教育につなげていくことは幼児教育にも，その後の小学校以降の教育にも重要であると考えられている。

子どもの認知の発達段階を明らかにしたPiaget & Szeminska (1941)は，対話的に質問をし，子どもの回答をえて診断的に考察する臨床的研究法によって，子どもの数行動とその説明をもとに数の発達段階を設定した。

数能力の発達研究において，Gelman & Gallistel (1986)は，2～4歳児の数える行動から，幼児の初期の数える行動にも原理があることを見出した。幼児の数行動に内在する原理と

して，「順序安定性の原理」，「一対一の原理」，「基数性の原理」，「順序無関連の原理」，「抽象性の原理」を挙げた。さらに，乳児期の数能力については，Wynn (1992)の研究は，生後5ヶ月の乳児が小さい数の足し算，引き算を行えることを注視時間の比較により実験的に明らかにした。

近年は，幼児期までの数唱，数える行動，また，生理的指標に基づく数概念理解注目されてきたが，幼児期における数に関する説明能力の発達の研究は，それほど多くは行われていない。

しかし，数量の認知や行動を自分で説明する能力は，それ自体が論理化の発達であり，数量の認知発達を導くものであると考えられる。数量の説明能力の発達の解明は，数量の発達そのものの理解であると同時に，子どもの認知発達を導く教育にとって重要であると考えられる。

分数の説明能力の発達についての研究もそれほど多くないが，Spinillo & Bryant (1999)では，判断についての言語的説明を6〜8 歳児に求めている。言語的説明は非数値的・数値的・複合的と前分数的・分数的の2次元で分類され，分割線のある課題では分割線のない課題ではみられない数値的な説明が多く，6歳よりも7〜8 歳で分数的な説明が増加することを見出している。しかし，幼児期の分数の説明能力についての研究はあまり行われていない。幼児期に分数の説明能力がいかに発達するかについての検討が必要であると考えられる。

第４節　小学校における分数の導入

1. 日本の小学校における分数指導の特徴

初期の分数能力についての心理学的研究についてみてきた。一方で日本における小学校での学校教育では，分数について，特に分数の導入についてどのように位置づけられているだろうか。

学校教育の基準となる文部科学省の学習指導要領(2018)には，以下のように記載されている。

分数は，「A　数と計算」のなかに，位置づけられている。「第２学年では，数の構成と表し方として，1/2,1/3 など簡単な分数。第３学年では，数の表し方として 1/10 の大きさ／数の相対的な大きさ。また，分数の意味と表し方として単位分数の幾つ分／簡単な場合の分数の加法，減法。第４学年では，同分母の分数の加法，減法。および，大きさの等しい分数／分数の加法，減法。第５学年では，整数，小数の記数法として，1/10，1/100 などの大きさ。分数の意味と表し方として，分数と整数，小数の関係／除法の結果と分数／同じ大きさを表す分数／分数の相等と大小。および，分数の加法，減法。異分母の分数の加法，減法。第６学年では，分数の乗法，除法として，分数の乗法及び除法の意味／分数の乗法及び除法の計算／計算に関して成り立つ性質の分数への適用（分数× 整数，分数 ÷ 整数（これは小５よりの以降))。」と，記載されている。

分数の指導はスパイラルに行われる。そして，第２学年では，1/2,1/3 など簡単な分数の記載方法。第３学年では，分数の意味と表し方が導入され，４年で同分母の加減法が導入されていくという方法で，計算をしながら分数の定義を深めていくまでの時間をかけてゆっくり進むという特徴があると言えるだろう。２年では，２つに分けたときに２分の１と言うという定義で，「1/2+1/2=1 である時の 1/2」という定義は３年，と学年を隔てて，分数の定義が更新されていく方法であると考えられる。1/2+1/2=1，1/2+1/4+1/4=1 と計算をしてみて 1/2 とは何かを知るということは，５年までかかることになる。

この方法が，子どもの分数の理解の発達から見て，わかりやすいのかどうかについては，発達心理学の見地から検討する必要があるだろう。

2. 日本の分数教育での分数の意味の分類

日本の分数教育での分数の意味の分類が重視されている。この分類は，そのまま小学生に教えるものではないが，教師が分数を指導するときにどこに力点を置くかの指針として用いられると考えることができるだろう。分数の分類は下記のような 7 つの分類などが行われている(西村，2015)。ここでは 2/3 を例として下記のように①～⑦に整理されている。

① 分割分数

現行指導要領では２年生から分数を指導するようになってきている。まず，ここでは「2 つに分けた１つ分」とか「3 つに分けた１つ分」とか表現して分数の初歩的な概念を指導する。

3 年生では本格的に分数を扱うが，2 年生の初歩的な扱いから，発展して図を 3 つに分けた 2 つ分を 2/3 と指導する。2/3 が基本的に左から表示されることは常であるが 3 つに分割して 2 つ分が示されればよいのでとても必要な指導である。

② 操作分数

演算子(operator) としての分数で，あるものを 3 つに等しく分けて 2 つ分をとる操作を表す 2/3 である。子どもが分割分数を学ぶとき，具体的な操作として 2/3 をとるとき，操作であるが，1/3 を 2 つ分 2 個とることで分数は個数に変換するため理解が難しい。
つまり，ここでは 1/3 という単位分数を 2 つ分とることなので，単位分数の概念を学習していないという理由もある。指導としては 2/3 は 1/3 の 2 つ分でしかも 1/3 を 2 個合わせたものである。」という表現になる。

実際の生活の中では，リンゴやみかん，ピザパイなど友達や家族で分けるとき，分数は使わないが，分けるという操作は体験しているので，それらの体験から分数に関わる言葉を引きだせるとよい。たとえば，ピザパイを分けたとき一つ一つを「一切れ」とよびながらとって食べている経験から，「切れ」が「いくつか分けた 1 つ分」であるという指導は操作分数の意味理解には適している。

③ 量分数

量分数については狭くとらえる立場から広くとらえる立場まで大きく 3 つに分けることができる。まず，狭くとらえるものは「はんぱの量に依存し，はんぱの量 x と単位とのあいだの共通尺度で，測った測定値」ととらえる立場である。

次のとらえ方はやや広く，分数がどうして生じてきたかにかからず，単位がついている分数 2/3m，2/3L 等を量分数とするものである。最も広いとらえかたは，量の単位をついているいないにかかわらず，何らかの量の大きさを表すものはすべて量分数というとらえる立場である。この立場だと図 1 の斜線分も量分数にはいることとなる。

④ 割合分数

分数は 2 つの量の割合を表すことができる。例えば二つの量 A，B があるとき，A と B の関係は次の比例式で表される。A : B =2 : 3

⑤ 商分数

商分数は「2 を 3 で割ったときの商を表す 2/3」である。

⑥ 単位分数

単位分数は一般的には意味理解の一つの概念としては扱うことはないが，指導書では 3 年生の分数の概説で扱っている。教師としては指導の段階で分割分数や量分数，割合分数を扱うときは意識して単位分数を理解させることが必要となる。

⑦ 数としての分数

分数はもとより数であるが，量分数に対して，量を捨象した抽象としての分数という意味で使われる。数としての分数の初歩的な指導として数の数直線を活用して説明すると理解が得られる。

上記の算数教育での意味の分類との対応を考えると，分割分数，操作分数の基になるところが初期の分数能力にあたると考えられる。つまり，等分割をする能力や分割する操作によって分数の導入が行われている。この分数学習の出発点に着目して，インフォーマルな知識，また初期の分数能力との関連を見出していくことが大切であろう。

3. 教科書で使用される分数の図

小学校の分数の学習において，日本の教科書では，どのような図が用いられているだろううか。日本の教科書は教科書出版社 6 社に共通して，四角形の図形を中心に真分数および帯分数，仮分数などの導入が行われる（図 1-7， 1-8）。しかし，分数指導において日本で行われている一般的な説明の方法は他国では必ずしも一般的ではない（糸井・柴田・齋藤・具，2007）。

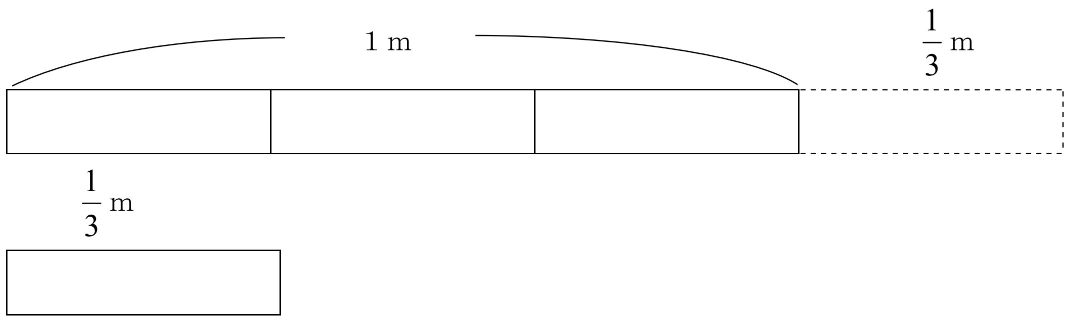


図 1-7 日本の教科書での「はしたの数」の説明のテープ図
（東京書籍　新編　新しい算数 4 年上より）

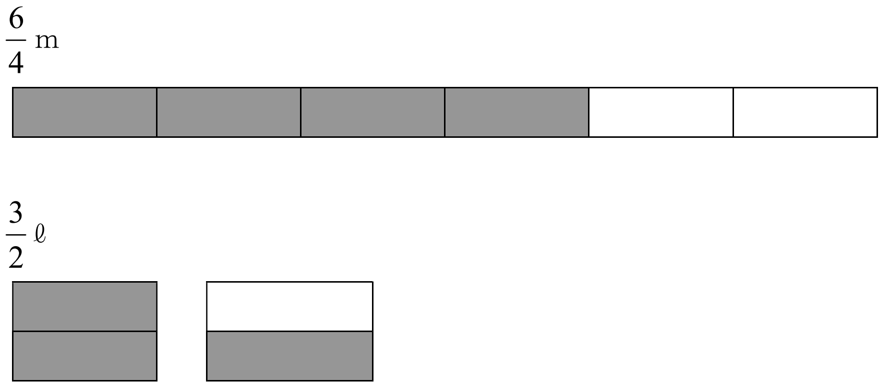


図 1-8 日本の教科書での帯分数の説明のテープ図
（東京書籍新編　新しい算数 4 年上より）

例えば，韓国の国定教科書では，分数の基本的な概念の説明には一貫して円形と四角形が用いられ，2 分割と 4 分割の図形の等分割を用いた説明が行われている。

分数の指導にどのような図が有用であるのか，検討することも必要であると考えられる。分数領域において使用される図には，日本の小学校の教科書を他国に比較して特徴を検討することも必要であろう。国によってはたくさんの教科書が発行されている場合も多いが，中国・韓国では，教科書が国定である。日本の小学校の教科書出版社 6 社と韓国の国定教科書の比較を行ったところ，日本の 6 社の教科書で分数の指導法は共通したところが多く，韓国の教科書との間にはいくつかの相違点があることが見出された。

韓国の教科書では，分数の導入，帯分数，仮分数の導入などにおいてに円形・四角形を中心にその他の多角形などさまざまな図形を用いている。そして，図形の等分割をもとに各学年で分数の説明が行われていく。それに対して，日本の教科書は教科書出版社 6 社に共通して，四角の図形を中心に分数の導入および帯分数，仮分数などの導入が行われている。円形の図は分数のそれぞれの基本概念の説明段階ではほとんど使用されていない。日本では「はしたの数」としてつまり 1 単位量に満たないものとして分数が導入されていく。また，その際，教科書出版社 6 社に共通して 3 分割を用いて説明される。これは小数では表しにくい数として分数の意義を示そうとしていると考えられる。韓国では分数の基本的な概念の説明には一貫して，2 分割と 4 分割が用いられている。

日本の教科書において主として四角形を使って分数を指導する理由については指導書などに記述されてはいない。日本の教科書では図形としての四角が 2 年生，丸が 3 年生で導入されるため，4 年生で分数の指導が始まるときに先行して教えられた四角を用いている，あるいは日本の算数教育に影響をもつ水道方式のタイルを用いた指導法が定着している，小数がテープ図など四角形を用いて導入することに分数もそろえるなどの理由が考えられるであろう。分数の指導においてどのような図形を用いるのが適切であるかについての検討が必要であると考えられる。図形の等分割の理解が図形の形によって異なるのだろうかという問題の発達的な検討も必要であると考えられる。また，分割の数でわかりやすさが異なるのかも明らかにする必要があるであろう。図形の等分割が分数の理解に重要であり，図形によって等分割の理解に発達的な違いがあるとすればそれぞれの発達段階に応じた図形を用いた分数の指導が必要になると考えられる。

4. 分数の導入に用いられる円形と四角形

分数の説明に円形の図形を用いる効用もあると考えられる。円形の図では単位量が 1 つの円形として表され，分割は円形の大きさに関わらず中心角によって決定される。分割の中心角という単一の測度で比率が決定される。四角形では単位量 1 はテープ図などの延長線上で恣意的に決められるために，部分の比率は単一の測度では決まらない。また，円形を中心角で分割すると全体と部分は相似形ではなく，対比が明瞭であるが，四角形では全体と部分が相似になり円形ほど対比が明瞭でない場合がある。

一方，四角形で分数を説明する指導は，めもりを打つことにより小数との関係が把握しやすいことなどが利点であろう。

第 5 節　分数学習のインフォーマルな知識と分数学習

1.　分数学習のインフォーマルな知識

吉田(2003)は，分数学習で，全体を部分に分割するインフォーマルな知識を重視している。「教科の論理」と子どもの知識や思考を重視した「子どもの論理」の関連を考えることの重要性を指摘している。学校での分数の導入を考えると，学習指導要領で示されている折り紙を等分する活動を始め，1 単位量を分割することや分割数が違っても全体が 1 であるという考え方が求められることになる。しかし，吉田(2009)は，等分割や等全体(さまざまな分数は，いずれも全体としての大きさが等しいこと)を重視することが子どもの分数理解に役立つのではないかと指摘している。

子どものインフォーマルな知識を明らかにし，子どもの理論を活かした授業を構成・実施することが出来れば，子どもの分数理解も高まり，苦手意識を低下させることができるのではないかと考えられる。一斉指導の場面で，子どものインフォーマルな知識，また，就学前の初期の分数能力を取り入れた授業を行うことは，分数指導において意義があると考えられる。

2.　等分割産出能力の発達と分数の教育

分数の学習には，等分割された図の理解が必要不可欠である。学校での分数の導入も，物を等しく分けるという活動から始まっている。

1 を超えるものの等分割についても研究がなされている。澤野・吉田(1997)は，学校で分数を学習する以前の小学 3 年生の子どもを対象に調査を行い，等分割に関するインフォーマルな知識について検討した。「3 枚のピザを 4 人で食べました。」や「5 枚の色紙を 3 人で分けます。」など，分割が必要な状況を提示し，子どもがどのように分割するのかを分類した。その結果，多くの子どもが正しく全体を分割することが可能であることを示した。また，澤野・吉田(1997)は，等分割の方略について，ピザと色紙を等分割する課題の分割方略として要素を分割するすべて人数などによって単位に分ける単位方略と，全体を各人に割り振り，残りを単位方略で分ける大単位方略があり，子どもはそれらを問題に応じて柔軟に使い分けていることを示している。これらの分割方略は，真分数・仮分数・帯分数につながる分割方略である。分数を正式に学習する前から，分数の素地をもっていることが明らかにされている。栗山・孫(2003)は，年長児，小学 1 年生，2 年生であっても，帯分数的な分割を行うことができることを示した。

3．実践的介入の研究

学校現場で，実践的介入を行った先行研究もある。石井(2011)は，数量単位のない円形及び正方形型のピザを利用した実験群と，数量単位のついたテープと液量を利用した教科書群で授業を行い，授業の前後で等分理解の変容を調査した。その結果，プレテストでの等分

課題で誤答であった子どもの正答率は，実験群が教科書群を上回ることを示した。等分割の概念が定着していない児童は，数量や液量よりも円形や正方形などの図形を用いて，分数を考えることで，より分数を理解される傾向があることを示している。

Yoshida & Sawano(2002)は，従来の教科書通りの授業を行う教科書群と，インフォーマルな知識などの子どもが生活の中で獲得してきた知識などの「子どもの論理」を反映し，子ども同士の相互作用を意図的に導入した実験群の 2 つの授業とその効果を比較している。子どもの論理を具体化したカリキュラムでは，伝統的な指導と比べて，3 倍強の理解を示すだけでなく，子ども同士の討論もかなり深化したという。

インフォーマルな分数の知識の中に，初期の分数能力を位置づけることもできるであろう。直接的に，初期の分数能力の発達について検討を行い，分数学習に生かすことも必要であると考えられる。

4. 分数学習の個人差

学習の個人差の問題も重要である。学習に困難を示す児童への指導についての中で，特に異分母分数の加減算を取り上げたものもある（岡部・西田，2013)。もし，幼児期の初期の分数能力に基づく指導が行われれば，学習に困難である場合も含めて，多くの子どもたちが，同じ基盤に基づいた学習をすることができるのではないだろうか。

第 6 節　本研究の課題

幼児において，分数の等値性の判断の課題の達成が可能であることが示されている。文字を使わない分数の等値性判断などに関する一連の研究から，数値表現を用いなくても図から直接的に分数を把握する，直観的な判断を行っていると考えられる。分数の等値性判断では直観的な図示的な分数の等値性判断が先行し，いずれは，数値的な共変関係との対応が理解されるであろう。幼児の分数の等値性の判断の課題では，分母を考慮せずに分子のみの数値の対応に依拠する誤答が見られた。ここでは，分子数のみに依拠する段階があると考えられる。その分数の等値性判断には，図形の分割線の有無，分割数，図形の形状などの要因が関連すると考えられた。これらの要因がどのように初期の分数の等値性の判断に影響するのかを明らかにする必要があると考えられる。

また，分数の等値性について，幼児がどのように説明するかについても，検討する必要がある。また，この説明させるということが等値性の判断とどのように関連するのかを検討する必要があるであろう。

さらに，分数の初期の計算能力についても研究が行われてきたが，それを分数の学習に結び付ける試みはあまり見られない。そこで，分数の計算の後で計算結果をフィードバックすることにより学習が可能であるかを検討することも必要であろう。初期の分数理解能力の研究において学習実験を行うこと，特にフィードバックを行い，計算の結果を見せることにより，子どもが持っている分数能力を子ども自身がどう洗練させていくかの研究は重要であろう。

そして，初期の分数能力を用いた学習が，一斉指導の場面でどのように実践されるかも重要な課題であろう。学校では一斉指導が主な学習形態となるため，一斉指導場面で初期の分数能力を活かした授業の効果を検討する必要があるだろう。

初期の分数能力に基づく指導が行われれば，学習に困難である場合も含めて，多くの子どもたちが，同じ基盤に基づいた学習をすることができるのではないだろうか。

以上に基づいて本研究では 8 つの実験を行った。実験 1 から実験 5 までは，4〜6 歳児に対して，アナロジー課題提示を用いて，幼児の分数判断に影響を及ぼす要因について実験を行った。実験 1 と実験 2 では，図形の形状と分割線および分割数の影響を検討した。実験 3 では，分子数に対して図の分割線を強調することで手掛かりを与える実験を行った。

また，実験 4 と実験 5 では幼児の分数の説明能力について検討を行った。

実験 6 では，小学校 1 年生で，個別実験で分数の学習実験を行った。実験 7 では，一斉授業で，文字を使わない分数の足し算の学習を行い，2 つの指導法で学習の達成の比較を行った。さらに，実験 7 では，協力者に等分割図の作成課題を実施し，学習実験の達成との関連を検討した。そして，実験 8 では，等分割図で分数を作図する能力の発達と分数学習での課題達成との間にどのような関係があるかを検討することを目的として実験を行った。分数の計算の学習が行われる小学校 4 年生から 6 年生までを対象とした。

最後に総合論議で，子どもの初期の分数能力に影響を与える要因について検討し，初期の分数能力に依拠した学習について考察し，学校教育への示唆を検討した。

第 2 章　初期の分数能力の発達
—分数の理解を規定する要因

第 1 節　　分数の理解に図形の形状が及ぼす影響

1. 問題

この実験では，Singer-Freeman & Goswami (2001)の継時的なアナロジー課題提示の方法を使用し，円形のピザと四角形のチョコを紙の図版とし，円形・四角形の各図版を分割線で切り離すことにより分割が明示的な条件のもとで，円形と四角形との間での 4 分割，8 分割での分数理解について検討した。なお，選択図版に 4 つのチップ状の円よりなる列の分数との対応も加え，円・四角形の図版から，分離された単位量への対応を課すことにより，数値的な対応がさらに明瞭な条件での達成を比較した。

Singer-Freeman & Goswami (2001)の実験では，ピザは連続量を喚起(evoke)させるものさせるものとして，粘土を 1 枚のフライパンの上に載せて提示された。ピザの模型はフライパンの上で断片の間に仕切りがない。一方、非連続量を evoke する例示物として，チョコレートの粘土の模型が用いられ，こちらは仕切りにより一粒ずつ区切られた箱（コンパートメント）に入れられて提示された。ピザは連続量をチョコレートは非連続量を喚起させるものとして考えられているが、操作的には連続量、非連続量を喚起させることをわけるのは仕切りの有無であると考えられる。この設定に基づき，Singer-Freeman & Goswami(2001)は，ピザの模型を連続量と定義し，チョコの模型を非連続量と定義して，実験を行った。

この時，円形であるか，四角形であるかの形状と，コンパートメントの有無により，分割の明瞭さとの条件に連鎖があることになった。つまり，円形であり隣の一切れとの境が不明瞭なピザの模型と四角形で隣の一切れとの境が明瞭なチョコの模型での比較実験であった。

したがって，形状の条件と，分割の明瞭・不明瞭の条件を分離して，実験を行う必要がある。そこで，本実験では，紙製模型で，円形・四角形の各図版を分割線で切り離すことにより分割が明示的な条件のもとで，円形と四角形との間での 4 分割，8 分割での分数理解について検討した。

分割線のある 8 分割の円形では Singer-Freeman & Goswami (2001)の仕切りのない 8 分割の円形より難しいと予測されるので，本研究では彼らより対象児の年齢を上げ，4～6 歳児を対象とした。円形の 8 分割は円形の 4 分割と四角形の 4，8 分割よりも発達的に遅いことを示した Pothier & Sawada (1983)の等分割の産出研究の結果を踏まえると，円形，四角形において分割線が同様に示されれば円形のピザの 8 分割の図版が提示図版として使用される時が，正方形のチョコレートの 8 分割が提示図版として使用される時より正答率は低いと予測される。選択図版の円形，四角形はいずれも 4 分割である。先の Pothier & Sawada (1983)の等分割の産出研究の結果を踏まえると，4 分割では円形と四角形の間で発達差は仮定されないため，選択図版が円形か四角形かの形状の違いはこの年齢では差をもたらさないと予測される。

また，Spinillo & Bryant (1999)で，円の分数と分離された三角形の列での分数が検討されたように，図形分割で文字を使わない分数と数値的な分数の対応は，分数理解に必要なプ

ロセスであり，その点に関しても検討される必要がある。そこで本実験では，選択図版に 4 つのチップ状の円よりなる列の分数との対応も加え，円・四角形の図版から，分離された単位量への対応を課すことにより，数値的な対応がさらに明瞭な条件での達成を比較した。選択図版が分離された単位量である Spinillo & Bryant (1999)では提示図版の分割線の有無が主要な検討対象であったことに対し，今回の実験では，8 分割の提示図版が円形であるか四角形であるかが正答率の差をもたらすかどうかを検討した。

また，これまでの図形の分数理解の研究では，誤反応分析はあまり行われてこなかった。本実験では誤反応分析を行うことで，何が分数理解を困難にしているかを検討した。

2. 実験 1

この実験では，紙製模型で，円形・四角形の各図版を分割線で切り離すことにより分割が明示的な条件のもとで，円形と四角形との間での 4 分割，8 分割での分数理解について検討した。なお，選択図版に 4 つのチップ状の円よりなる列の分数との対応も加え，円・四角形の図版から，分離された単位量への条件での達成を比較した。

対象児　幼稚園 4 歳児クラス 50 人（男子 23 人，女子 27 人，平均年齢 4 歳 9 ヶ月），5 歳児クラス 50 人（男子 26 人，女子 24 人，平均年齢 5 歳 8 ヶ月）合計 100 人である。

材料　円形のピザ(半径 10 cm)，正方形のチョコ（1 辺 9cm)，4 つのチップ状の粒チョコ（半径 1cm 厚さ 4mm）の図版を使用した(図 2-1)。ピザとチョコは厚紙により作成し，それぞれ黄色と茶色に着色された。ピザとチョコの図版は，各々4 分割と 8 分割に切り離した。粒チョコはウレタン製で両面に茶色に着色されたシールをはった。ピザとチョコはどちらも分割線が放射状になるように提示した。ピザ，チョコ，粒チョコの図版はそれぞれ白い紙の皿の上に提示された。皿のそれらの大きさは順に半径 11cm の円，1 辺 12cm の正方形，4cm×24cm の長方形である。

手続き　実験は 1 人ずつ行われ，実験の様子はビデオカメラで録画された。実験者と対象児はならんで座り，テーブルの上のボードにピザあるいはチョコの図版が，それぞれ 1 つずつ置かれた。対象児に圧迫を与えないよう課題にのびのび取り組めるよう配慮し，個人名を出さないようデータは統計的に処理をした。

以下のような教示が与えられた後，練習課題に引き続き課題があたえられた。「今日は〇〇ちゃんとあそぼうと思って，ゲームを作ってきました。おんなじ「ぶん」食べるゲームです。〇〇ちゃんと先生は仲よしだからおんなじぶん食べます。先生が食べたのと同じぶんだけ〇〇ちゃんも食べてね。」(実験では「ぶん」ということばを使用したが，対象児からこのことばについて問い返されることはなかった。)

練習では，実験者も対象児もピザ 4 分割の図版を使用した。1/4, 2/4, 3/4 の順に提示し，間違えた場合は練習課題のみ修正を与える。実験者はピザ・チョコレートを一気に，机の下においた。

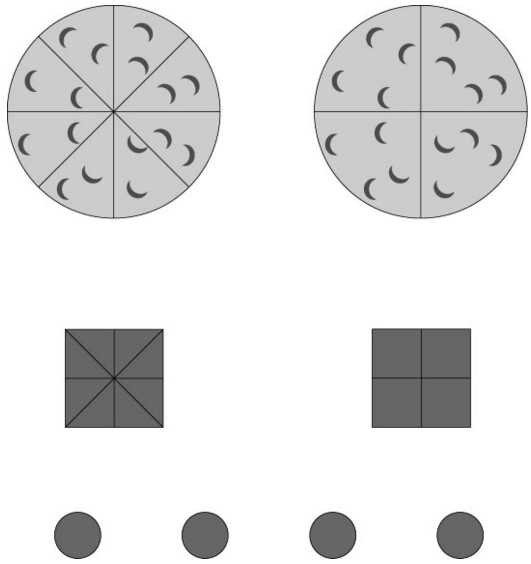


図 2-1　ピザ・チョコレート課題の図版
（ピザ８分割と４分割，チョコ８分割と４分割および粒チョコ４個）

3. 結果

1)　提示図版，選択図版による正答率の違い

各提示図版，選択図版による正答率を表 2-1 に示す。

表 2-1 各提示図版，選択図版による正答率

提示図版	選択図版	4 歳	5 歳	全体
ピザ	ピザ	0.493	0.407	0.450
	チョコ	0.433	0.427	0.430
	粒チョコ	0.480	0.387	0.433
	平均	0.469	0.407	0.438
チョコ	ピザ	0.867	0.793	0.830
	チョコ	0.847	0.887	0.867
	粒チョコ	0.833	0.820	0.827
	平均	0.849	0.833	0.841
全体		0.659	0.620	0.639

全体での正答率は 63.94%であり，4 歳児では 65.89%，5 歳児では 62%であった。回答の選択枝が 0，1/4，2/4，3/4，4/4 で 5 つであると考えるとチャンスレベルは 20%となる。全体，4 歳児，5 歳児の正答率はチャンスレベルより 0.1%水準で有意に高い正答率であった(順に χ^2（1, N=600）= 713.60； χ^2（1, N=300）=386.74；χ^2（1, N=300）=328.15)。

4 歳児群と 5 歳児群においての正答者と誤答者の人数の割合についての比の差を χ^2 で検定したところ，年齢の差は有意ではなかった（χ^2（1, N=600）=2.95)。さらに，正答率に対して年齢と 6 つの課題の 2 要因に対して角変換による分散分析を実施したところ年齢の要因,および交互作用は有意ではなく,6 課題の要因が 0.1%水準で有意（χ^2 （1, N=600)=86.75）であった。対象児の年齢群による差が見られなかったため，以降は年齢群を込みにして分析を行なった。

提示する図版の違い（ピザとチョコ）と選択する図版のタイプ（同型の図版・異型の図版・分離された単位量）で正答率の比較をした。全体の対象児では，提示図版の要因が 0.1%水準で有意（χ^2（1, N=600） =345.82）となり，選択図版の影響および，交互作用は見られなかった。正答率は，提示図版がピザであるかチョコであるかによって異なり，ピザの場合の 3 つの課題の平均は 43.78%，チョコの場合の 3 つの課題の平均は 84.11%であった。一方，選択図版のタイプによって差は生じないことが明らかになった。ピザからチョコ，チョコからピザといった種類を超えたアナロジーでも対象児は理解しうることが確認された。

2）提示分数による正答率の違い

提示がピザかチョコかという提示図版ごとの各提示分数 (2/8, 4/8, 6/8)での全体の対象児の正答率は，ピザで 2/8，4/8，6/8 の順に 37.67%，51.0%，42.67%であり，チョコで順に 81.33%，87.67%，83.33%であった。ピザとチョコの提示図版の要因,提示分数の要因(2/8, 4/8, 6/8)について，全体の対象児の正答率を角変換による 2 要因分散分析を行った。その結果，提示図版の要因が 0.1%水準で有意であり（χ^2（1, N=600）=347.44)，提示分数の要因は 0.1%水準で有意であった（χ^2（2, N=600）=15.32)。交互作用は有意でなかった。提示分数について，ライアン法に基づく下位検定を行ったところ提示分数 4/8 が他の提示分数に比べて差が 5%水準で有意であった。この分析結果から，提示する分数によって正答率の差が生じ，4/8 が 2/8 や 6/8 に比べ正答率が高いことが示された。

3）誤反応の傾向

課題ごとの選択分数の傾向

対象児の各課題での選択した分数の表を示す（表 2-2)。表において提示・選択のそれぞれの分数は実験者･対象児が取り去った分数である。

ただし，5 歳児において 3 人の対象児がのべ 5 つの試行で反応を躊躇してはっきり選択をしなかった。これらは表に加えていない。表 2-2 に基づいて，提示分数ごとに比較して，対象児のほうに渡された選択図版の違いが選択分数に影響を及ぼすかを検討した。表 2-2 では，χ^2 検定によって 0.2（チャンスレベル）より 5%水準で有意に高い数値に*を付した。まず，提示がチョコである場合，両年齢群で課題 3 種，各 3 つの選択分数(2/8，4/8/，6/8)に

おいて正答を選択した人数の割合はすべて 76%以上であった。また，提示がピザであった場合は，正答率は両年齢群で 9 つの課題に対して 36～58%であった。

表 2-2　年齢別の各課題での正答率

提示図版	提示分数	選択図版	4歳				5歳				全体			
			選択分数				選択分数				選択分数			
			1/4	2/4	3/4	4/4	1/4	2/4	3/4	4/4	1/4	2/4	3/4	4/4
ピザ	2/8	ピザ	0.36	0.62 *	0.02	0	0.42 *	0.56 *	0.02	0	0.39 *	0.59 *	0.02	0
		チョコ	0.38 *	0.54 *	0.06	0.02	0.36 *	0.6 *	0.04	0	0.37 *	0.57 *	0.05	0.01
		粒チョコ	0.36 *	0.58 *	0.04	0.02	0.38 *	0.62 *	0	0	0.37 *	0.6 *	0.02	0.01
		計	0.37 *	0.58 *	0.04	0.01	0.39 *	0.59 *	0.02	0	0.38 *	0.59 *	0.03	0.01
	4/8	ピザ	0.06	0.58 *	0.28	0.08	0.06	0.48 *	0.18	0.26	0.06	0.53 *	0.23	0.17
		チョコ	0.08	0.48 *	0.32	0.12	0.08	0.56 *	0.14	0.22	0.08	0.52 *	0.23	0.17
		粒チョコ	0.06	0.54 *	0.32	0.08	0.1	0.42 *	0.28	0.18	0.08	0.48 *	0.3	0.13
		計	0.07	0.53 *	0.31	0.09	0.08	0.49 *	0.2	0.22	0.07	0.51 *	0.25	0.16
	6/8	ピザ	0.02	0.34	0.54 *	0.1	0.02	0.34 *	0.32	0.3	0.02	0.34 *	0.43 *	0.2
		チョコ	0.04	0.36	0.44 *	0.16	0	0.38 *	0.36	0.24	0.02	0.37 *	0.4 *	0.2
		粒チョコ	0.02	0.36	0.54 *	0.08	0.02	0.34 *	0.36	0.26	0.02	0.35 *	0.45 *	0.17
		計	0.03	0.35 *	0.51 *	0.11	0.01	0.35 *	0.35 *	0.27	0.02	0.35 *	0.43 *	0.19
チョコ	2/8	ピザ	0.86 *	0.14	0	0	0.78 *	0.2	0.02	0	0.82 *	0.17	0.01	0
		チョコ	0.8 *	0.2	0	0	0.88 *	0.12	0	0	0.84 *	0.16	0	0
		粒チョコ	0.76 *	0.2	0.04	0	0.8 *	0.18	0.02	0	0.78 *	0.19	0.03	0
		計	0.81 *	0.18	0.01	0	0.82 *	0.17	0.01	0	0.81 *	0.17	0.01	0
	4/8	ピザ	0.02	0.92 *	0.06	0	0.06	0.8 *	0.1	0.04	0.04	0.86 *	0.08	0.02
		チョコ	0.08	0.88 *	0.04	0	0.02	0.92 *	0.04	0.02	0.05	0.9 *	0.04	0.01
		粒チョコ	0.04	0.9 *	0.06	0	0.08	0.84 *	0.02	0.06	0.06	0.87 *	0.04	0.03
			0.05	0.9 *	0.05	0	0.05	0.85 *	0.05	0.04	0.05	0.88 *	0.05	0.02
	6/8	ピザ	0.06	0.12	0.82 *	0	0.02	0.14	0.8 *	0.04	0.04	0.13	0.81 *	0.02
		チョコ	0.04	0.1	0.86 *	0	0	0.1	0.86 *	0.04	0.02	0.1	0.86 *	0.02
		粒チョコ	0.06	0.06	0.84 *	0.04	0.02	0.12	0.82 *	0.04	0.04	0.09	0.83 *	0.04
		計	0.05	0.09	0.84 *	0.01	0.01	0.12	0.83 *	0.04	0.03	0.11	0.83 *	0.03

注.　p<.05

提示図版がピザの場合には，正答以外の分数が正答以上の割合で選択されることが見られた。提示分数ごとの選択比率の分析によって，ピザ提示の場合に正答以外の反応がチャンスレベルより有意に高い比率で選ばれることがあることが明らかになった。提示が 2/8 のピザでは選択枝は正答よりも 2/4 が選ばれることが多く，提示が 6/8 で提示図版がピザであるときには選択図版の 2/4 をとってしまう反応が，正答である 3/4 についで多く見られた。

誤反応パターンの出現割合

本実験では 1 人の対象児に対して，6 つの課題，各 3 試行(2/8, 4/8, 6/8)が実施され，6 つの課題の中では 3 つの分数がランダムに提示された。それぞれの課題で各分数の試行に対してしばしば出現する組み合わせがあるかどうかを検討した。3 試行の反応の組み合わせを分析の単位とした。つまり，提示分数の小さい順に並べると正反応は順に 1/4, 2/4, 3/4 となり，この 1 課題中の 3 試行の 1 組の分数の分子を順に(123)と表すことにした。全対象児の合計 600 組の反応パターンについて集計を行った。3 試行すべてで正答である(123)以外の誤反応は 315 組であった。このうち 5 つは 5 歳児において 3 人の対象児が反応を躊躇してはっきり選択をしなかった試行を含んでおり，これを除いた 310 組の反応について

その出現割合を累積で 80%までを表にした(表 2-3)。なお，誤語反応パターンは 63 パターンが想定され，1 パターンの出現期待度数は 4.9 個である。表 2-3 には，1 人の対象児が 6 課題で複数回繰り返して同じパターンで反応を行った人数も示した。

表 2-3 誤反応パターンの出現割合

誤反応パターン	4 歳児 重複使用者		5 歳児 重複使用者		合計 重複使用者		出現頻度	累積頻度
	個数	人数	個数	人数	個数	人数		
223	30	3	17	2	47	5	0.15	0.15
222	18	3	22	5	40	8	0.13	0.28
244	11	4	28	6	39	10	0.13	0.41
232	18	3	11	2	29	5	0.09	0.50
122	12	3	9	0	21	3	0.07	0.57
233	14	4	4	0	18	4	0.06	0.63
234	5	1	11	3	16	4	0.05	0.68
112	4	1	9	2	13	3	0.04	0.72
132	7	1	6	2	13	3	0.04	0.76
212	5	0	4	0	9	0	0.03	0.79
121	7	2	0	0	7	2	0.02	0.81

出現した回数が全誤反応パターン(310 組)に占める割合を出現割合とし，高いものから累積の出現割合を計算すると，20 回以上出現した誤反応パターンは 6 種で，累積は全体の 56.76％を占める。さらに，10 回以上出現した誤反応パターンは 9 種で，累積は全体 79.01％を占める。誤反応は無秩序に出現するのではなく偏りが見られることが示唆された。

表 2-3 に見るように(223)が最多で 47 回であり，全誤反応パターンの 15.16%を占めた。次に多いものは(222)であり 40 回で 12.9%の出現割合であった。(244)は 39 回で出現割合は 12.58%であったが，特に 5 歳児で 28 回となり，5 歳の誤反応パターンでは最も多い。(122)は 21 回出現し，また，(232)，(233)，(234)というパターンは順に 29，18，16 回みられた。(112)と(132)もそれぞれ 13 回あった。

個人内での誤反応パターン

表 2-3 では誤反応パターンの出現割合では誤反応パターンの出現割合で上位のものから順に累積頻度が 80％までを示した。さらに，1 人の対象児で複数回同じパターンが使用された場合についてその人数をそれぞれのパターンごとに表 2-3 に表示した。ここでは，同一の対象児が同じパターンで回答する傾向について検討した。

6 課題中の各 3 試行の選択がすべて誤反応パターンだった対象児は 14 人であった。そのうち，2 人が 6 課題の全てで同じ誤反応パターンで，それぞれ(222)と(244)であった。1 人は 5 課題で 112 を繰り返して，さらに 1 人は 4 課題で(223)であった。6 課題中 5 課題で誤反応パターンだった対象児は 8 人であった。そのうち，1 人は 4 回(244)を繰りかえした。6 課題のうち 3 課題が誤反応パターンだった対象児は 29 人であった。そのうち，26 人がチョコ提示では毎回正答，ピザ提示では毎回誤反応パターンとなった。そのうち 7 人はピザ提示で一貫した誤反応となっており，(244)が 3 人，(232)が 3 人，(112)が 1 人であった。

個人内での誤反応パターンの傾向により，6 課題での提示順はランダムであるにもかかわらず，対象児が同じ提示分数に対しては同じ反応を繰り返す傾向が示された。

4. 考察

本実験では，4〜6 歳児を対象に，円形のピザと四角形のチョコとの紙の図版とチョコの模型のチップを用いて，各図版を分割線で切り離して分割を明示する条件で，4 分割・8 分割の間のアナロジーによる分数理解について検討した。選択図版に 4 つのチップ状の円よりなる列の分数との対応を加え，円・四角形の図版から分離された単位量への対応も調べた。全体での正答率は 63.94%，4 歳児では 65.89%，5 歳児では 62%であり，年齢の差はみられなかった。全体の正答率は，8 分割の提示図版が円形のピザであるか四角形のチョコであるかによって異なり，ピザの場合の平均は 43.78%，チョコの場合の平均は 84.11%であり，また選択図版が 4 分割の円形か四角形かまたはチップであるかによって差は生じないことが明らかになった。

等分割の産出の先行研究からは分割数によって発達的な差があること，形状によっても円形と四角形では特に 8 分割において，四角形が円形に発達的に先行することが示されているが(Pothier & Sawada, 1983)，本研究の結果から，図形の分数理解においても 8 分割の円形は， 8 分割の四角形より発達的に遅いことが示された。

図形に関する分数理解に関する一連の研究と本研究の結果から，図形の分数理解に関連する 3 つの要因があると考えられる。第 1 の要因は，分割線の有無である。これは，非連続量か連続量かの問題としてとらえられ(Singer-Freeman & Goswami, 2001)，分割線のないもの，つまり連続量の分数理解が発達的に先行すると考えられる。分割線のない円の 4 分割の加減算は 4 歳で可能である(Mix, Levine & Huttenlocher, 1999)。3〜4 歳で，分割線が明瞭でない円形のピザの 4 分割･8 分割の間の分数のアナロジーは，仕切りの入ったチョコレートが含まれるアナロジー課題より容易であった(Singer-Freeman & Goswami, 2001)。12 分割の円での分数と 6 つの三角形の列での分数では，円に分割線がなければ 6 歳で，分割線があれば 7〜8 歳で可能になる(Spinillo & Bryant, 1999)。これらの研究から，分割線があることによって，幼児の分数理解で困難さが増すことが示唆される。図形に分割線が入ることで子どもの分数理解についての直感的な判断が妨げられることがあると考えられる。第 2 の要因は図形の分割数である。図形分数の研究は 2 の倍数を中心に研究されてい

るが，分割数が増加すると分数理解の達成年齢が上昇する傾向が見られる。分割線がある状態の円形で比較すると，本研究の実験では 4 分割の提示図版は正答率の差をもたらさず，8 分割の選択図版によって正答率の差が生じたことから，4 分割の理解が 8 分割に先行することが示された。分割のある円形の 12 分割の分数理解は 7～8 歳になるまで成立しない (Spinillo & Bryant, 1999)。第 3 の要因は図形の形状である。これまでの研究で図形の形状を比較した研究は少なかったが，本実験で，四角形の 8 分割の理解は円形の 8 分割の理解に先行することが示された。

また，本実験では誤反応の分析を行った。その結果から，誤反応が空間的な文字を使わない分数でなく分割図版の枚数に依拠して生じている可能性が示された。課題ごとの選択分数の分析において，提示が 2/8 のピザでは選択枝は正答よりも 2/4 が選ばれることが多かった。実験者が 1/8 を 2 枚とった時に，対象児は 1/4 の選択図版を同じように 2 枚取り，つまり 1/2 をとったことになる。残ったピザの形状はかなり異なるが，この選択がしばしば起こることが示された。また，提示が 6/8 で提示図版がピザであるときに選択図版を 2/4 をとってしまう反応が，正答である 3/4 についで多く見られた。これは，実験者が 1/8 を 2 枚残し，対象児が 1/4 を 2 枚残すことになる。提示・選択が同じピザでも空間的形状ではかなり異なる選択が生じることが示された。

誤反応パターンの出現割合の分析からは，各 3 試行(2/8, 4/8, 6/8)に対しての反応は(223)が最多で，これは提示分数が 2/8 のときに 1/4 を 2 枚とるが，提示が 4/8, 6/8 のときは正しい分数で反応している。次に多いものは(222)であり，課題ごとの選択分数の分析において，ピザ提示では 2/8 と 6/8 においては 2/4 が選ばれる傾向が示された。5 歳での最多の誤反応パターンは(244)であり，4/8，6/8 の提示において提示図版において 1/4 を 4 枚取り除く反応であった。提示図版では残りがあるのに選択図版からはすべてを取り除いてしまうものであった。個人の誤反応パターンの分析からも(222)，(244)などの反応が，提示順はランダムであるのに個人内で繰り返して使用されることが示された。2/8 提示の 6 課題で 4 回以上 2/4 を選択した対象児は 21％であった。

以上のことから，幼児は図形分数理解において，しばしば文字を使わない分数より，分割図版の枚数を手がかりとしている可能性があり，課題ごとの選択分数の傾向からピザ (円形) 提示においてこの傾向が高まる。円形の 8 分割が提示されたとき，文字を使わない分数の把握が困難になり枚数に依拠する傾向が高まることがうかがえる。四角形の 8 分割では，円形に比べて，文字を使わない分数の把握が容易であることが示唆された。分割線を描く能力の発達では，四角形の 8 分割は円形の 8 分割に比べて発達的に早く成立することが示されている。分割線を描くことが認知的に可能であることが，分数の把握につながっている可能性があると考えられる。

今回は試行ごとに理由づけを問う手続きはとらなかったが，自発的に理由を述べることもしばしば見られた。「数がおんなじ」と説明することや，6/8 提示では「数がたりない」などの発話が見られた。課題の途中で「それが 2 まいでこっちが 1 まいだから」と比例関係を

言語化する対象児も見られた。子どもは文字を使わない分数と数値的対応の間で合理的な解決を図りながら課題を解決しようとしていると考えられる。

図形の分数をアナロジーで理解する課題では，分割線のない条件での達成が先行し，そこでは文字を使わない分数に基づくいわば直観的な理解がなされる。その後に分割の明確な条件での分数理解が達成される。ここで，分割のある図形で文字を使わない分数を基に数値的な理解が図れるようになると考えられる。分割のある図形の分数理解では，文字を使わない分数と数値的な分数の対応が図れないで，数値的な対応のみに基づいて判断する段階があると考えられる。誤反応の傾向によりこのことが示唆された。

第 2 節　分数の理解に図形の形状，分割線の有無，分子の数が及ぼす影響

1. 問題

実験 1 では，分割が明瞭なカード状の四角形と円形の図形を用いて実験を行った。そのため，分割が明瞭な条件と不明瞭な条件での比較はできなかった。そこで，この実験では，分割線がある条件と，分割線がない条件で，円形と四角形の比較を行った。

第 2 実験では，Spinillo & Bryant (1999)での実験設定を用いて実験をなった。課題は分数を表す提示図形と，2 つの選択図版を示し，2 つの選択図版から提示図版と同じ分数のものを選ぶものである。提示図版は Spinillo & Bryant (1999)では円形のみであったが，本研究では図形の形状の影響を検討するために四角形の提示図版を加える。Singer-Freeman & Goswami(2001)，および，実験 1 では，提示図版は 1 つの円か四角であり，選択図版も 1 つの円か四角が分割されたものであった。本研究で使用する課題では選択図版は分離された三角の集合である。本研究では選択図版が 2 つの列からの選択であり，Singer-Freeman & Goswami(2001)などでは自分で選択図版を構成するという点でも異なっている。本研究では分数判断の課題において図形の分数理解に影響を与えると考えられる要因のうち，3 つの要因つまり，分割線の有無・図形の形状・分子数について検討を行った。対象児は Spinillo & Bryant (1999)での 6～8 歳児より年少の 4～6 歳の幼児とした。

Spinillo & Bryant (1999)では，提示図版は 12 分割の円形のみで分割線の有無の比較が行われたが，本研究では図形の形状の影響を検討するために円形と四角形との比較を行い，分割数の影響を検討するために 8 分割について検討を行った。実験 2 では 8 分割の図版を用い，円形と四角形の要因と，分割線の有無，分子の数の 3 つの要因の影響を検討した。分割線の有無では分割線のない方が，提示図版の形状では円形より四角形において分数理解が促進されると予測される。分割数については分割図産出の先行研究などでは分割数が少ないものがより早く達成されると予測される。以上の予測に基づき実験を行った。

2. 実験 2

協力者　4 歳児クラス 50 人（男子 24 人，女子 26 人，平均年齢 4 歳 11 ヶ月），5 歳児クラス 50 人（男子 27 人，女子 23 人，平均年齢 5 歳 11 ヶ月）合計 100 人である。

材料　図版の例を図 2-2 に示す。

四つ切り (542×382㎜)の青色の紙の上に，上段には，提示図版として円形のピザ（黄色，空白部分は白色：半径 60㎜：余白部分を含む外寸 140㎜×140㎜）あるいは，四角形のチョコ(茶色,空白部分は白色:90㎜×90㎜:余白部分を含む外寸 114㎜×114㎜)で,8 分割で 2/8, 4/8, または 6/8 のいずれかが示されている。下段には選択図版として 2 つの白い長方形(50㎜×210㎜)があり，それぞれの中に三角形(1 辺 30㎜の正三角形)が 6 つずつあり，そのうちの左方・あるいは右方のいくつかが上段の図形と同色（黄色または茶色）に塗られてい

る。課題は 12 枚で，6 枚はピザ，6 枚はチョコであり，それぞれ 6 枚のうち 3 枚は提示図版には分割線がなく，3 枚には分割線がある(図 2-2)。2/8,4/8,6/8 のそれぞれに対して選択図版は順に(1/4,2/4)，(2/4,3/4)，(2/4,3/4)である。選択図版の左右を入れ替えたものを用意し，協力者間でランダムになるようにした。

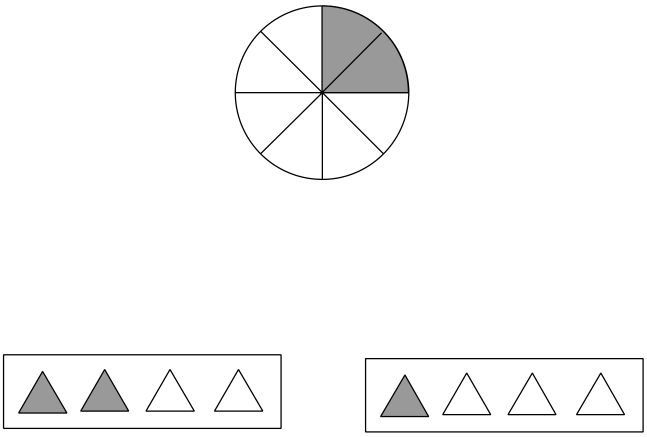


図 2-2 実験の図版の例　（提示図版 8 分割の円形・分割線あり・2/8）

手続き　次のような教示を行い，協力者に提示図版と同じ分数の選択図版を選んでもらう。提示図版が円形の場合は，「(上段の図形を指し) これはピザです。こっちの分(着色されていない部分)は食べて，こっちの分(着色されている部分)は残っています。(下段の 2 つの長方形を指し) 下にもピザの箱が 2 つあります。この箱はこっちの分(着色されていない三角)は食べて，こっちの分(着色された三角)は残っています。この箱ではこっちの分は食べて，こっちの分は残っています。上のピザと同じ分食べて，同じ分残っているのはどっちの箱でしょうか。」と教示した。提示図版が四角形の場合には「ピザ」のところを「チョコ」に置き換えて教示した。それぞれの協力者に 12 課題を実施し，提示順はランダムになるようにした。

協力者には圧迫を与えないように横に並んで座り，教示に先立ち，協力者に実験の意図を次のように説明した。「私は子どものことを勉強しています。今日は，○○ちゃんがどんなふうに考えるか教えてください。」また，実験終了時には「○○ちゃんの考えを教えてくれてありがとうございました。とってもよくわかりました。」とお礼を述べた。

3. 結果

各課題の正答率を表 2-4 に示す。協力者全体の正答率は 67.1%で，4 歳では 64.5%，5 歳では 69.7%であった。チャンスレベル(50%)との正答率の比の差の比較を行ったところ，4 歳児群，5 歳児群，全体の全てが 0.1%水準で有意であった(χ^2 (1,N=600) =29.54, χ^2 (1,N=600) =28.28, χ^2 (1,N=1200) =76.57)。

表 2-4 各課題の正答率

分割数	分割線の有無	形	分子数	正答率					
				4歳児			5歳児		
8分割	分割線なし	四角	2/8	0.780＊	0.753＊	0.707＊	0.740＊	0.753 ＊	0.733＊
			4/8	0.720＊			0.720＊		
			6/8	0.760＊			0.800＊		
		円	2/8	0.600	0.660＊		0.720＊	0.713 ＊	
			4/8	0.620			0.640＋		
			6/8	0.760＊			0.780＊		
	分割線あり	四角	2/8	0.500	0.680＊	0.583＊	0.700＊	0.700 ＊	0.660＊
			4/8	0.740＊			0.660＋		
			6/8	0.800＊			0.740＊		
		円	2/8	0.340＋	0.487		0.540	0.620 ＊	
			4/8	0.520			0.620		
			6/8	0.600			0.700＊		
合計			年齢群	0.645＊			0.697＊		
			全体	0.671＊					

＊ 5%水準有意
＋ 10%有意傾向

年齢群での正答率の比の差の検定を行ったところ，10 %水準で有意傾向があった（$Z=1.92$, $p<.10$）。そのため，年齢群ごとに分析をなった。まず，4 歳児群において分割線の有無と提示図版の形が円形のピザであるか，四角形のチョコであるか，また，提示図版の分子数の 3 要因の角変換による分散分析を行った。角変換による分散分析は Delphi を使用した。分割線の有無，提示図版の形，分子数の 3 つの主効果はいずれも 1%水準で有意であった(順に $\chi^2(1)=9.72$, $\chi^2(1)= 14.02$, $\chi^2(2) = 13.48$, いずれも $p<.01$)。また，交互作用については分割線の有無と分子数においてのみ 5%水準で有意であった($\chi^2(2)=7.08$, $p<.05$)。分割線の有無と形，形と分子数，分割線の有無と形と分子数の交互作用は有意でなかった(順に $\chi^2(1)=1.61$, $\chi 2(2)=0.55$, $\chi^2(2)=1.65$, n.s.)。同様に，5 歳児群でも 3 要因の角変換による分散分析を行った。その結果，3 つの主要因のうち分割線の有無のみが 5%水準で有意であり($\chi^2(1)= 3.85$, $p<.05$)，分子数は 10%水準で有意傾向がみられたが($\chi^2(2)= 5.09$, $p<.10$)，形の要因では有意差は認められなかった($\chi^2(1)= 2.47$, n.s.)。交互作用はいずれにおいても有意でなかった(分割線の有無と分子数，分割線の有無と形，形と分子数，分割線の有無と形と分子数の交互作用は，順に $\chi^2(1)=1.61$, $\chi^2(2)=7.08$, $\chi^2(2)=0.55$, $\chi^2(2)=1.65$, いずれも n.s.)。以上の結果から理由づけを求めない 8 分割の四角形・円形の提示で 4 歳児群では，分割線の有無，形，分子数が正答率に影響するが，5 歳児群では分割線の有無のみが影響を与えていると考えられる。

さらに，それぞれの課題で正答のチャンスレベルは 50%であり，各年齢群での各課題での正答率がチャンスレベルを有意に超えるか χ^2 検定を行った。その結果，4 歳児群では 12 課題のうち 6 課題でチャンスレベルを有意に超えた。それらは，分割線のない場合，四角形で

の 3 種の分子すべてで，円形では 6/8 のみ，分割線のある条件では四角形の 4/8,6/8 であった。分割線のある円形の 2/8 では誤答の方が多く選択されチャンスレベルとの間に有意傾向がみられた。5 歳児群では 12 課題のうち 10 課題でチャンスレベルより有意に高い正答率であり，残りのうち 2 つの課題でも有意傾向がみられ，チャンスレベルと有意差がなかったのは，分割線のある円形の 2/8,4/8 であった。

誤答について，2/8， 4/8 での誤答はそれぞれ 2/4,3/4 を選択した場合である。2/8 に対して 2/4 が選択された場合は分子数が同じであることによる選択であり，4/8 に対して(2/4, 3/4)で 3/4 が選択された場合は分子数 4 に対してより近い 3/4 が間に合わせとして選択された可能性があると考えられる。6/8 での誤答は 2/4 で，残った余白部分の個数が 2 個ずつで同じになる。このように直接的な分子数との一致，あるいは近いものが選択される誤答が生じることは実験 1 でもみられた。

5 歳児群では，8 分割では分割線のある円形以外の条件では，形，分子数などで分数判断があまり影響を受けない段階に到達していると考えられる。4 歳児群では分割線がない条件は分割線がある条件より，円形が四角形より，分子数が少ない方が困難であることが分かった。5 歳児群では分割線のある円形で分子数が少ない時が他の課題に比べて困難であった。幼児の分数判断に対して分割線の有無，形状，分子数の 3 つの要因は，これまでの研究から予測された方向で影響を及ぼすことが明らかになった。

4. 考察

協力者全体の正答率は 67.1%で，4 歳では 64.5%，5 歳では 69.7%であった。チャンスレベルより，有意に高い正答率が示され，就学前児において分数判断が可能であることが示唆され，これまでの幼児期の分数判断の研究に沿った傾向が示された。幼児の分数判断に影響を与える要因についての検討を行った。

まず，分割線の有無については，5 歳児においても分割線がある円形が最も困難な課題であり，分割線があることが分数判断に影響を及ぼし，分割線のない分数判断が分割線のある分数判断より発達的に先行することが示された。幼児の分数判断において分割線の有無は分数判断のいくつかの要因の 1 つであると考えられる。この結果は，Singer-Freeman & Goswami (2001) , Spinillo & Bryant (1999)などの先行研究の結果と一致した。分割線の有無が幼児の分数判断に影響を及ぼすのは，分割線のある場合には図示的・空間的な分数判断より，直接的な数値の対応が優先される傾向があるためと考えられた。

分数判断の要因として形の要因については，4 歳児で有意差をもたらしたが，5 歳児では有意差はなかった。8 分割は，5 歳児では分割線のある円形以外では分数判断は困難ではなく，形の要因が差をもたらさない。4 歳児では 8 分割において円形は四角形に比べて分数判断が難しくなる。8 分割以上では四角形では頂点が分割線の起点となるが，円形では分割線の起点となる頂点がなく，分数判断が困難になると考えられる。

次に，分子数の要因について，この実験で，4 歳児で有意差を，5 歳児で有意傾向をもた

らした。分子の数が少ない時に正答率が下がることが確認された。この結果は，Spinillo & Bryant (1999)，Singer- Freeman & Goswami(2001)，実験 1 の結果と一致した。分子の数が少ない時には図示的・空間的な分数よりも直接的な数値の対応によって判断が行われやすくなる。

幼児期の分数判断は直観的な分数判断から，分子の数の直接的な対応に基づく判断に至る段階にあると考えられる。

分数理解の発達段階において，図示的・空間的な分数に基づく判断と数値的な共変関係が把握できる段階へ徐々に移行して行くと考えられる。数値的な共変関係の理解のためには数値的な対応にも目が向けられる必要があるであろう。図示的・空間的な分数判断としてまず直観的な理解があり，次に数値のみに依存する段階があって，最終的に図示的・空間的な分数判断と数値的な共変関係の理解の段階に移行していくと推測される。このとき，図形の形状や分割数，分子数の把握のしやすさによって，分数の判断が次第に正確になっていくと考えられる。この移行期ではこれらの要因により，数値的な関係に目を向けるようになることも分数理解に必要で重要な段階であると考えられる。

第３節　分数の理解に分子の数が及ぼす影響
—分数の対応を強調する分割線が及ぼす影響

1. 問題

実験 1，実験 2 において，分割線の有無と形状の影響について検討してきた。どちらの実験においても分子の数の少ないときに正答率が下がることが見られた。この結果は，Singer-Freeman & Goswami (2001)でも同様な結果が得られていた。そこで，分子の数の要因に注目した。これまでの研究において，分子の数によって，正答率が異なる結果が得られてきた。特に，分子数が少ないときに，分母の数によらず，正答率が下がることが検出されている。そこで実験 3 では，なぜ，分子の数によって，正答率が異なるのかについての検討を行った。

分子数が小さいときに，分数の判断が求められると，例えば，2/8 が提示されれば，分子数の 2 との対応で，2/4 が選ばれやすい。分子の数に注意が集中し，空間的な大きさの比率（分数）に注意が向きづらくなる。もし，空間的な大きさの分数に注意を向けるような状況であれば，分子数の少ない場合にも，誤答が減少するのではないだろうか。分割線が 8 分割の時は，4 本の分割線は同じ太さで示されている。そこで，4 本の線のうち 2 本を太くして，2/8 の図版で 1/4 の分割線を太く示すことで，空間的な大きさの分数に注目が集めることで，分子数の小さいときに誤答が減るということを仮説として実験を行った。

実験 3 では，分割線の太さを変えて，提示図版と選択図版の間の対応がつけやすいような手がかりを与えて，実験を行った。Spinillo & Bryant (1999)や Singer-Freeman & Goswami (2001)等の実験では，提示図版が 8 分割であるときに選択図版が 4 分割，あるいは提示図版が 12 分割であるときに選択図版が 6 分割で実験が行われてきた。つまり，選択図版と提示図版の間で通分が必要になる。通分に手がかりを与えるように，たとえば，提示図版が 8 分割であるとき，その分割線のうち，4 分割を示す線のみを太い線として，4 分割である提示図版との比較がたやすくなるようにした。このときに，正答率がどのようになるのかを検討した。太い線で提示図版と選択図版の分数の対応をつけやすくすることで分数の同値判断が容易になり，正答率がこれまでの研究より高くなることを予測した。

2. 実験 3

協力者　4 歳児クラス 39 人(平均年齢 4 歳 10 ヶ月)，5 歳児クラス 41 人 （平均年齢 5 歳 10 ヶ月)合計 80 人である。

材料　四つ切り(542×382㎜)の青色の紙の上に，上段には，提示図版として円形のピザ(黄色) あるいは四角形のチョコ(茶色)がおかれている。円形のピザは（黄色：半径 60㎜ で，空白部分は白色：余白部分を含む外寸 140㎜×140㎜) である。四角形のチョコは(茶色:90㎜×90㎜ あるいは 90㎜×145㎜：，空白部分は白色：余白部分を含む外寸 114㎜×114㎜ あるいは，114㎜×160㎜)である。青色の紙の下段には選択図版として 2 つの白い長方形(50㎜×

210㎜)がある。それぞれの中に三角形(1 辺 30㎜ の正三角形)が 4 つずつあり，そのうちの左方・あるいは右方のいくつかが上段の図形と同色の黄色（あるいは茶色）に塗られている（図 2-3)。

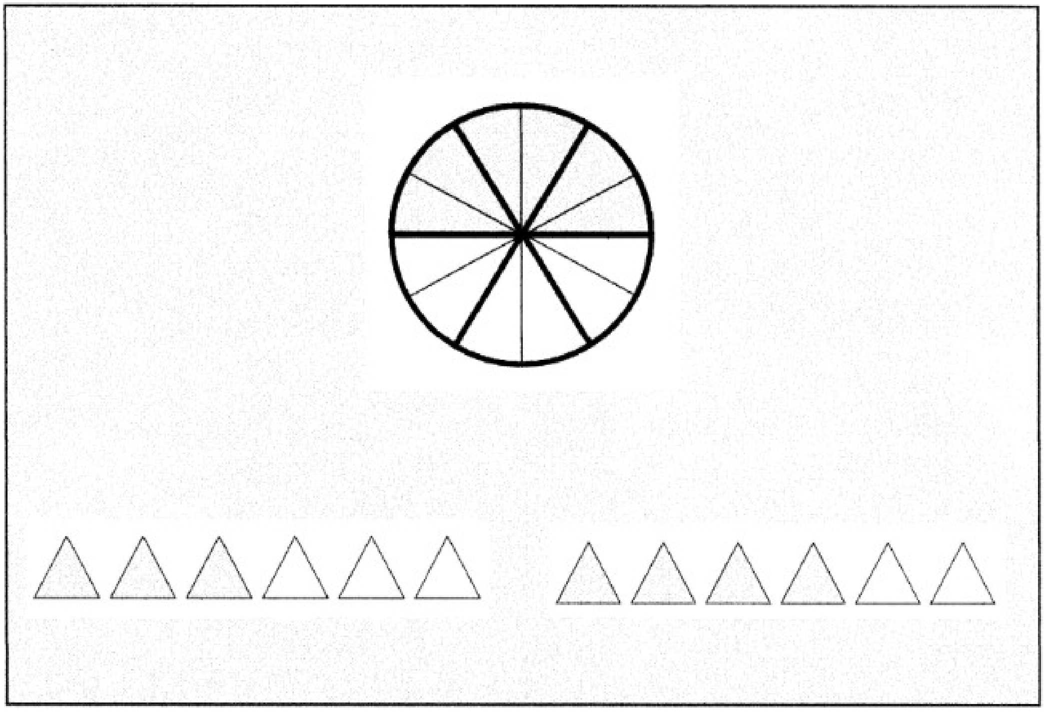


図 2-3　提示図版と選択図版

提示図版の分割線は太さ 0.67pt(0.24㎜)で，2 つずつの分割部分を囲む分割線は 6pt(2.12㎜)とした。課題は 8 枚である。提示図版の分割数は 8 分割と 12 分割である。提示図形は円形(ピザ)と四角形(チョコ)である。示される分数は8分割については円形2/8,4/8,四角形 2/8,4/8 である。

それぞれに対して選択図版は順に(1/4,2/4)と (2/4,3/4)である。12 分割については，円形 2/12,6/12,四角形 2/12,6/12 である。それぞれに対して選択図版は順に(1/6,2/6)と(2/6,3/6)である。

手続き　次のような教示を行い，協力者に提示図版と分数の同値の選択図版を選んでもらう。「(上段の図形を指し) これはピザ（チョコ）です。こっちの分(着色されていない部分)は食べて，こっちの分(着色されている部分)は残っています。(下段の 2 つの長方形を指し) 下にもピザ（チョコ）の箱が 2 つあります。この箱はこっちの分(着色されていない三角)は食べて，こっちの分(着色された三角)は残っています。この箱ではこっちの分は食べて，こっちの分は残っています。上のピザ（チョコ）と同じ分食べて，同じ分残っているのはどっちの箱でしょうか。」と教示した。それぞれの協力者に 8 課題を実施し，提示順はランダムになるようにした。実験はビデオで録画した。

協力者には圧迫を与えないように横に並んで座り，教示に先立ち，協力者に実験の意図を次のように説明した。「私は子どものことを勉強しています。今日は，〇〇ちゃんがどんなふうに考えるか教えてください。」また，実験終了時には「〇〇ちゃんの考えを教えてくれてありがとうございました。とってもよくわかりました。」とお礼を述べた。

3. 結果

協力者全体の正答率は84.6%で，4歳では84.6%，5歳では88.1%，全体では86.4%であった（表2-8）。

表2-8　分数の対応を強調する分割線の課題の正答率

図版	円形		四角形		円形		四角形		全体
分数	2/8	4/8	2/8	4/8	2/12	4/12	2/12	4/12	
4歳児	0.692	0.846	0.897	0.923	0.744	0.872	0.821	0.974	0.846
5歳児	0.805	0.854	0.878	0.927	0.732	0.976	0.878	1.000	0.881
合計	0.750	0.850	0.888	0.925	0.738	0.925	0.850	0.988	0.864

チャンスレベル(50%)との正答率の比の差の比較を行ったところ，4歳児群，5歳児群，全体の全てが0.1%水準で有意であった（χ^2（1,N=624）=74.38，χ^2（1,N=656）=111.46，χ^2（1,N=1280）=195.57)。年齢群での正答率の比較を行ったところ，有意差は見られなかった（χ^2 （1,N=640）=1.662，n.s.）。そのため，2つの年齢群を合わせて全体で分析を行った。8分割での4つの課題での正答率は85.3%，12分割の4つの課題では87.5%であった。8分割の円形の課題では 2/8,4/8 の順に 75%,85%，8 分割の四角形の課題では同順に，88.75%,92.5%であった。12分割の円形の課題では2/12,6/12の順に73.75%,92.5%,12分割の四角形の課題では同順に，85%，98.8%であった。

分割数と提示図版の形と提示図版の分子数の 3 要因で角変換による分散分析を行った。角変換による分散分析はDelphiを使用した。分割数の主効果は有意ではなかった。提示図形の形，提示図版の分子数の 2 つの主効果はいずれも 0.1%水準で有意であった(順にχ^2(1)=14.75，χ^2 (1)=21.70，いずれもp<.001)。交互作用については分割数，分子数の間でのみ有意であった（χ^2 (2)=5.06，p<.05)。

4. 考察

本実験では，8分割と12分割の提示図版を使用し，4あるいは6個の三角形からなる選択図版2枚から1つを選ばせる分数理解の実験を行った。提示図版で分割線を0.67pt(0.24mm)の太さと2つずつの分割部分を囲む分割線は6pt(2.12mm)とした。

分割数の主効果は有意ではなかった。提示図形の形，提示図版の分子数の2つの主効果は

いずれも 0.1%水準で有意であった。つまり，8 分割であることと 12 分割であることは差をもたらさないが，円形か四角形かという形状の要因と分子数の大小は影響を及ぼし，四角形より円形，分子数が大より小で誤答が多くなることが示された。

分割線の太さを変えて，分数の大きさの対応を明瞭にしても，分子が小さいときに誤答が多い傾向は変わらなかった。

この実験 3 での 4～6 歳児で正答率は 86.4%で，分数を容易に判断できることが示された。これらの正答率は実験 1，実験 2 と同じような年齢での正答率 60～70%より高いといえるであろう。太い線で提示図版と選択図版の分数の対応をつけやすくすることで分数の同値判断が容易になり，正答率がこれまでの研究より高くなること示唆されたと言える。

どの課題でも正答率は全ての課題でチャンスレベルを超えていた。これは，今までの研究で，分子数が小さいときには正答率がチャンスレベルを下回ることとは異なった結果となっている。太い線を使って，対応を図りやすくすることは正答率を挙げる効果を持っていると言えるだろう。

しかし，正答率が全ての課題で 100%に近くなっているわけではない。円形か四角形かでも正答率は有意に異なった。また，分子数が小さい場合にも円形か四角形かで正答率は異なっている。太い線を分使用して，提示図版と選択図版の分数の対応をつけやすくしても，やはり，分子数の少ないときにはエラーが生じやすい。なぜ，分子数が小さいときには，エラーが生じやすいのか更なる検討が必要であろう。

幼児の分数判断の誤答が生じる原因は，空間的な分数判断より，直接的な数値の対応が優先される傾向があるためと考えられた。そして，分割線がない場合よりある場合の方が直接的な数値の対応が優先される。また，分子の数が少ない場合には，空間的な分数よりも直接的な数値の対応によって判断が行われやすくなる。

数が小さい時での数の大きさの判断にサビタイジングという現象がある。サビタイジングは 1～4 までの少ない数を短い時間で把握する能力であり，幼児の数を判断する能力に大きな要因となっていると考えられている(Hannula, Räsänen & Lehtinen. 2007: Hannula, Leola & Lehtonen, 2010）。提示図版の 2/8 の分子の数は提示図版 6/8 の分子の数より判断にかかる時間が非常に早く判断されると考えられる。分子数が小さいときに正答率が下がることと，サビタイジングとの関連についても今後，検討する必要があるだろう。しかし，サビタイジングは一般的には 4～5 の数値に関しておきる現象とされている。したがってサビタイジングだけでは説明できないであろう。

Piaget & Szeminska (1941)は，1 つの花瓶に対して 2 つの花を入れるという課題について研究している。数と数の対応を図ることは幼児期から見られることであり，数と数で対応させようというモ地ベーションが発達早期より見られると考えることができうるであろう。数が小さいときに数と数との対応を図ろうとする傾向が強く発揮されることが，分子数が少ないときにエラーを起こしやすい傾向につながっている可能性も考えられる。

なぜ，分子数が小さいときにエラーが生じやすいかについて分割線の太さを要因として

比較実験を行い，分割線が分数理解にどのような影響を及ぼすかを検討する必要があるであろう。

第 4 節　全体的考察

実験 1 では，4～6 歳児を対象に，円形のピザと四角形のチョコとの紙の図版とチョコの模型のチップを用いて，各図版は分割線で切り離して分割を明示する条件で，4 分割・8 分割の間のアナロジーによる分数理解について検討した。全体での正答率は 63.94%，4 歳児では 65.89%，5 歳児では 62%であり，年齢の差はみられなかった。全体の正答率は，8 分割の提示図版が円形のピザであるか四角形のチョコであるかによって異なり，ピザの場合の平均は 43.78%，チョコの場合の平均は 84.11%であり，また選択図版が 4 分割の円形か四角形かまたはチップであるかによって差は生じないことが明らかになった。

等分割の産出の先行研究からは分割数によって発達的な差があること，形状によっても円形と四角形では特に 8 分割において，四角形が円形に発達的に先行することが示されているが(Pothier & Sawada, 1983)，実験 1 の結果から，図形の分数理解においても 8 分割の円形は，8 分割の四角形より発達的に遅いことが示された。

実験 2 では 8 分割の図版を用い，円形と四角形の要因と，分割線の有無，分子の数の 3 つの要因の影響を検討する。分割線の有無では分割線のない方が，提示図版の形状では円形より四角形において分数理解が促進されると予測された。

協力者全体の正答率は 67.1%で，4 歳では 64.5%，5 歳では 69.7%であった。チャンスレベルより，有意に高い正答率が示され，就学前児において分数判断が可能であることが示唆され，これまでの幼児期の分数判断の研究に沿った傾向が示された。幼児の分数判断に影響を与える要因についての検討を行った。

分割線の有無については，5 歳児においても分割線がある円形が最も困難な課題であり，分割線があることが分数判断に影響を及ぼし，分割線のない分数判断が分割線のある分数判断より発達的に先行することが示された。幼児の分数判断において分割線の有無は分数判断のいくつかの要因の 1 つであると考えられる。この結果は，Singer-Freeman & Goswami (2001)，Spinillo & Bryant (1999)などの先行研究の結果と一致する。分割線の有無が幼児の分数判断に影響を及ぼすのは，分割線のある場合には図示的・空間的な分数判断より，直接的な数値の対応が優先される傾向があるためと考えられた。

分数判断の要因として形の要因については，4 歳児で有意差をもたらしたが，5 歳児では有意差はなかった。8 分割は，5 歳児では分割線のある円形以外では分数判断は困難ではなく，形の要因が差をもたらさない。4 歳児では 8 分割において円形は四角形に比べて分数判断が難しくなる。8 分割以上では四角形では頂点が分割線の起点となるが，円形では分割線の起点となる頂点がなく，分数判断が困難になると考えられる。

次に，分子数の要因について，この実験で，4 歳児で有意差を，5 歳児で有意傾向をもたらした。分子の数が少ない時に正答率が下がることが確認された。この結果は，Spinillo & Bryant (1999)，Singer- Freeman & Goswami(2001)，実験 1 の結果と一致する。分子の数が少ない時には図示的・空間的な分数よりも直接的な数値の対応によって判断が行われやす

くなる。そこで，実験 3 では，なぜ，分子の数によって，正答率が異なるのかについての検討を行った。

分子数が小さいときに，分数の判断が求められると，例えば，2/8 が提示されれば，分子数の 2 との対応で，2/4 が選ばれやすい。分子の数に注意が集中し，空間的な大きさの比率（分数）に注意が向きづらくなる。もし，空間的な大きさの分数に注意を向けるような状況であれば，分子数の少ない場合にも，誤答が減少するのではないだろうか。分割線が 8 分割の時は，4 本の分割線は同じ太さで示されている。そこで，4 本の線のうち 2 本を太くして，2/8 の図版で 1/4 の分割線を太く示すことで，空間的な大きさの分数に注目が集めることで，分子数の小さいときに誤答が減るということを仮説として実験を行った。

実験 3 では，8 分割と 12 分割において，分割線の太さを変えて，提示図版と選択図版の間の対応がつけやすいような手がかりを与えて，実験を行った。

その結果，8 分割であることと 12 分割であることは差をもたらさないが，円形か四角形かという形状の要因と分子数の大小は影響を及ぼし，四角形より円形，分子数が大より小で誤答が多くなることが示された。分割線の太さを変えて，分数の大きさの対応を明瞭にしても，分子が小さいときに誤答が多い傾向は変わらなかった。

この実験 3 での 4～6 歳児で正答率は 86.4％で，分数を容易に判断できることが示された。これらの正答率は実験 1，実験 2 と同じような年齢での正答率 60～70%より高いといえるであろう。太い線で提示図版と選択図版の分数の対応をつけやすくすることで分数の同値判断が容易になり，正答率がこれまでの研究より高くなること示唆されたと言える。

図形に関する分数理解に関する一連の研究と第 1，第 2，実験 3 の結果から，図形の分数理解に関連する 4 つの要因があると考えられる。第 1 の要因は，分割線の有無である。これは，非連続量か連続量かの問題としてとらえられ(Singer-Freeman & Goswami，2001)，分割線のないもの，つまり連続量の分数理解が発達的に先行すると考えられる。分割線のない円の 4 分割の加減算は 4 歳で可能である(Mix，Levine & Huttenlocher，1999)。3～4 歳で，分割線が明瞭でない円形のピザの 4 分割･8 分割の間の分数のアナロジーは，仕切りの入ったチョコレートが含まれるアナロジー課題より容易であった(Singer-Freeman & Goswami，2001)。12 分割の円での分数と 6 つの三角形の列での分数では，円に分割線がなければ 6 歳で，分割線があれば 7～8 歳で可能になる(Spinillo & Bryant，1999)。これらの研究から，分割線があることによって，幼児の分数理解で困難さが増すことが示唆される。図形に分割線が入ることで子どもの分数理解についての直感的な判断が妨げられることがあると考えられる。第 2 の要因は図形の分割数である。図形分数の研究は 2 の倍数を中心に研究されているが，分割数が増加すると分数理解の達成年齢が上昇する傾向が見られる。分割線がある状態の円形で比較すると，本研究の実験では 4 分割の提示図版は正答率の差をもたらさず，8 分割の選択図版によって正答率の差が生じたことから，4 分割の理解が 8 分割に先行することが示された。分割のある円形の 12 分割の分数理解は 7～8 歳になるまで成立しない(Spinillo & Bryant，1999)。第 3 の要因は図形の形状である。これまでの研究で図形の

形状を比較した研究は少なかったが，本実験で，四角形の 8 分割の理解は円形の 8 分割の理解に先行することが示された。第 4 の要因は分子数である。実験 3 でも，提示図版の分数と選択図版の分数の対応がつけやすいように，選択図版の分割線の太さを変えて実験を行ったが，その条件でも分子の数が少ない時に正答率が下がることが確認された。この結果は，Spinillo & Bryant (1999)，Singer- Freeman & Goswami(2001)，実験 1 の結果と一致する。分子の数が少ない時には図示的・空間的な分数よりも直接的な数値の対応によって判断が行われやすくなることが示唆された。

第 3 章　分数を説明する能力の発達

第１節　分数を説明する能力の発達

1. 問題

分数による初期の計算能力やアナロジーによる分数理解や，分数判断などに関する研究から，幼児期で初期の分数理解が可能であることが示されてきた。

しかし，分数の説明能力の発達についての研究はそれほど多く行われてこなかった。分数のアナロジーによる理解や分数の等値の判断について，その理由を聞くことはあまり行われてこなかった。分数の判断の一方でそれをどう説明するかという問題もあるであろう。

Spinillo & Bryant (1999)では，判断についての言語的説明を 6～8 歳児に求めている。言語的説明は非数値的・数値的・複合的と前分数的・分数的の 2 次元で分類され，分割線のある課題では分割線のない課題ではみられない数値的な説明が多く，6 歳よりも 7～8 歳で分数的な説明が増加することを見出している。しかし，幼児期の分数の説明能力についての研究はあまり行われていない。そこで，実験 4 では，幼児期に分数の説明能力がいかに発達するかについての検討を行った。

実験 4 では Spinillo & Bryant (1999)での実験設定を用いて実験を行った。実験では Spinillo & Bryant (1999)と同様の 12 分割で理由づけを求めることを 4～6 歳児に対して行った。課題は分数を表す提示図と，2 つの選択図を示し，2 つの選択図から提示図と同じ分数のものを選ぶものであった。提示図は Spinillo & Bryant (1999)では円形のみであったが，本研究では図の形状の影響を検討するために四角形の提示図を加えた。課題の提示図は 1 つの円形か四角形であり，選択図は複数の三角からなる 2 つの列であった。Singer-Freeman & Goswami(2001)では提示図は 1 つの円か四角であり，選択図も 1 つの円か四角が分割されたものであった。本研究で使用する課題では選択図は分離された三角の集合である。本研究では選択図が 2 つの列からの選択であり，Singer-Freeman & Goswami (2001)などでは自分で選択図を構成するという点でも異なっている。本研究では分数判断の課題において図の分数理解に影響を与えると考えられる要因のうち，3 つの要因つまり，分割線の有無・図の形状・分子数にもとづいて，分数の説明能力について検討した。対象児は Spinillo & Bryant (1999)での 6～8 歳児より年少の 4～6 歳の幼児とした。

2. 実験 4

協力者　4 歳児クラス 50 人（男子 28 人，女子 22 人，平均年齢 4 歳 10 ヶ月），5 歳児クラス 50 人（男子 28 人，女子 22 人，平均年齢 5 歳 10 ヶ月）合計 100 人である

材料　四つ切りの青色の紙の上に，上段には，提示図として円形のピザ（黄色）あるいは四角形のチョコ(茶色)で，12 分割で 2/12,6/12,8/12 のいずれかが示されていた。下段には選択図として 2 つの白い長方形があり，それぞれの中に三角形が 4 つずつあり，そのうちの左方・あるいは右方のいくつかが上段の図と同色（黄色または茶色）に塗られている。課題は 12 枚で，6 枚はピザ，6 枚はチョコであり，それぞれ 6 枚のうち 3 枚は提示図に分割線

がなく，3 枚は分割線がある。2/12,6/12,8/12 のそれぞれに対して選択図は順に(1/6,2/6)，(2/6,3/6)，（2/6,4/6)である。図の大きさは提示図の四角形（12 分割）を除いて実験 2 に同じである。提示図の四角形(12 分割)は(90㎜×135㎜:余白部分を含む外寸 114㎜×164㎜)である。

手続き　手続きは実験 2(第 2 章)に同じであり，各課題で協力者が選択した後で，「どうしてこっちだと考えたのか教えてください。」と理由を聞いた。それぞれの協力者に 12 課題を実施し，提示順はランダムになるようにする。

3. 結果と考察

各課題の正答率　各課題の正答率を表 3-1 に示す。協力者全体の正答率は 76.3%で，4 歳では 73.7%，5 歳では 78.8%であった。

表 3-1　各課題の正答率

分割数	分割線の有無	形	分子数	正答率 4歳児			正答率 5歳児		
12分割	分割線なし	四角	2/12	0.600	0.767 ＊	0.760 ＊	0.760 ＊	0.853 ＊	0.813 ＊
			6/12	0.800 ＊			0.860 ＊		
			8/12	0.900 ＊			0.940 ＊		
		円	2/12	0.520	0.753 ＊		0.580	0.773 ＊	
			6/12	0.880 ＊			0.880 ＊		
			8/12	0.860 ＊			0.860 ＊		
	分割線あり	四角	2/12	0.600	0.800 ＊	0.713 ＊	0.680 ＊	0.833 ＊	0.763 ＊
			6/12	0.860 ＊			0.940 ＊		
			8/12	0.940 ＊			0.880 ＊		
		円	2/12	0.200 ＊	0.627 ＊		0.320 ＊	0.693 ＊	
			6/12	0.800 ＊			0.860 ＊		
			8/12	0.880 ＊			0.900 ＊		
合計			年齢群			0.737 ＊			0.788 ＊
			全体						0.763 ＊

＊　5%水準有意
＋　10%有意傾向

年齢群での正答率の比較を行ったところ，5 %水準で有意差があった(χ^2(1,N=1200)=4.42，p<.05)。そのため，年齢群ごとに分析を行った。まず，4 歳児群において，分割線の有無と提示図の形と提示図の分子数の 3 要因の角変換による分散分析を行った。提示図の形,分子数の 2 つの主効果はいずれも 1%水準で有意であった(順にχ^2(1)=6.85，χ^2(2) = 106.01，どちらも p<.01)。分割線の有無の主効果は有意ではなかった(χ^2(1)=1.19，n.s.)。また，交互作用については分割線の有無と形，形と分子数は 5%水準で有意であった(順にχ^2(1)=5.53，χ^2(2)=7.25，χ^2(2) =1.65，いずれも p<.05)。交互作用については分割線の有無と分子数においては 10%水準で有意傾向があった(χ^2(2)=5.23，p<.10)。分割線と形と分子数の交互作用は有意でなかった(χ^2(2)=2.21，n.s.)。同様に，5 歳児群でも 3 要因の角変換による分散分析を行った。その結果，提示図の形，分子数の 2

つの主効果はいずれも 1%水準で有意であった(順にχ^2 (1)=9.92, χ^2 (2) = 70.20, p<.01)。分割線の有無の主効果は有意ではなかった(χ^2 (1) =1.42, n.s.)。また，交互作用については分割線の有無と形の効果は有意でなかった(χ^2 (1) =0.50, n.s.)。形と分子数の交互作用は 5%水準で有意であった(χ^2 (2)=6.93, p<.05)。分割線の有無と分子数の交互作用においては 10%水準で有意傾向があった(χ^2 (2)= 5.49, p<.10)。分割線と形と分子数の交互作用は有意でなかった(χ^2 (2)=3.82, n.s.)。12 分割の四角形・円形の提示で理由を聞いた場合，4 歳児群では，形，分子数が正答率に影響するが，分割線の有無は形との交互作用において有意な影響を及ぼす。5 歳児群では形，分子数が正答率に影響するが，分割線の有無は主効果，交互作用ともに有意でないことが示された。

さらに，各年齢群での各課題での正答率がチャンスレベルを超えるかについてχ^2検定を行った。その結果，4 歳児群では 12 課題のうち 8 課題で有意にチャンスレベルを超えた。チャンスレベルを超えなかったのは分割線の有と無,形は四角形と円形の組み合わせの 4 種の課題のそれぞれで分子数が 2/12 の条件であった。特に，分割線のある円形 2/12 の条件では正答率は 0.2 となり，むしろ誤答が多く選択され，チャンスレベルとの差が有意であった。5 歳児群では 12 課題のうち 10 課題で有意にチャンスレベルを超え，分割線の有と無の両条件での円形の 2/12 においてのみ，正答率はチャンスレベルを有意に超えなかった。分割線のある円形の 2/12 では正答率は 0.32 でチャンスレベルより低く差は有意であった。2/12 での誤答は 2/6 を選択した場合である。つまり，分子の数が一致している選択であった。分子数が小さい時に数値的な対応に基づいて選択が行われる傾向がみられた。本実験でも，Spinillo & Bryant (1999)と同様に円形の 12 分割では分子の数が少ない時に正答率が下がることがみいだされた。

ここで，実験 2 の結果と比較し検討をする。実験 2 では 8 分割で四角形・円形の図版で，分割線のあり・なしの条件で，理由は聞かないで実験を行った。結果について形状，分割線の有無，分子数の 3 要因の分散分析を行った。4 歳児では形状，分割線の有無，分子数の 3 つの要因が有意であった。5 歳児では分割線の有無のみが有意であった。

この実験 4 では 12 分割で四角形・円形の図版で，分割線のあり・なしの条件で，理由を聞く条件で実験を行った。結果について，同様に，形状，分割線の有無，分子数の 3 要因の分散分析を行った。4 歳児，5 歳児ともに形状と分子数が有意であった。

実験 2 では，4 歳児・5 歳児ともに分割線の有無の要因は有意であったのに，実験 4 では分割線の有無の要因は有意にならなかった。8 分割か 12 分割か，理由を聞かなかったか聞いたかの 2 つの要因が関連しているので，どちらの要因の影響か，相互作用かは明らかではない。一つの可能性は，12 分割になることで分割線が細かく，幼児では分子数を数えるモチベーションが減少し，分割線がたくさんあることが，結果的に分割線があることとあまりかわらない，数える手がかりが目立たない条件になってしまった可能性がある。また，別の可能性として，理由を聞かれることが各試行で繰り返されたので，「数える」モチベーションが，分割線のない条件でも高くなり，分割線の有無の条件の影響が出にくくなった可能性

があるだろう。

理由の分類　次に理由について分類を行った。理由の分類の基準は以下のとおりである。

＜理由の分類の基準＞

数による理由：「こっちが 2 こで，こっちも 2 こだから。」

量による理由：「こっちが小さくて，こっちも小さいから。」

数量混合の理由：「こっちが小さくて，こっちも小さくて，こっちが 1 こでこっちも 1 こだから。」

数の分数：「こっちが 1 こと 5 こ，こっちも 1 こと 5 こだから。」

量の分数：「こっちは大きいほうと小さいほう，こっちも大きいほうと小さいほうだから。」

その他の理由「すぐ分かった。」

2 名の評定者が独立に分類を行い一致しなかったものについては合議で分類を決定した。一致率は 92.0%であった。分類の結果は表 3-2 のようになった。

まず数による理由について出現率は全体で 37.6%，4 歳児で 33.0%，5 歳児で 42.2%であり，量による理由は全体で 27.2%，4 歳児で 29.7%，5 歳児で 24.7%であった。数と量の両方に言及した場合を数量混合としたが，これは全体で 5.4%であった。数の分数，量の分数を理由としたのは全体でそれぞれ 0.3%,0.1%であった。その他と分類したものは「すぐにわかった」などであり全体で 18.9%，無回答が全体で 10.5%であった。数による理由，量による理由の出現分数を合計すると全体で 64.8%であった。

そこでこの 2 つの理由の出現率について年齢差を検討する。角変換による 2 要因の分散分析を行ったところ，数の理由・量の理由の要因は 0.1%水準で有意であった（$\chi^2(1)=29.81$, $p<.001$）。年齢の主効果は差が有意でなかった（$\chi^2(1)=0.89$, n.s.）。交互作用は 0.1%水準で有意であった（$\chi^2(1)=13.69$, $p<.001$）。ライアン法による下位検定では 4 歳の数と量の間では有意差がみられなかったが，5 歳の数と量の間では 0.1%水準，4 歳の数と 5 歳の数の間では 0.1%水準で有意であり，4 歳の量と 5 歳の量の間では 10%水準で有意傾向であった。つまり，全体で数の理由づけが量に比べて出現率が有意に高く，5 歳児でその傾向が顕著であることが示された。

さらに分割線の有無によって，数による理由の出現率は，4 歳において分割線のなしでは 21.3%，分割線ありで 44.7%，5 歳において分割線のなしでは 35.7%，分割線ありで 48.7%，量による理由の出現率は，4 歳において分割線のなしでは 37.7%，分割線ありで 21.6%，5 歳において分割線なしでは 30.3%，分割線ありで 19.0%であった。分割線の有無によって，数による理由と量による理由の出現率に差があるかどうかを χ^2 検定によって調べた。

分割線の有無に関して，4 歳の数および量，5 歳の数および量の間には 1%水準で差が有意であった（順に $\chi^2(1, N=198)=36.94$，$\chi^2(1, N=178)=18.40$，$\chi^2(1, N=253)=10.40$，$\chi^2(1, N=148)=10.37$，すべて $p<.01$）。数による理由は分割線のある条件で，量による理由は分割線がない条件で有意に多く出現することが示された。

表 3-2　理由の分類

年齢群	分割数	分割線の有無	形	分子数	数	量	数量混合	数の分数	量の分数	その他	無回答
					理由の分類(人数)						
4歳児	12分割	分割線なし	四角	2/12	15	14	6	0	0	10	5
				6/12	11	20	1	0	0	12	6
				8/12	7	26	0	0	0	12	5
			円	2/12	14	16	7	0	0	8	5
				6/12	12	13	8	0	0	13	4
				8/12	5	24	1	0	0	18	2
		分割線あり	四角	2/12	30	4	3	0	0	10	3
				6/12	25	9	3	0	0	7	6
				8/12	22	8	4	0	0	11	5
			円	2/12	28	9	1	0	0	7	5
				6/12	11	21	2	0	0	10	6
				8/12	18	14	2	0	0	11	5
	合計				198	178	38	0	0	129	57
	(%)				33.0	29.7	6.3	0	0	21.5	9.5
5歳児	12分割	分割線なし	四角	2/12	29	10	1	0	0	6	4
				6/12	17	16	3	0	0	8	6
				8/12	15	20	2	0	0	5	8
			円	2/12	17	14	3	0	0	8	8
				6/12	17	12	4	0	0	11	6
				8/12	12	19	1	0	0	11	7
		分割線あり	四角	2/12	35	5	1	1	0	5	3
				6/12	35	3	1	1	0	6	4
				8/12	25	8	2	1	0	8	6
			円	2/12	28	7	2	1	0	8	4
				6/12	13	17	2	0	1	10	7
				8/12	10	17	5	0	0	12	6
	合計				253	148	27	4	1	98	69
	(%)				42.2	24.7	4.5	0.7	0.2	16.3	11.5
合計					451	326	65	4	1	227	126
(%)					37.6	27.2	5.4	0.3	0.1	18.9	10.5

提示図に分割線がない場合にも数による理由を挙げることがみられたが，それらは円形の分割線のない 2/8 で「1 こと 1 こみたい。」(6 歳 2 か月)，6/8 で「こっちとこっちがいっしょみたい，3 こと 3 こだから。」(5 歳 7 か月)など，選択図の個数を手掛かりにする理由であった。

次に，理由が数であるか量であるかと反応の正誤との関連の検討を年齢群ごとに行った。4 歳児群では数を理由とした子どもの割合は，正答のうち 31.3%，誤答のうち 37.6%で，量を理由とした子どもの割合は，正答のうち 32.6%，誤答のうち 21.8%であった。数の理由が挙げられた割合と，量の理由が挙げられた割合を正答群と誤答群のそれぞれで χ^2 検定により比較したところ，数では 10%の有意傾向がみられた（χ^2 (1,N=198)=2.87，p<.10)。量では 5%の有意差がみられた（χ^2 (1,N=178)= 2.87，p<.05)。数を理由とする割合は正答群より誤答群が高い傾向が，量を理由とする割合は逆に正答群のほうが誤答群より有意に高かった。

5 歳児群では数を理由とした子どもの割合は正答のうち 41.2%，誤答のうち 45.7%で，量を理由とした子どもの割合は，正答のうち 27.1%，誤答のうち 15.7%であった。数の理由が挙げられた割合と，量の理由が挙げられた割合をそれぞれ正答群と誤答群で χ^2 検定により比較したところ，数の理由では有意差がみられず（χ^2 (1,N=253)=1.08，n.s.)。量の理由では 5%の有意差がみられ（χ^2 (1,N=148)=9.19，p<.05)，量を理由とする割合は正答群のほうが誤答群より有意に高かった。

本研究の結果をまとめると，協力者全体の正答率は 76.3%で，4 歳では 73.7%，5 歳では 78.8%であった。12 分割の四角形・円形の提示で理由を聞いた場合，4 歳児群では，形，分子数が正答率に影響するが，分割線の有無は形との交互作用において有意な影響を及ぼした。5 歳児群では形，分子数が正答率に影響するが，分割線の有無は主効果，交互作用ともに有意でないことが示された。分子数が小さい時に数値的な対応に基づいて選択が行われる傾向がみられた。本実験でも，Spinillo & Bryant (1999)と同様に円形の 12 分割では分子の数が少ない時に正答率が下がることがみいだされた。

さらに，分数の判断理由の分類では，まず数による理由について出現比率は全体で 37.6%，4 歳児で 33.0%，5 歳児で 42.2%であり，量による理由は全体で 27.2%，4 歳児で 29.7%，5 歳児で 24.7%であった。数と量の両方に言及した場合を数量混合としたが，これは全体で 5.4%であった。数の分数，量の分数を理由としたのは全体でそれぞれ 0.3%,0.1%であった。つまり，全体で数の理由づけが量に比べて出現率が有意に高く，5 歳児でその傾向が顕著であることが示された。数による理由は分割線のある条件で，量による理由は分割線がない条件で有意に多く出現することが示された。数を理由とする割合は正答群より誤答群が高い傾向が，量を理由とする割合は逆に正答群のほうが誤答群より有意に高かった。

言語的な説明について，本実験では Spinillo & Bryant (1999)と同様に 12 分割の図で分割線のある課題とない課題で説明を求めた。Spinillo & Bryant (1999)では， 6～8 歳児を対象とした。言語的説明は非数値的・数値的・複合的と前分数的・分数的の 2 次元で分類

され，分割線のある課題では分割線のない課題ではみられない数値的な説明が多く，6 歳よりも 7～8 歳で分数的な説明が増加することがみいだされた。今回も同様の分類を行ったところ，分数的な説明は 6 歳では少数であった。この傾向は Spinillo & Bryant (1999)と合致する。

実験 4 では分割線のある課題とない課題がランダムに提示された。この提示方法の場合は，説明は数による説明と量による説明が，分割線の有無の双方で出現した。分割線のあるなしの課題が混合している場合には量的にみること，数的にみることが混じって生じることが示された。Spinillo & Bryant (1999)は同じように混合課題であるが，説明は双方で数・量が生じることはほとんどみられていない。年齢が上昇すると説明の数・量と分割線の有無の対応が混同することがなくなるのではないかと考えられる。

第2節　分数を説明する能力の発達　－分割数による比較

1. 問題

実験4では12分割で四角形・円形の図版で，分割線のあり・なしの条件で，理由を聞く条件で実験を行った。結果について，同様に，形状，分割線の有無，分子数の3要因の分散分析を行った。4歳児，5歳児ともに形状と分子数が有意であった。

実験2では8分割で四角形・円形の図版で，分割線のあり・なしの条件で，理由は聞かないで実験を行った。結果について形状，分割線の有無，分子数の 3 要因の分散分析を行った。4歳児では形状，分割線の有無，分子数の3つの要因が有意であった。5歳児では分割線の有無のみが有意であった。

実験2では，4歳児・5歳児ともに分割線の有無の要因は有意であったのに，実験4では分割線の有無の要因は有意にならなかった。8 分割か 12 分割か，理由を聞かなかったか聞いたかの2つの要因が関連しているので，どちらの要因の影響か，相互作用かは明らかではない。一つの可能性は，12 分割になることで分割線が細かく，幼児では分割線がたくさんあることが，結果的に分割線があることとあまりかわらない，数える手がかりが目立たない条件になってしまった可能性がある。また，別の可能性として，理由を聞かれることが各試行で繰り返されたので，「数える」モチベーションが，分割線のない条件でも高くなり，分割線の有無の条件の影響が出にくくなった可能性があるだろう。

この実験5では，理由の説明を求める条件で，分割数による影響を比較した。なお，提示図版の枚数を多過ぎない範囲にとどめるために，分割線のある条件に固定する。同様の目的のために分子数の比較条件は，8分割での2/8，4/8,12 分割では2/12，6/12の4条件とする。形については円形と四角形の両方を用いた。

2. 実験

協力者　4歳児クラス50人（男子20人，女子30人，平均年齢4歳11ヶ月），5歳児クラス50人（男子27人，女子23人，平均年齢5歳11ヶ月）合計100人であった。

材料　上段には，提示図版として円形のピザ（黄色）あるいは，四角形のチョコ(茶色)で，8分割では2/8,4/8,12分割では2/12,6/12のいずれかが示されている。下段には選択図版として 2 つの白い長方形があり，それぞれの中に三角形が配置され，提示図版が 8 分割では4つずつの三角形，12分割では6つずつの三角形があり，そのうちの左方・あるいは右方のいくつかが上段の図形と同色（黄色または茶色）に塗られていた。課題は8枚で，4枚はピザ，4枚はチョコであり，それぞれ8枚すべてに分割線があった。2/8,4/8のそれぞれに対して選択図版は順に(1/4,2/4)，(2/4,3/4)である。2/12,6/12のそれぞれに対して選択図版は順に(1/6,2/6)，(2/6,3/6)である。図版の大きさは実験1に同じである。提示図版の四角形のうち12分割の四角形の大きさは実験2に同じであった。

手続き　手続きは実験 4 に同じであり，実験 4 と同様に各課題で協力者が選択した後で，

「どうしてこっちだと考えたのか教えてください。」と理由を聞いた。理由の分類の基準は実験 4 と同じであった。それぞれの協力者に 8 課題を実施し，提示順はランダムになるようにした。

3. 結果と考察

正答率　各課題の正答率を表 3-3 に示した。

表 3-3　各課題の正答率

<table>
<tr><th rowspan="2">分割数</th><th rowspan="2">分割線の有無</th><th rowspan="2">形</th><th rowspan="2">分子数</th><th colspan="6">正答率</th></tr>
<tr><th colspan="3">4歳児</th><th colspan="3">5歳児</th></tr>
<tr><td rowspan="4">8分割</td><td rowspan="8">分割線あり</td><td rowspan="2">四角</td><td>2/8</td><td>0.480</td><td rowspan="2">0.560</td><td rowspan="4">0.390</td><td>0.680 *</td><td rowspan="2">0.720 *</td><td rowspan="4">0.560 +</td></tr>
<tr><td>4/8</td><td>0.640 +</td><td>0.760 *</td></tr>
<tr><td rowspan="2">円</td><td>2/8</td><td>0.200 *</td><td rowspan="2">0.220 *</td><td>0.260 *</td><td rowspan="2">0.400</td></tr>
<tr><td>4/8</td><td>0.240 *</td><td>0.540</td></tr>
<tr><td rowspan="4">12分割</td><td rowspan="2">四角</td><td>2/12</td><td>0.580</td><td rowspan="2">0.730 *</td><td rowspan="4">0.610 *</td><td>0.620</td><td rowspan="2">0.730 *</td><td rowspan="4">0.615 *</td></tr>
<tr><td>6/12</td><td>0.880 *</td><td>0.840 *</td></tr>
<tr><td rowspan="2">円</td><td>2/12</td><td>0.180 *</td><td rowspan="2">0.490</td><td>0.320 *</td><td rowspan="2">0.500</td></tr>
<tr><td>6/12</td><td>0.800 *</td><td>0.680 *</td></tr>
<tr><td colspan="3" rowspan="2">合計</td><td>年齢群</td><td colspan="3">0.500</td><td colspan="3">0.588 *</td></tr>
<tr><td>全体</td><td colspan="6">0.543 +</td></tr>
</table>

協力者全体の正答率は 54.3%で，4 歳では 50.0%，5 歳では 58.8%であった。年齢群での正答率の比較を行ったところ，5 %水準で有意差があった（χ^2 (1, N=800)=6.17，p<.05)。そのため，年齢群ごとに分析を行った。まず，4 歳児群において，分割数と提示図版の形が円形か，四角形か，また，提示図版の分子数の 3 要因の角変換による分散分析を行った。分割数，形，分子数の 3 つの主効果はいずれも 0.1%水準で有意であった(順に χ2 (1)=23.02，χ^2 (1) = 39.33，χ^2 (1)=37.84 ，p<.001)。また，交互作用については分割数と分子数は 0.1%水準で有意であった(順に χ2 (1)=16.39，p<.001)。分割数と形，形と分子数においては有意ではなかった(χ^2 (1) =0.80，χ^2 (1)=1.04，どちらも n.s.)。分割数と形と分子数の交互作用は 5%水準で有意であった(χ^2 (2)=2.21，p<.05)。

同様に，5 歳児群でも分割数，形，分子数の 3 要因の角変換による分散分析を行った。形，分子数の 2 つの主効果はいずれも 0.1%水準で有意であった(順に χ^2 (1)=33.80，χ^2 (1) = 25.02，どちらも p<.001)。分割数は有意ではなかった(χ^2 (1)=1.53，n.s.)。また，交互作用についてはいずれも有意ではなかった（分割数と形，分割数と分子数，形と分子数，分割数と形と分子数は順に χ^2 (1)=0.75，χ^2 (1)=1.46，χ^2 (1)=2.50，χ^2 (1)=0.18，いずれも n.s.)。4 歳児では分割数，形，分子数が，5 歳児では形と分子数が分数判断に影響を及

ぼしていることが示された。

さらに，それぞれの課題で正答のチャンスレベルは50%であり，各年齢群での各課題での正答率がチャンスレベルを有意に超えるかχ^2検定を行った。その結果，4 歳児群では 8 課題のうち 2 つの課題，12 分割の四角形と円形の 6/12 においてのみチャンスレベルを 5%水準で超える正答率であった。10%の有意傾向がみられたのは四角形の 4/8 であった。逆に正答率がチャンスレベルに比べて低く，5%水準で有意差がみられたのは 8 分割の円形の 2/8,4/8，12 分割の円形の 2/12 であった。チャンスレベルとの間で有意差がみられなかったのは 8 分割の四角形の 2/8 と 12 分割の四角形の 4/12 であった。5 歳児では 8 課題のうち 4 つの課題，つまり 8 分割の四角形の 2/8,4/8，12 分割の四角形の 6/12，円形の 6/12 でチャンスレベルを 5%水準で超える正答率であった。逆に正答率がチャンスレベルに比べて低く，5%水準で有意差がみられたのは 8 分割の円形の 2/8，12 分割の円形の 2/12 であった。チャンスレベルとの間で有意差がみられなかったのは 8 分割の円形の 4/8 と 12 分割の四角形の 4/12 であった。

この 2 つの結果から分割数の要因は有意差をもたらし，説明を求める条件下では 8 分割が 12 分割より困難であることが示された。これは，8 分割は半分(4/8)でも分子数が 4 になりサビタイジングの範囲に収まることにより 8 分割での分数判断が困難になり，12 分割では，半分(6/12)は分子数が 6 となり，サビタイジングの範囲を超えてしまうので，数値による判断より空間的な分数判断が優位になるのではないかと考えられる。そのため，12 分割の分数判断の成績が 8 分割よりよかったのではないかと推測された。

実験 4 で，一つの可能性として，12 分割になることで分割線が細かく，分割線がたくさんあることが，結果的に分割線がないこととあまりかわらない，数える手がかりが目立たない条件になってしまった可能性があることが指摘されたが，実験 5 でも，その可能性が考えられた。

理由の分類　次に理由について分類を行った。理由の分類基準は実験 4 と同じであった。2 名の評定者が独立に分類を行い，一致しなかったものについては合議で分類を決定した。一致率は 93 %であった。分類の結果は表 3-4 のようになった。まず数による理由について出現比率は全体で 55.3%,4 歳児で 48.0%,5 歳児で 62.5%であり,量による理由は全体で 3.5%,4 歳児で 0.8%，5 歳児で 6.3%であった。数の分数を理由としたのは全体で 1.0%,量の分数はみられなかった。また，数と量の両方に言及した数量混合は全体で 1.4%であった。その他は全体で 20.5%,無回答が全体で 18.3%であった。数による理由，量による理由を合計すると全体で 58.8%であった。量による理由は 5%に満たなかったため，数による理由の出現比率の年齢差と分割数の差を検討する。χ^2によって比の差の検定を行ったところ，数の理由の出現比率の年齢差は 0.1%水準で有意であった（χ^2（1,N=800)=17.00，p<.001)。数による理由の出現比率は，4 歳の 8 分割では 0.45，12 分割では 0.51，5 歳の 8 分割では 0.665，12 分割では 0.585 であった。分割数による差は 4 歳で（χ^2（1,N=400)=1.201，n.s.),5 歳で（χ^2（1,N=400)=1.652，n.s.)であった。

表 3-4　理由の分類

年齢群	分割数	分割線の有無	形	分子数	理由の分類(人数)						
					数	量	数量混合	数の分数	量の分数	その他	無回答
4歳児	8分割	分割線あり	四角	2/8	21	0	0	0	0	16	13
				4/8	26	0	0	0	0	10	14
			円	2/8	23	0	0	0	0	13	14
				4/8	20	1	1	0	0	14	14
	12分割		四角	2/12	24	0	0	0	0	14	12
				6/12	24	0	1	0	0	14	11
			円	2/12	29	0	0	0	0	9	12
				6/12	25	2	1	0	0	11	11
	合計				192	3	3	0	0	101	101
	(%)				48.0	0.8	0.8	0.0	0	25.3	25.3
5歳児	8分割	分割線あり	四角	2/8	36	1	0	1	0	7	5
				4/8	32	3	0	0	0	9	6
			円	2/8	38	0	0	0	0	6	6
				4/8	27	7	0	0	0	5	11
	12分割		四角	2/12	39	1	0	0	0	6	4
				6/12	28	5	2	0	0	11	4
			円	2/12	32	3	2	2	0	5	6
				6/12	18	5	4	5	0	14	4
	合計				250	25	8	8	0	63	46
	(%)				62.5	6.3	2.0	2.0	0	15.8	11.5
合計					442	28	11	8	0	164	147
(%)					55.3	3.5	1.4	1.0	0	20.5	18.4

第 3 節　全体的考察

実験 4 では 12 分割で四角形・円形の図版で，分割線のあり・なしの条件で，理由を聞く条件で実験を行った。結果について，同様に，形状，分割線の有無，分子数の 3 要因の分散分析を行った。4 歳児，5 歳児ともに形状と分子数が有意であった。

実験 2 では 8 分割で四角形・円形の図版で，分割線のあり・なしの条件で，理由は聞かないで実験を行った。結果について形状，分割線の有無，分子数の 3 要因の分散分析を行った。4 歳児では形状，分割線の有無，分子数の 3 つの要因が有意であった。5 歳児では分割線の有無のみが有意であった。

実験 2 では，4 歳児・5 歳児ともに分割線の有無の要因は有意であったのに，実験 4 では分割線の有無の要因は有意ではなかった。8 分割か 12 分割か，理由を聞かなかったか聞いたかの 2 つの要因が関連しているので，どちらの要因の影響か，相互作用かは明らかではない。一つの可能性は，12 分割になることで分割線が細かく，幼児では分割線がたくさんあることが，結果的に分割線があることとあまりかわらない，数える手がかりが目立たない条件になってしまった可能性がある。また，別の可能性として，理由を聞かれることが各試行で繰り返されたので，「数える」モチベーションが，分割線のない条件でも高くなり，分割線の有無の条件の影響が出にくくなった可能性があるだろう。

実験 5 では，理由の説明を求める条件で，分割数による影響を比較した。分割数，形，分子数の 3 要因の角変換による分散分析を行った。4 歳児では 3 つの要因が有意であり，5 歳では形，分子数が有意であった。4 歳児では，12 分割になることで分割線が細かく，幼児では分割線がたくさんあることが，結果的に分割線があることとあまりかわらない，数える手がかりが目立たない条件になってしまった可能性が示唆された。「6 を全体としてこっちが 1 こと 5 こ，12 を全体として，こっちも 1 こと 5 こだから。」という複雑な構文を使う短期記憶の容量の問題があるのではないかと考えられる。その発達は小学校中学年まで困難であることが予測される。

幼児期の分数判断は文字を使わない分数判断から，分子の数の直接的な対応に基づく判断に至る段階にあると考えられる。幼児期には数や量に基づいた説明が始まっていることが明らかになった。しかし，数の分数，量の分数として，的確に説明する能力は十分ではない。

また，この次の段階として分数判断において，数値的な共変関係が把握できる段階が考えられるが，この段階にいかにして移行するのかが問題となる。数値的な共変関係の理解のためには数値的な対応にも目が向けられる必要があると考えられる。空間的な分数判断としてまず直観的な理解があり，次に数値のみに依存する段階があって，次に空間的な分数判断と数値的な共変関係の理解の段階に移行していくとすると，この移行期にあって 4 つの要因により，数値的な関係に目を向けるようになることも分数理解に必要で重要な段階であると考えられる。

幼児期において，すでに分数判断が成立しつつあり，説明も数や量を用いて説明しようとすることが明らかになった。数の比や量の比を明確に対応した説明には至らない場合が多いが，その基礎となる説明を行う能力が発揮できることが明らかになった。

分数の説明能力は数や量の用語を用いてなんとか説明しようとするが，分子・分母の関係を十分に説明する能力には，いたっていない。この説明能力が不十分な時期の子どもに，どのように小学校での分数教育への基礎を形成することについて考えることが必要であろう。

第 4 章　初期の分数能力に基づいた分数の学習の実験

第 1 節 初期の分数能力に基づいた分数の学習の実験

1. 問題

幼児から小学校低学年までの，分数の等値の判断や，分数の計算の実験は行われてきたが，分数の学習の実験はあまり多くない。そこで，この章では，2 つの分数の学習実験を行う。1 つは小学校 1 年生の個別の学習実験(実験 6)であり，もう 1 つは,小学校 1 年生の授業実践研究(実験 7-1,7-2)である。

これまでの分数の等値の判断や分数の初期の計算などの実験では，分数が低年齢児の学習場面で達成できるかということは検討されてこなかった。

Mix,Levine & Huttenlocher(1999)は，3~7 歳児を対象にスポンジでできた円の 4 分割の模型を使用して加減算を行った。この課題では，先にスポンジでできた円を浅い穴に入れ，入れたものが見えない状態で，次のスポンジでできた円を入れる。その結果，どのような形になるのかの答えを，4 つの選択肢(1/4，1/2，3/4，1)から答えのパネルで選ぶというものである。3~5 歳児に実施した 4 分割の円の部分の占める広さの加減算は，4 歳児において 50%の正答が得られることが示された。また，4~7 歳児に実施した，帯分数的な 1 を超える円の加減算では，6 歳児で 50%の正答が得られた。図形の模型を使って比率から考えることで，小学校で正式に分数の加法の学習をする以前からも，分数の計算ができるということを示している。

しかし，この実験では分数の計算は求められたが，計算の正解のフィードバックは行われていなかった。ついたてを使用して合成の様子を見せずに，また，分数の加法の結果を見せずに行っていた。一連のアナロジーによる分数理解の実験研究でもフィードバックが行われた研究はあまり行われていない。

もし，就学前に分数の基本的な能力があるのならば，計算結果のフィードバックを示すことにより，学習が成立するのではないかと考えられる。

そこで，まず，実験 6 では，文字を使わない分数の計算問題においてフィードバックを行い，計算の結果を見せることにより，子どもが持っている分数能力を子ども自身がいかに形成するかについて検討を行った。

これまでの研究によって，幼児の初期の分数能力，つまり，分数の判断や分数の計算能力があることが示されてきた。この計算の正答率を上げていくこと，そして，文字を使う分数の計算を導入していくことを行った。第 1 段階では，Mix,Levine & Huttenlocher(1999)の実験のように文字を使わない分数の計算を行い，選択肢の中から計算結果を選ばせた。この実験では，その後に計算結果のフィードバックを行い，文字を使わない分数の計算の誤答を減らしていくことを試みた。第 2 段階では，文字を使わない分数に文字を導入し，分数の数値表現を学習する。さらに，第 3 段階前半では，文字を使わない分数によって，計算問題を式の形で提示し，文字を使わない分数表現で式の形で回答させた。第 3 段階後半では，文字を使わない分数の加算の式で文字を使った分数によって

置き換えを行わせ，文字を使った分数表現で式の形で回答させる。第 4 段階では，文字を使った分数で計算を出題し，文字を使って回答させることを行った。

2. 実験 6

協力者　小学校 1 年生 3 名である。保護者に実験の内容についての説明を行い，同意書にて，同意を確認した。小学生にも，算数の学習を行うことを説明し同意を得た。

3 人の保護者に，事前に学校での学習の様子を聞いたところ，2 名は学習場面での問題が特になく，1 名は，学習に自信がなく，集中が続かないことがあるということであった。

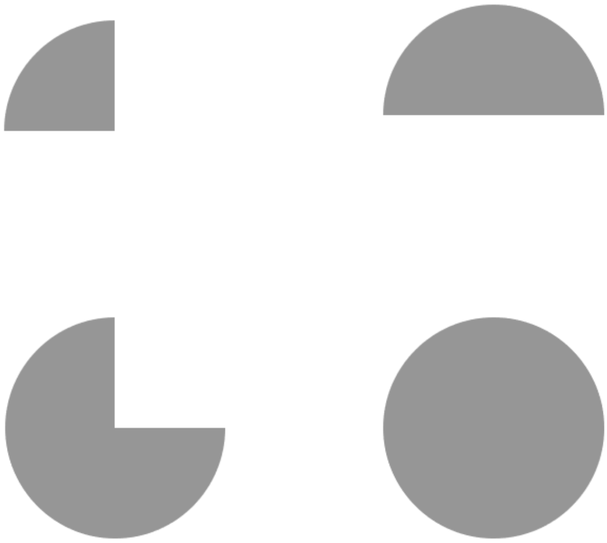
材料　円形を基にした文字を使わない分数パネル（以後，分数パネルと記す）を用いた。それらは，1，1/2, 1/4, 3/4 を表す形のパネルである(図 4-1)。なお，それぞれのパネルの裏面に 2 等分，あるいは 4 等分の分轄線を記入した。

そして，分数パネルに加算のフィードバックを行うために，ファンクションマシン（一般に，計算の数値カードなどを入れると，答えを数値カードなどで出す教具）を使用した(図 4-2)。四角い箱の上に円筒の箱を重ねたファンクションマシン（ピザイータ君と名づけた）を使用した。分数パネルをファンクションマシンの上の段の顔の口から入れると，下の段のおなかのポケットから答えが出てくるようにした。ファンクションマシンの後方は白いボードで隠されていて，ファンクションマシンの口から入れられたパネルの足し算の答えを，後方から，援助者がファンクションマシンのおなかに入れることができる。

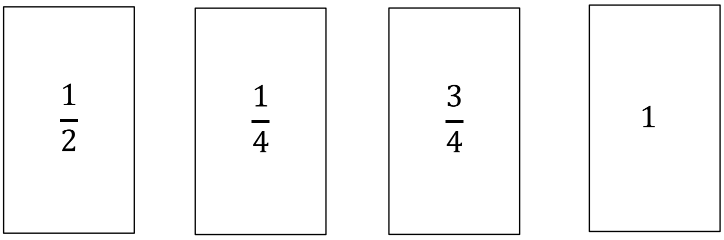
協力者が結果の予測を示すための選択肢カードを用意した。選択肢は画用紙に 1, 1/2, 1/4, 3/4 の分数パネルを貼った。

また，数字を用いた分数の数値カード（以後，数値カードと記す）を使用した。これらも 1，1/2, 1/4, 3/4 を示している。そして，数値カードを入れる，式の台紙を使用した(図 4-3)。

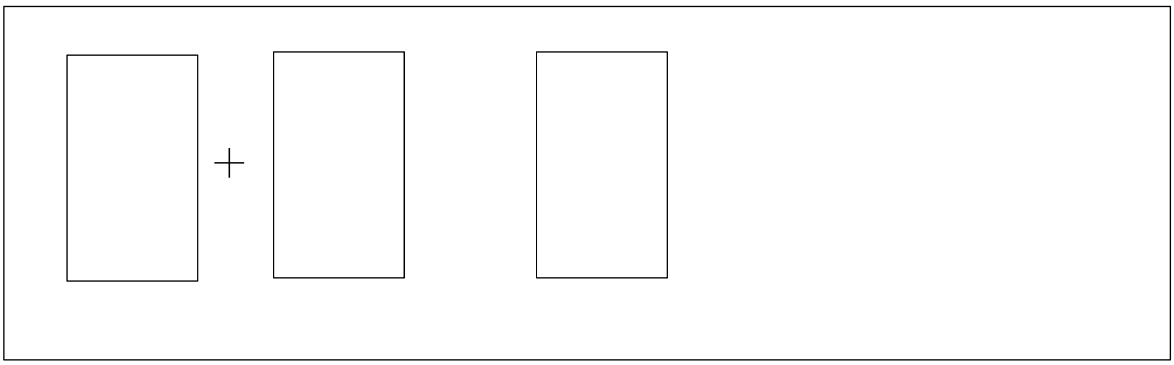
式の台紙



分数パネル



数値カード



式の台紙

図 4-1　分数パネルと数値カード

図 4-2　第 1 段階　ピザイータ君の実験場面
中央の人形がピザイータ君。協力者が問題（ここでは 1/2 を 2 枚）をピザイータ君の口から入れる。引き出しを開けると答えの「1」のピザが出てくる。答えは，衝立の右側から，課題ごとにあらかじめ実験者の 1 人がピザイータ君のおなか部分の引き出しに答えを入れておく。

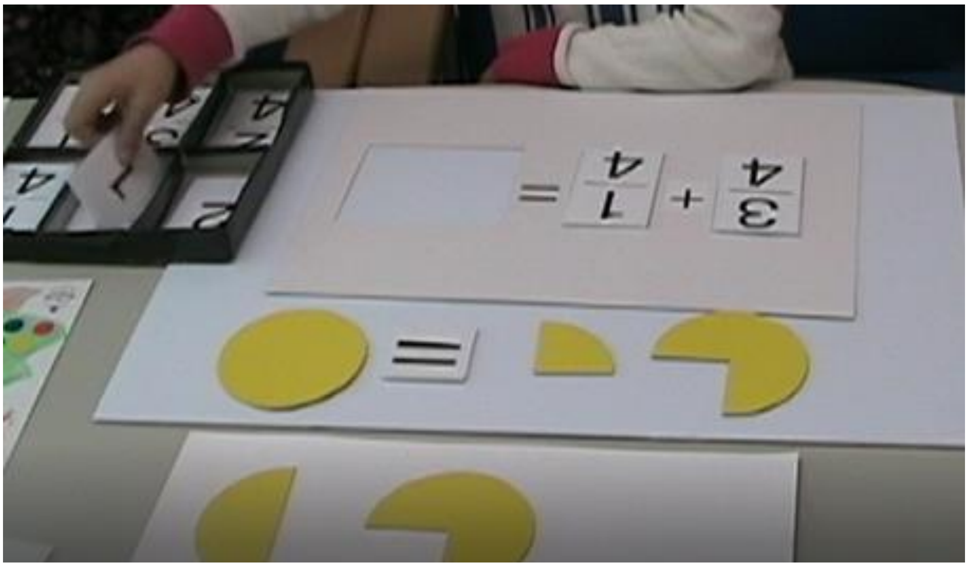


図 4-3 第 3 段階　式の形で分数パネルの足し算を分数パネルで答える試行

手続き　分数学習は 4 つの段階(第 3 段階は前半と後半の 2 つの部分から構成される)によって構成した。そして，4 つの段階にはそれぞれ 3 つのセッションを設けた。3 つのセッションは，分数の加算の難易度によって分けられた。

第 1 段階　複数の文字を使わない分数を提示して文字を使わない分数で回答させた。ファンクションマシンを使って，分数パネルの足し算を行う課題を実施した。複数の分数パネルを示して，ピザイータ君が食べるとおなかからどんなピザが出てくるかを選択肢から選ばせた。

教示：「ピザイータ君はピザが大好きです。ピザを口に入れるとピザが合体して出てきます。このピザこのピザ（複数の分数パネルを示す）をピザイータ君に食べさせると，どんな形のピザが出てくるかな？」「(選択ボードを示して）この中からえらんでください。」

フィードバック：ファンクションマシンでフィードバックを行った。不正解の場合は，分数パネルの裏面の分割線を示して正答を示した。

第 2 段階　分数パネルと数字カードの対応を説明した。分数パネルの 1 が数字カードの 1 に対応し，分数パネルの 1/2 は数字カードの 1/2 に対応し，分数パネルの 1/2 を 2 つ足すと，分数パネルの 1 になり，数字カードの 1/2 と 1/2 を足すと 1 になることを説明した。1/4 についても分数パネルを 4 つ足すと分数パネルの 1 になること数値カードでも同様に 1/4 を 4 つ足すと数値カードの 1 になることを説明した。その後，各分数パネルに対応する数値カードを選択して，説明の理解を確認した。

第 3 段階　前半で分数パネルの足し算を分数パネルで答え，後半でその計算を数値パネルに置き換える試行を行った。

教示：「このピザとこのピザ（複数の分数パネルを示す）を足すとどんなピザになるかな？」「(分数パネルを示して）この中からえらんでください。」

フィードバック：誤答の場合は，正答を示してフィードバックを行った。その後，すぐに正答に至らない場合は，分数パネルの裏面の分割線を示して正答を示した。

後半では，前半に引き続き，前半で完成した分数パネルの足し算を式の台紙を使って，数値パネルに置き換え数値パネルで答える試行を行った。

教示：「このピザとこのピザ（複数の分数パネルを示す）を足すとどんな分数になるかな？」「分数のカードを選んで，式の中においてください。」

フィードバック：第 3 段階と同様に誤答の場合は，正答を示してフィードバックを行った。その後，すぐに正答に至らない場合は，分数パネルの裏面の分割線を示して正答を示した。

第 4 段階　数値パネルの足し算を数値パネルで答える試行を行った。

教示：「1/2 と 1/2 を足すとどんな分数になるかな？」「分数のカードを選んで，式の中においてください。」「難しいときは，ピザ（分数パネル）を使ってよいです。」

フィードバック：数値カードで答えられない場合は，分数パネルを補助として示した。また，分数パネルの裏面の分割線を示して正答を示した。

各段階の 3 つのセッション

各段階で，表 4-1 のような課題を行った。上記の 5 つの段階には，それぞれ 3 つのセッションが設定された。それらは，分数の計算の種類によって分類した。

セッション１　足す分数の分子がいずれも 1 で，答えが 1 以下の足し算である。例えば，1/2+1/2，1/4+1/2 などである。

セッション２　足す分数の分子がいずれも 1, 答えが 1 を超える足し算である。例えば，1+1/2+1/2　1/2+1/2+1/2+1/4 などである。

セッション３　足す分数の分子のいくつかが 1 でない足し算である。例えば，3/4+1/4，3/4+3/4 などである。

事前･事後テスト　第 2 段階の前に事前テストを行って, 分数を知らないことを確認した。課題が全て終了した後に事前テストと同じ課題からなる事後テストを行った。

WISC-IV　協力者 3 人に個別で WISC-IV を実施した。

スケジュール　第 1 段階は，協力者の 1 年次の夏休みに行った。事前テストと第 2〜第 5 段階および事後テストはその 3 ヵ月後に 1 回で実施した。WISC-IV は，事前テスト，第 2〜第 5 段階および事後テストの 3 ヵ月後に実施した。第 1 段階の所要時間は 20 分，第 2〜第 5 段階は 35 分程度で完了した。

表 4-1　学習プログラムの各課題と事前・事後テスト

段階	課題	第 1 セッション	第 2 セッション	第 3 セッション
第 1 段階	1 2 3 4 5 6 7 8 9	1/2+1/2 1/4+1/4 1/4+1/4+1/4 1/4+1/4+1/4+1/4 1/4+1/2 1/4+1/4+1/2	1+1/2+1/2 1/2+1/2+1/2 1/2+1/2+1/4 1/2+1/2+1/2+1/2 1/2+1/2+1/4+1/4 1/2+1/4+1/4+1/4 1/2+1/2+1/2+1/4 1/4+1/4+1/4+1/4+1/4 1/2+1/4+1/4+1/4+1/4	3/4+1/4 3/4+1/2 3/4+3/4
第 2 段階		1, 1/2, 4/1 の 数値記号の説明		
第 3 段階	1 2 3 4	1/2+1/2 1/4+1/4+1/4+1/4 1/4+1/4+1/4 1/4+1/2	1/2+1/2+1/2 1/2+1/2+1/4 1/2+1/2+1/2+1/2 1/2+1/4+1/4+1/4	3/4+1/4 3/4+1/2 3/4+3/4
第 4 段階	1 2 3 4 5	1/2+1/2 1/4+1/4+1/4+1/4 1/4+1/4+1/4 1/4+1/2 1/4+1/4	1/2+1/2+1/2 1/2+1/2+1/4 1/2+1/2+1/2+1/2 1/2+1/4+1/4+1/4	3/4+1/4 3/4+1/2 3/4+3/4
事前事後テスト（第 2 段階前と第 4 段階後に実施した）	1 2 3 4 5 6	1/2+1/2 1/2+1/4 1/2+1/2+1/2 1/2+1/2+1/4 1/2+1/2+1/4+1/4 3/4+1/2		

3. 結果と考察

3 人の協力者の各段階での正答率を表 4-2 にまとめる。

第 1 段階では，3 人の協力者で正答率が同じでそれぞれ 18 問中 13 問の正解であった。この段階での課題は，セッション 1 の足す分数の分子がいずれも 1 で，答えが 1 以下の足し算である。このセッションで協力者 A と B では，全問正当であったが，協力者 B が 6 問中 2 問で不正解であった。基本的な問題であったが，協力者 C はまず問題になれることが必要であった。第 2・第 3 セッションは，答えが 1 を超える足し算や，分数の分子のいくつかが 1 でない足し算で複雑な計算で，その 2 つのセッションで協力者 A，B はそれぞれ 5 問の不正解を出しているが，協力者 C はそこでの誤答は 3 問であった。第 2・第 3 セッションは協力者 A，B にとっても難しい問題であったが，協力者 C は最初のセッションでフィードバックを得て，取り組み方を学習して，成績が追いついてくる結果となった。

表 4-2　参加児の段階別正答率（%）

	第 1 段階	第 3 段階 前半	後半	第 4 段階	事後テスト
協力者 A	72.2	81.8	81.8	90.9	100
協力者 B	72.2	90.9	100	100	100
協力者 C	72.2	90.9	81.8	81.8	100
正答率	72.2	87.9	87.9	90.9	100

WISC-IV の結果

協力者 A は，全検査合成得点は 124 で，協力者 B は，全検査合成得点は 116 で，両者ともプロフィールに大きなばらつきは無い。　協力者 C は，全検査合成得点は 90 で，4 つの指標のうち，言語理解と処理速度が 91，知覚推理が 87，ワーキングメモリ 100 であった。

第 1 段階では，3 人の協力者で正答率が同じでそれぞれ 18 問中 13 問の正解であった。フィードバックを与えることで，それぞれ，分数の足し算を学習した。

第 2 段階の前に事前テストを行い，数値による分数の足し算課題で，3 人ともに答えることができないことを確認し，数値による分数の足し算について未学習であることを確認した。

第 2 段階では，分数の数値標記について説明を行った。確認問題での誤答はなかった。

第 3 段階前半では，第 1 段階の学習と同様な課題であったため，正答率は 82%～91%であった。分数パネルの足し算については，かなり高い達成が見られた。

第 3 段階後半では，分数パネルの足し算を数値カードに置き換え，数値パネルで答える試行を行った。3 人の正答率は 88%～100%であり，分数パネルから数値パネルの置き換え

は，かなり順調に達成された。

第 4 段階では，数値パネルの足し算を数値パネルで答える学習を行った。3 人の正答率は 79%～100%であり，それぞれ，順調であった。

個別に見ると，協力者 C は，第 4 段階で数値カードの足し算で数値カードの答えを選ぶ課題で，与えられた数値カードを分数パネルに戻して考える場面が見られた。答えを出す前に,与えられた数値カードを分数パネルに戻すことが 3 試行あり,それらは皆正解した。答えを出した後，誤答であったため，分数パネルに戻って考えることが 3 試行見られた。

協力者 A では，第 4 段階で誤答のために分数パネルに戻ったことが 1 回で，協力者 B は分数パネルに戻ることは第 5 段階では 1 回もなかった。

分数の図形的なシェマと数値パネルの分数の書式の間に，協力者 A・B では，滞りが見られないが，協力者 C では，その 2 者間の対応あるいは変換の困難さがあることが伺われた。

また，事後テストでは，協力者 C は回答用紙に書くことを少しためらったので，数値パネルで回答させたところ，全問正解であった。その後，自分で回答を筆記したが，最後の 2 問で，分母と分子を書き間違えることと，整数部分と分数部分の位置が入れ替わることが見られたが，自分で修正することができて全問正解した。

以上のことから 3 人の協力者がそれぞれ，この分数学習のプログラムで，分数の加算について答えが 1 を超える場合と 1/2 と 3/4 の足し算と言うような異分母の足し算も合計 1 時間ほどの学習で達成できることが示された。

Mix,Levine & Huttenlocher(1999)は，3~7 歳児を対象にスポンジでできた円の 4 分割の模型を使用して加減算を行った。この課題では，先にスポンジでできた円，を浅い穴に入れ，入れたものが見えない状態で，次のスポンジでできた円を入れる。その結果，どのような形になるのかの答えを，4 つの選択肢(1/4，1/2，3/4，1)から答えのパネルで選ぶというものである。第 1 実験では，3~5 歳児に実施した 4 分割の円の部分の占める広さの加減算は，4 歳児において 50%の正答が得られることが示された。また，第 2 実験では，帯分数を中心とした 1 を超える円の加減算では，6 歳児で 50%の正答が得られた。この第 2 実験では，2 つの条件が用いられた。

一つは，第 1 実験と同様に練習なし条件であり，2 つ目は，課題の前にスポンジの合成過程を見せ，練習課題を行った。5 歳までは，条件間に差が見られず，7 歳で練習課題なしの条件でおよそ 35%，練習課題ありでおよそ 50%に到達した。第 2 実験の課題は $3-2\frac{1}{4}$ や $2\frac{3}{4}-1\frac{1}{2}$ など，かなり複雑な問題が多いため正答率が低くなっている可能性がある。

この実験 6 では，系統的に複雑さをコントロールして，さらにフィードバックを与えたことで，学習のかなりの達成が生じたのではないだろうか。

また，今回は協力者の認知能力についても，検討した。WISC-IV の結果と照らし合わせると，全検査合成得点で 2 名は 100 以上で，1 名は 100 未満であった。第 4 段階で数値カードから数値カードでの課題で，協力者 A・B は，分数パネルに戻ることがほぼなかった

が，協力者 C は分数パネルを用いて回答したり，フィードバックを確認したりする場面が見られた。また，第 5 段階の事後テストでも，数値を自分で記入する前に文字カードで回答を置いてみてから，促されて，数値を記入して行くことが見られた。表象を変換するところでの少しの困難さが見られたと考えられる。これは WISC-IV 知覚推理での成績と関連する可能性が考えられる。

このプログラムを通して，WISC-IV の成績の違いに関わらず，3 人の協力者が，集中して課題に取り組み，最終的な学習の達成を行った。このことは，幼児期までに形成される分数能力に基づいて分数学習を行うことで, 分数学習の達成が得られることが示唆された。

第 2 節 初期の分数能力に基づいた分数の学習の実験―教室での一斉授業

1. 問題

実験 6 では小学校 1 年生の個別実験を行い，2 分割， 4 分割を使用して，分数の計算において文字を使わない分数から文字を使う分数に至るまでの学習を達成できることが明らかになった。そこで，文字を使わない分数の計算の一斉授業の可能性について検討することも必要であろう。

一方で，等分割能力は分割数と形状（円形・四角形）によっての発達差が指摘されている(Pothier & Sawada,1983:吉田 2003)。また，これまでの実験でみてきたように，円形の 4 分割に比べ円形の 8 分割では，等値性の判断での正答率は下がることが示された。分割数の発達についての個人差が分数の学習能力に影響を与えるのかどうかの検討も必要であろう。

まず，実験 7-1 では小学校 1 年生の図の等分割能力を明らかにすることを目的として実験を実施した。そして，実験 7-2 では，同じ 1 年生に，一斉授業によって，文字を使わない分数の計算の学習実験を実施した。2 分割，4 分割を使用して，文字を使わない分数の足し算の学習を行った。授業には 2 つの条件を設定した。ファンクションマシンを使用して合成の過程を見せずに結果を示す実験群と，ファンクションマシンを使用せずに，分数の合成の過程を子どもの前で示しながら，どのようにして合成が行われるのかを確認し結果を示す統制群に分けた。さらに，図の等分割能力と，分数の学習実験の達成との関連を検討した。

この学習実験での達成と図形の等分割の能力の課題の達成との関連について，仮説としては，学習実験が 2 分割・4 分割で実施されるため，有意な関連はないと予測される。

まとめると，この実験では等分割産出能力を明らかにすること，また，ファンクションマシンを使用して合成の過程を見せずに結果を示す実験群と，ファンクションマシンを使用せずに，分数の合成の過程を子どもの前で示しながら，合成の過程を確認し分数の計算結果を示す統制群に分け，その効果を明らかにすること，さらに等分割産出能力と 2 つの学習実験群での分数の計算の学習の達成との関係を明らかにすることを目的とした。

2. 実験 7-1

目的　1 年生に等分割の作成能力の課題を実施し，四角形と円形それぞれに 2･3･4･6･8 等分割する分割線を記入させて，各課題の達成を比較する。

調査協力者　東京都内の市立小学校 1 年生 3 学級に在籍する 78 名(男子 44 名,女子 34 名)を対象とした。調査を行った時点で,学校では分数について扱っていないことを確認した。また，1 学期の算数の学期末の成績を 3 クラスで担任教師に比較してもらい差がないことを確認した。また，各児童の保護者に調査協力の依頼を行い，全員より同意を得た。

調査材料　四角形と円それぞれに 2･3･4･6･8 等分する分割線を記入してもらう質問紙を作

成した。

手続き　担任教師の指示のもと学級単位で調査を行った。調査は四角形・円の順になっており，担任の指示で，1 ページずつ確認しながら実施した。調査時間は 15 分程度である。

3. 実験 7-1 の結果

結果の処理　円と四角形をそれぞれ 2・3・4・6・8 に等分割する課題を，指定された分割数で等分割が出来たかどうかを判定した。未記入や明らかに等分割の方略が使用されていないもの，間違った方略を使用しているものを誤答とし，等分割の方略が使用されているものは，多少，形が歪であっても正答とした。正答を 1 点として，それぞれの図形で合計得点を算出した。満点は，四角形・円ともに 5 点である。また，回答についても，等分割の方略で多く回答されていたものを，方略ごとに分類した。誤答についても，分類した。

各分割問題の正答率　四角形と円のそれぞれの課題の平均点と標準偏差を表 4-3 に示した。それぞれの図形の合計得点で t 検定を行った結果，四角形と円形の得点の差は有意であった($t(76)=4.89$, $p<.01$)。

表 4-3　各課題の平均点と標準偏差

	M	SD
四角形	3.45	1.29
円形	2.64	1.24
合計	6.09	2.06

　等分割産出能力について，四角形と円の各課題で，分割数ごとに正答率を算出し，図形と分割数の値によって表 4-4 に表した。

表 4-4　各課題の正答率

	2 等分	3 等分	4 等分	6 等分	8 等分
四角形	85.2	44.4	88.9	43.2	70.4
円形	87.7	8.6	81.5	27.2	49.4

　分割数ごとに課題の正答率で χ^2 検定を行ったところ，四角形の 2 分割・4 分割・8 分割，円の 2 分割・4 分割では正答率はチャンスレベルよりも 1%水準で有意に高い正答率であった(順に，$\chi^2(1,N=78)=46.15$，$\chi^2(1,N=78)=55.85$，$\chi^2(1,N=78)=16.62$，$\chi^2(1,N=78)=52.51$，$\chi^2(1,N=78)=37.39$)。円の 3 分割・6 分割では，1%水準で有意に誤答が多いという結果であった(順に $\chi^2(1,N=78)=52.51$， $\chi^2(1,N=78)=14.82$)。四角形の 3 分割・6 分割，円の 8 分割では正答率の差は有意ではなかった(順に $\chi^2(1,N=78)=.46$，$\chi^2(1,N=78)=.82$，$\chi^2(1,$ $N =$

78)=.05)。

分割作図の方略　課題の方略として多く見られたものを四角形・円それぞれで分類した。それぞれの図形ごとに方略を図 4-4 に示し，その回答を選んだ割合を表 4-5 に表した。

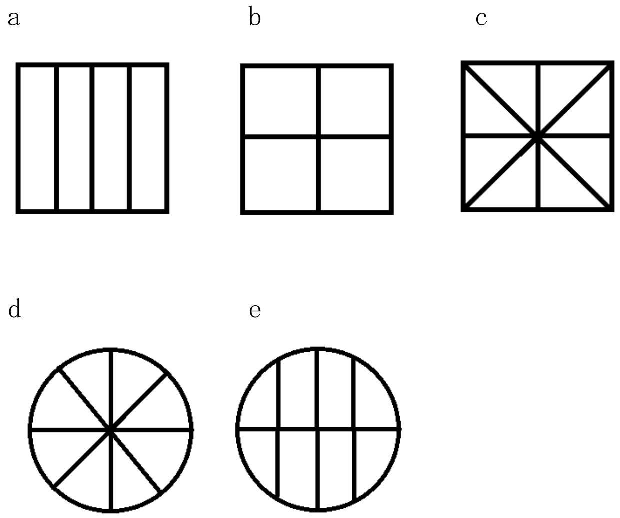


図 4-4　図形の分割方略

表 4-5　等分割の方略

四角形

	2 等分	3 等分	4 等分	6 等分	8 等分
四角形方略	65.4	44.4	72.8	43.2	35.8
対角線方略	19.8	0	16.8	0	34.6

円形

	2 等分	3 等分	4 等分	6 等分	8 等分
円形方略	87.7	8.6	81.5	27.2	49.4
四角形方略	-	34.6	4.9	29.60	22.20

※円形の 2 等分では，円形方略と四角形方略の区別はできないので，円形方略に分類した。

※円形における四角形方略は誤方略

四角形を分割する課題では，図 4-4-a，図 4-4-b のように図形の中にさらに四角形をつくる方略(以下，四角形方略)と図 4-4-c のように対角線を利用した方略(以下，対角線方略)がみられた。円を分割する課題では，中心を通る分割のみが等分割となるので，図 4-4-d のような中心を通る方略を円方略として分類した。また，円を分割する課題では，正

答ではないものの，図 4-4-e のような四角形では，等分割として有効な分割方略を使用する子どもが多かったため，四角形方略として，誤方略も分類した。それぞれの分割課題で，方略についてχ2 検定を行った。その結果，四角形の 2 分割・4 分割では，四角形方略が 1%水準で有意に多いことが分かった(順に$\chi^2(1,N=78)=43.00$，$\chi^2(1,N=78)=63.77$)。8 分割は方略による有意な差は見られなかった($\chi^2(1,N=78)=1.46$)。3 分割，6 分割では対角線方略では，正答に至らないため，正答における 2 つの方略の比較は行わなかった。

円形では四角形方略の使用は正答に至らないが，円形の四角形方略と分類した。2 つの方略で，2 分割・4 分割・8 分割で円方略が 1%水準で有意に高いことが分かった（順に$\chi^2(1,N=78)=52.51$，$\chi^2(1,N=78)= 92.62$，$\chi^2(1,N=78)=11.39$)。6 分割では，方略による有意な差は見られなかった($\chi^2(1,N=78)=2.15$)。3 分割の課題では，円方略と比べると，四角形方略が有意に高いという結果が得られた($\chi^2(1,N=78)=25.15$)。

誤方略に分類した回答について，図 4-5 に示した。分割するように指定した数と分割線の本数が同じであるもの（図 4-5-a：4 分割の課題)，指定された分割数ではあるものの等分割されていないもの(図 4-5-b：3 分割の課題)，円形の四角形方略として分類したものがあった（図 4-5-d)。

また，円の分割において，斜め線の傾きが不十分で，等分割とはいえない分割線をかいたものも見られた（図 4-5-c)。

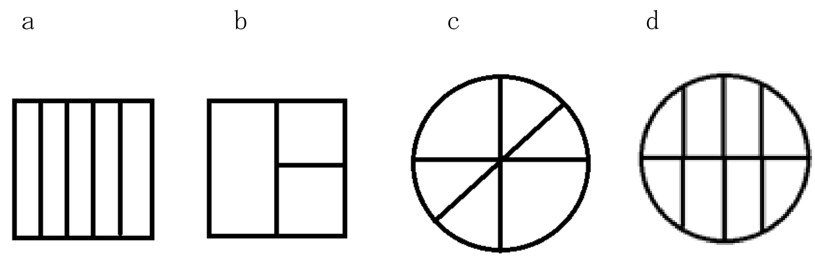


図 4-5　誤方略

4. 実験 7-1 の考察

各分割問題の正答率

図形の正答率は，四角形が円よりも高いことから，四角形の分割が円の分割に先行するのではないかと考えられる。四角形・円ともに 2 分割と 4 分割に関しては，分数学習前の小学 1 年生であっても，80%以上の正答が得られたことから，この分割に関しては，十分な等分割産出能力をもっていると考えられる。

図形の違いによる等分割産出能力の違いについて，円での等分割課題の正答率が低い理由としては，以下の理由が考えられる。

Cox(1992，子安訳 1999)は，描画能力の観点から，垂直の線を正しく描くことが最もやさしく，水平な線と斜めの線を描くことが難しいということを示している。四角形の分割

をみても，水平な線や対角線を使用した回答よりも，垂直な線を使用して回答をしたものが多くみられた。また，Cox(1992， 子安訳 1999)は，線を書く際に，紙の縁やテーブルの縁が垂直な線や水平な線を書く際の手助けになっていることも述べている。斜めの線をかく際には，そのような手助けが得られないため，描画することが難しいと言うのである。円の分割や斜め線をかくような分割では，そのような子どもの描画能力が，正答率とかかわっているのではないかと考えられる。特に，円の 3 分割では，垂直な線と斜めの線を組み合わせて描くことが求められる。今回は，方略が正しければ正答と判断したが，円の中心がずれていたり，斜め線がゆがんでいる回答も見られた。子どものもつ分割概念とは別に，子どもの描画能力によるところが大きいと考えられる。

また，等分割産出能力については，偶数分割が奇数分割に先行すること，また四角形の分割が円に先行すること，という Poither &Sawada(1983)と同様の結果が得られた。

分割作図の方略

子どもの誤りについて，吉田(2009)は，誤りのほとんどは，子どもがもつ一貫した知識を反映したものである，と述べている。そこで，本研究では，等分割の方略について，正答だけでなく，誤答についてもどのような方略が使用されているのかを分類した。

誤答を分類すると，四角形・円に共通する誤答として，分割数が，指定した数と違うという誤りがあった。この誤りは，6 分割や 8 分割に多く，分割した数を数えることへの難しさという，分割概念とはまた別の要因もかかわっているのではないかと考えられる。また，指定された分割数と分割線の本数が同じである回答も多くみられ，問題を誤って認識をした子どももいるのではないかと考えられる。

円での等分割課題では，3 分割で全体の 34.60%，4 分割で 4.90%，6 分割で 29.60%，8 分割で 22.20%が四角形方略を使用していた。分割する図形の特徴によって分割方略を使い分けるということは，子どもにとって難しい課題である可能性が考えられる。特に 2・4 分割以外の分割では，四角形での分割とは違う形の分割方略が要求される。この難しさが，誤った分割方略の選択につながったのではないかと考える。また，回答の中には，図 4-5-c のような斜め線の角度を調整しきれていないものも見られた。Mix ら(1999)は，分割線を調整し，等分割することが，分割概念の発達段階の 1 つの段階であることを示している。斜めの線を，均等に等分割されるように調整するという作業を行うことに，発達の個人差があるのではないかと考えられる。そのため，等分割の方略を獲得していても，斜め線を 45 度や 120 度に調整し，全てが均等に同じ大きさになるように分けるという作業が，子どもにとって難しいものであると考えられる。

5. 実験 7-2

目的　ファンクションマシンを使用して合成の過程を見せずに結果を示す実験群と，ファンクションマシンを使用せずに，分数の合成の過程を子どもの前で示しながら，合成の過程を確認し分数の計算結果を示す統制群に分け，その効果を明らかにすること，さらに等分割産出能力と 2 つの学習実験群での分数の計算の学習の達成との関係を明らかにすることを目的とする。

調査協力者　(1) 等分割の作成能力課題に同じである。東京都内の市立小学校 1 年生 3 学級に在籍する 78 名(男子 44 名，女子 34 名)を対象とした。実験群を 2 学級 52 名(男子 29 名，女子 23 名)，統制群を 1 学級 26 名(男子 15 名，女子 11 名)とした。調査を行った時点で，学校では分数について扱っていないことを確認した。また，各児童の保護者に調査協力の依頼を行い，全員より同意を得た。

調査材料　口から円形の模型を入れると，おなかから合成した模型を出すファンクションマシンを作成した。教示用の 1/4・1/2・3/4・1 の 4 つの円形の模型(半径 8㎝)，正答を選ぶための 4 つのパネル(真分数:1/4・1/2・3/4・1，帯分数:1 と 1/4・1 と 1/2・1 と 3/4・1/2 と 3/4)を用意した。実験群では，ファンクションマシンと円形の模型，選択肢のパネルを使用し，統制群では円形の模型と選択肢のパネルのみを使用した。また，事後テストとして，実験群・統制群共通の分数の加法についての質問紙を作成した。質問紙の分数の加法は，真分数の加法 6 題と，帯分数の加法 6 題の計 12 題で構成し，分数を図形で表したものを使って，分数の加法の式を提示した。分数の表記の仕方については，まだ学習していないため，答えとして当てはまる図形を選んで丸をつけてもらう形のものとした。

手続き　担任教師の指導と協力のもとで，実験者が各学級で教示を行った。ファンクションマシンを使用して合成の過程を見せずに結果を示す実験群と，合成の過程を子どもの前で示しながら，どのようにして合成が行われるのかを確認し結果を示す統制群に分け，分数の加法の授業を行った。授業は，問題を提示し，答えを選択肢の中から挙手で選んでもらった後に結果を提示する形で進めた。実験群と統制群の教示は，表 4-6 のとおりである。また，提示した問題は，真分数と帯分数で表 4-7 に示した。

授業の後に事後テストとして分数の加法の調査を行った。調査時間は，授業が 15 分から 25 分程度，事後テストは 15 分程度で，調査にかかった時間は 30 分から 40 分程度であった。

表 4-6　実験群と統制群の教示

実験群	統制群
①問題の提示 円の模型を使って，黒板に足し算の式をはる ②回答の選択 真分数・帯分数のそれぞれの選択肢パネル 4 つを提示し，答えだと思うものに挙手してもらう ③答えの確認 ファンクションマシーンを使って，分数の足し算を確認する 実験者が，口から円形の模型を入れ，合成したものを取りだし，出てきたものが，選択したものとあっているか確認する ④式を完成 黒板に提示した問題に答えをはり，式を完成させる	①問題の提示 円の模型を使って，黒板に足し算の式をはる ②回答の選択 真分数・帯分数のそれぞれの選択肢パネル 4 つを提示し，答えだと思うものに挙手してもらう ③答えの確認 ファンクションマシーンを使わずに分数の足し算を確認する 実験者が，黒板を使って，実際に模型を回転・分解し合成する様子を見せた 合成したものが，選択したものとあっているかを確認する ④式を完成 黒板に提示した問題に答えをはり，式を完成させる

表 4-7　分数の加法の分類

真分数	帯分数
①1/4+1/4 ②1/2+1/2 ③1/4+1/4+1/4 ④1/4+1/4+1/4+1/4 ⑤1/2+1/4 ⑥1/4+3/4	①1/2+1/2+1/2 ②1/2+1/2+1/4 ③1/2+1/2+1/4+1/4 ④1/2+1/4+1/4+1/4 ⑤1/2+3/4

6. 実験 7-2 の結果

結果の処理 分数の加法は，真分数・帯分数の加法それぞれの課題で正答を 1 点として，合計得点を算出した。真分数・帯分数それぞれを 6 点満点とした。また，調査 I の等分割産出能力を，等分割算出得点中央値で分け，高群・低群とした。実験群は高群 19 名・低群 31 名，統制群は高群 14 名・低群 12 名であった。

分数の加法の理解 事後テストの結果を表 4-8，表 4-9 に示す。真分数・帯分数ともに正答率は 80%以上であった。1/2 と 1/4 のみを使った課題では，実験群・統制群にかかわらず，真分数・帯分数ともに正答率は 90%以上であった。

表 4-8　真分数課題の正答率

真分数課題	全体	実験群	統制群
1/2+1/2	97.37	96.00	100.00
1/2+1/4	97.37	98.00	96.15
1/4+1/4	97.37	96.00	100.00
1/4+1/4+1/4	98.68	98.00	100.00
1/2+1/4+1/4	96.05	96.00	96.15
1/8+1/8	89.47	92.00	84.62

表 4-9 帯分数課題の正答率

帯分数課題	全体	実験群	統制群
1/2+1/2+1/2	98.68	98.00	100.00
1/2+1/2+1/4	97.37	96.00	100.00
1/4+3/4	84.21	86.00	80.77
1/2+1/2+1/4+1/4	92.11	92.00	92.31
1/2+1/4+1/4+1/4	90.79	88.00	96.15
1/2+1/2+1/2+1/4	92.11	90.00	96.15

各課題の平均点を表 4-10 に示す。実験群と統制群の合計得点，真分数得点，帯分数得点の平均値の差の検定を行ったところいずれも有意さは見られなかった（順に，$t(76)=0.803$, $t(76)=0.699$, $t(76)=0.331$, すべて，n.s.）。また，真分数と帯分数の課題において，実験群にのみ差がみられ，統制群では差がみられなかった（順に，$t(50)=2.54, p<.05$, $t(24)=.77$, n.s.）。

表 4-10　各課題の平均点と標準偏差

	実験群		統制群	
	M	SD	M	SD
真分数	5.80	0.12	5.76	0.16
帯分数	5.58	0.15	5.65	0.20
合計	11.37	0.25	11.41	0.34

等分割産出能力と教授法の関係　実験 7-1 で算出した，等分割産出能力を中央値で高群と低群に分けた場合の，真分数と帯分数，それぞれの課題の得点を表 4-11 に示す。等分割産出能力と教授法の 2 要因分散分析を行った。その結果，等分割産出能力と教授法のそれぞれの主効果，交互作用は，真分数(順に $F(1,76)=1.51$, n. s.， $F(1,76)=.03$, n. s.， $F(1,76)=.08$, n. s.)，帯分数($F(1,76)=2.28$, n. s.， $F(1,76)=.08$, n. s.， $F(1,76)=.99$, n. s.)，合計得点(順に $F(1,76)=2.24$, n. s.， $F(1,76)=.01$, n. s.， $F(1,76)=.54$, n. s.)のいずれにおいても有意でなかった。

表 4-11　教授法・等分割産出能力の平均点と標準偏差

	実験群				統制群			
	高群		低群		高群		低群	
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
真分数	5.95	0.19	5.65	0.15	5.86	0.22	5.67	0.24
帯分数	5.89	0.24	5.26	0.19	5.71	0.29	5.58	0.30
合計	11.84	0.39	10.90	0.31	11.57	0.46	11.25	0.50

子どもの反応　授業の様子を録画し，ビデオの記録から，子どもの反応を観察した。分数をやると言った際には，子どもたちは「分からない」などの困惑した表情をしていたが，実際に問題を解いてみると,「簡単」「分かった」などの声が聞こえてきた。子どもたちは，円の模型をみながら，「半分」「半分の半分」「パックマン」「三時」など，分数の模型を自分たちなりの言葉で表現していた。

授業の最中には,「分かった」「簡単」など，分数の加法を十分に理解していると伺える発言が何度もあった。選択肢を示して，挙手を求めた際にも，ほとんどの子どもが正答を選択していた。「引き算はやらないの」「もっと難しいのがいい」「円足す円は」など，さらに発展的な学習への意欲をのぞかせる発言もあった。

一方で，一斉指導での調査ということで，学級ごとに教示を行ったため，周りの子ども

の様子が気になるのか，自信がなさそうな様子で周りをうかがってから挙手をする子どもや，間違えたところに手をあげてしまった際に，「やっぱうそ」など大げさに反応する子どもや，周りで手をあげていないと分かるとそっと手を下ろす子どももがいた。

実験群では，「どうなってるの」「すごい」など，ファンクションマシンへの反応もみられた。

7．実験 7-2 の考察

分数の加法の理解　それぞれの分数の加法の問題で，正答率は 80%以上であったことから，文字による分数学習前の子どもであっても，形を用いて比率から分数の導入を行うことで真分数・帯分数的な加法の演算が可能であると考えられる。真分数・帯分数の加法の課題において，実験群のみ有意な差がみられ，統制群において差が見られなかった。統制群において合成・分解の操作を児童の前で示したことによって 1 単位量が意識されたのではないかと考えられる。石田(1985)は，分数の難しさの 1 つの要因として意味の複雑性があることを指摘している。今回の模型で使用したような分割分数では，分割の対象となるもとの量を抑えること，等分すること，等分したものをいくつとるかがポイントになる。帯分数的な課題では，もとの量としての 1 単位量を明確にすることが求められる。帯分数的な課題では，そのような操作を行う必要があるために真分数的な課題よりも難易度が上がると考えられる。統制群では，1 をつくるという操作を教授の過程で見ているために，帯分数的な課題での正答率が高くなり，実験群でのみ真分数的な課題と帯分数的な課題で差が見られたのではないかと考えられる。帯分数課題では，合成の前に 1/2 を 1/4 ずつに分解するなどの分解の操作が必要な課題・4 つの分数を足すなど，足す数の多い数で誤りが多くみられた。そのような整数の加法とは違った分数特有の操作の複雑性が，子どもにとっての難しさにつながるのではないかと考えられる。

等分割産出能力と教授法の関係　等分割産出能力・教授法の 2 要因分散分析では有意な効果は見られなかった。等分割産出能力の高低や教授法にかかわらず，分数の加法の問題で 80%以上の正答率を得られたということから，正式に分数を学習する前であっても，分数の加法を行う素地を十分にもっていると考えられる。

等分割産出能力と分数の加法については関連がみられなかった。しかし，実験 7-1 の結果をみると，等分割に関しては，個人の発達の差があることは明らかである。実際に学校で使われている教科書では，分数の加法は 3・5・7 など，等分割産出能力の発達では最後に発達するとされている奇数を分母とする分数を使って導入されている。今回は，ほとんどの子どもが等分割することのできた 2・4 分割した模型を使って分数の加法の教示を行ったため，等分割産出能力と分数の加法に差が出なかったのではないかと考えられる。

また，教授法について，分割線が子どもの直感的な判断を妨げられる可能性があることから，実験群では，ファンクションマシンを用いて合成を行い，合成の過程を見せないこ

とで，直感的に比率の加法を行うことができるようにした。逆に統制群では，実験群と同じ模型を使い，分解・合成の様子を教授の一環として示した。教授法による分数の加法の課題の差がみられなかったことから，ファンクションマシンを使った教示を行うことと，分解や回転など図形の合成の過程を実際に見るなどの教示方法にかかわらず，分数の加法について，模型などの視覚的に捉えることのできる教具を用いた教示を行ったことで，分数の加法が理解されたのではないかと考えられる。また，具体的操作期には子どもの操作が重視されるが，教師が前で教示することでも，十分に子どもの理解が促進されるのではないかと考えられる。

第 3 節　全体的考察

等分割に関して，四角形が円に先行する，偶数分割が奇数分割に先行する，図形によってとる方略が異なるなどが示された。

分数の加法について，80%以上の正答率が得られたことから，円という 1 単位量の明確な図形を用いて，比率から分数を導入することで，学校で正式に分数の学習をする前であっても，真分数･帯分数的な分数の理解が可能であると示された。授業の際，半分や半分の半分，半月，パックマンなど，子ども独自の視点で，円形の模型の形を捉えている様子をみることが出来た。まだ分数を学習していないために，1/4 などの正式な言い回しは出てこないものの,生活経験の中で,分数の素地となるような経験がなされていることが伺えた。

Yoshida & Sawano (2002)は，従来の教科書通りの授業を行う教科書群と，インフォーマルな知識などの子どもが生活の中で獲得してきた知識などの「子どもの論理」を反映し，子ども同士の相互作用を意図的に導入した実験群の 2 つの授業とその効果を比較している。子どもの論理を具体化したカリキュラムでは，伝統的な指導と比べて，3 倍強の理解を示すだけでなく，子ども同士の討論もかなり深化したという。この実験 7 の結果からも，初期の分数能力を用いた分数の導入で，分数学習の効果があったと考えられる。

石井(2011)は，数量単位のない円形及び正方形型のピザを利用した実験群と，数量単位のついたテープと液量を利用した教科書群で授業を行い，授業の前後で等分理解の変容を調査した。その結果，プレテストでの等分課題で誤答であった子どもの正答率は，実験群が教科書群を上回ることを示した。

この実験 7-1 では，分割の合成を見せなくとも，分数の学習が成立することが示されたが，石井(2011)の結果は数量単位を入れるという手掛かりで分割を示さないほうが，子どもたちの本来持っている初期の分数能力を引き出しやすいとも考えられる。

また，実験 7-2 では，一斉指導の形で行ったために，教授の中で周りの反応に合わせて挙手をする様子も見られた。一人一人の子どもがどのように考え，問題を解決していくかの思考の流れを明らかにしていく必要があると考えられる。

実験 7-2 では，分数の導入部分のみで，分数の表記や分数の加法の計算については扱わなかった。実際に行われている文字を使用する分数の学習で，分割図を描く能力との関係について検討する必要がある。

次章では，この問題について検討する。

第 5 章　分割図で分数を作図する能力の発達と分数学習での達成との関連

第 1 節 分割図で分数を作図する能力の発達と分数学習での達成との関連

1. 問題

実験 7 では，小学校 1 年生等分割の図を描く能力と，2,4 を分母とする文字を使わない分数の計算の学習実験での達成の間に関連は見られなかった。

日本のカリキュラムでは，分数の導入において，特に，はしたの数としての導入では 4/3 が用いられていて，2,4 以外の分母が用いられることも多い。

分割数が子どもの発達段階を超えるもので指導された場合，分数の学習に影響があるのかどうかを検討する必要がある。

実験 8 では，分割図で分数を作図する能力の発達と分数学習での課題達成との間にどのような関係があるかを検討することを目的とする。日本のカリキュラムでは，平成 23 年度実施の指導要領以前でも以降でも，分数の計算は小学校 4 年生から本格化する。そこで，小学校で分数が導入される 4 年生から 6 年生までを対象として調査を行う。

まず，分数を分割図で作成する能力について調べる。分数の作図をする能力は，図形の分割能力の発達に即して発達すると考えられる。分数を分割図で産出する能力について，分母数による達成の発達差も検討を行う.分母が 3,6 など 3 の倍数である場合と分母が 2,4,8 など 2 の倍数の場合との比較を行う。

さらに，分割図の作成能力の発達研究において分割図を作成するとき基になる図形の形状によって発達的に差がみられていることから(Pothier & Sawada,1983)，分数を分割図で作成する課題においても，円と四角形では，発達的に異なることが予測される。分数を作図する際に，円あるいは四角形を用いて作図することを指示し，図形による分数を分割図で示すことの達成の違いを明らかにする。

同時に，同じ小学 4 年生，5 年生，6 年生を対象に，各学年の分数単元の学習内容の確認問題を行う。学年ごとにそれぞれの学習内容の理解に等分割図を書く能力がどのように関連するかを明らかにすることを目的とする。

2. 実験 8

調査協力者 東京都のＭ市の市立小学校 3 校の 4 年生～6 年生の児童 660 名，そのうち 4 年生 228 名(作図問題で四角形を用いた児童 85 名，円を用いた児童 143 名)，5 年生 220 名(作図問題で四角形を用いた児童 110 名，円を用いた児童 110 名)，6 年生 212 名(作図問題で四角形を用いた児童 88 名，円を用いた児童 124 名)である。調査を行った時点で，各学年の分数単元確認問題で取り上げる範囲が授業で済んでいることを担任教師に確認した。

調査材料 各学年の教科書に従った分数の学習内容の理解を確認する分数単元確認問題と分数を作図する問題で構成された A3 の調査用紙 1 枚である。調査用紙の構成は，各学年での分数に関する学習内容の分数単元確認問題(左半分)と，円または四角形のうち指定された図形で分数を作図する問題（5 問）(右半分)で構成されている。

分数単元確認問題　分数単元確認問題は，各学年の教科書に従って問題を作成した。各学年の分数単元確認問題は分数の大きさ比べと分数計算問題から構成される。各学年の問題構成は次のとおりである。4 年生は，大きさ比べのうち，分数の大きさの穴埋め問題 2 問，同分母の大きさ比べ問題 6 問，計算問題は仮分数を帯分数，整数になおす 4 問の計 12 問である。5 年生は，同分母の大きさ比べ問題 6 問，異分母同分子の大きさ比べ問題 1 問，同分母の加減算問題 10 問，の計 17 問である。6 年生は，同分母の大きさ比べ問題と異分母の大きさ比べ問題 10 問と同分母・異分母の加算 10 問との計 20 問である。

分数の作図課題　作図を求める分数は，真分数 5 つとし，分母は 2 の倍数と 3 の倍数を取り上げ，分子はそれぞれの分数が真分数になる範囲でランダムに選んだ。したがって，2 分の 1，3 分の 2，4 分の 3，6 分の 1，8 分の 5 を作図する計 5 問題とした。円あるいは四角形を使って分数を作図するように教示が書かれている。対象児童のクラスごとに，半数のクラスに円，半数のクラスに四角形を割り当てた。

調査問題は表紙、練習問題、分割問題 10 ページ、の全 12 ページで構成した。分割問題には、A4 用紙に直径 55 ミリメートルの円又は一辺 50 ミリメートルの正方形 1 つが印刷されている。それぞれの調査用紙の上部に「下の形を、○つの同じ大きさに線を引いて分けてください」という教示がある。円、正方形の二つの図形で 2、4、8、3、6 分割という順番で問題を提示した。順序による効果をなくすため、半数の協力者には円から始め、もう半数には正方形から始まるように構成した調査用紙を配布した。

手続き　担任教師の指示のもと，クラス単位で調査を行った。調査の内容は分数単元確認問題，作図問題の順番となっている。調査時間は 30 分～45 分程度である。コンパス，定規の使用，不使用については指示をせず協力者自身の判断に任せた。

3. 結果

結果の処理

分数単元確認問題　計算問題については，答えが帯分数か仮分数であるか，約分がされているかは基準とせず，分数の計算が合っていれば正解とした。1 問正解につき 1 点として得点を算出した。満点は，4 年生が 12 点，5 年生が 17 点，6 年生が 20 点である。

分数作図課題の評価基準　各協力者の 5 問の分数の作図について次の基準に基づいて 3 段階の評価を行った。A：図形を正しく分母数に等分できている。B：分母数に分割されているが，分割が等分でない。C：分母数に分割ができていない。作図の評価については，2 人の評定者が評価をそれぞれつけた。2 人での評定で一致率は 92.1%であり，2 人の評定が不一致の場合は第 3 の評定者の評定により分類した。評定が A であった場合を課題の通過者とした。評価が A であったもののうち，分子数に誤りがあるものは見られなかった。

各分数作図の正答率　円と四角形のそれぞれで 5 つの課題の各課題で作図の評価が A であ

った人数を正答として正答率を算出し，学年，図形，分数の値によって表にした（表 5-1）。

正答率を学年・図形・分数の値の 3 要因で角変換による分散分析を行った。その結果，3 つの主効果と 3 つの交互作用はそれぞれ 1%で有意であった（主効果は順に χ^2 = 44.90, df=2, χ^2 = 116.81, df=1, χ^2 = 98.25, df=5, 学年・図形の交互作用は χ^2 = 14.64, df=2, 学年・分数の交互作用は χ^2 = 39.81, df=8 図形・分数の交互作用は χ^2 = 19.12, df=4, 3 つの要因の交互作用は χ^2 = 25.23, df=8）。

表5-1 分数作図の達成比率

		1/2	2/3	3/4	1/6	5/8	全 体
4 年	四 角 形	94.12	91.76	91.76	85.88	84.71	89.65
	円 形	96.50	64.34	82.52	48.95	70.63	72.59
5 年	四 角 形	97.27	90.91	90.91	90.91	90.91	92.18
	円 形	96.36	90.91	90.00	67.27	87.27	84.36
6 年	四 角 形	98.88	89.89	93.26	96.63	93.26	94.38
	円 形	98.39	79.84	95.16	75.00	90.32	87.74
全 体		96.92	82.94	90.60	77.44	86.18	86.82

図形では四角形のほうが円より正答率が高く，学年が上がれば正答率が上昇し，下位検定によれば 3 つの学年の間の差はそれぞれ5%水準で有意であった。分数の値では正答率は，高いほうから順に 1/2，3/4，5/8，2/3，1/6 であり，下位検定でこのそれぞれ 2 つずつの組み合わせ全てで差は5%水準で有意であった。図形別にみると，円では同じ順に 2 つずつの組み合わせ全てで差は5%水準で有意であったが，四角形では 1/2 と他の 4 つの分数の作図の正答率の差は5%水準で有意であったが，他の 4 つの分数の組み合わせ全てで有意な差が見られなかった。

分数作図の方略　四角形においては，分母の数だけ四角形を連結させる方法での作図が見られた。これらについても他と同様に先にあげた作図の基準に従って正しく分母数に等分されていかどうかで評価を行った。

分割図による分数の作図の誤答は図 5-1 に示すようなものが見られた。誤答には同じような方略をとるものが多くみられた。

まず，分母数が 3,6 の作図に見られた半分を手がかりに分割した方略である（図 5-1- a,b）。これは Lawton（2005） の研究でも見られた方略である。四角形でも見られたが，円ではこの方略をとることがしばしば見られた。

次に円の作図に見られた平行線を用いた分割方略である（図 5-1- d,e）。これは四角形を分割する方法と同様の分割方略であるが，円を平行線で分割した場合，等分割にはならない。その図形による分割方略の区別がついていないため，円も四角形同様に平行線で分割していても誤りであると気づいていないと考えられる。

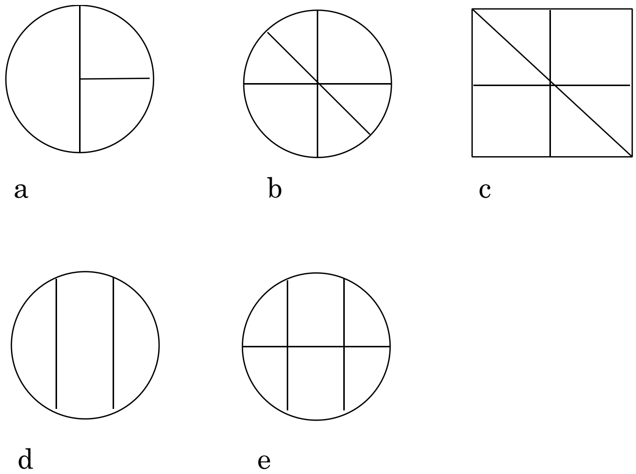


図5-1 分数の作図における分割の誤答例

作図成績と分数単元確認問題得点の比較　円と四角形のそれぞれで 5 つの作図課題のそれぞれ全てで作図の評価が全て A であった児童を作図成績高群，1 つ以上の B か C があった児童を作図成績低群の 2 群に分けて計算得点を比較した。各学年で円と四角形のそれぞれにおける作図成績高群と低群の分数単元確認問題得点を表 5-2 に示した。

表5-2 作図成績と教科書の内容の確認問題得点の比較

		4年				5年				6年			
		四角形		円		四角形		円		四角形		円	
作図成績		低群	高群	低群	高群	低群	高群	低群	高群	低群	高群	低群	高群
	人数	24	61	84	59	19	91	42	68	14	74	40	84
	%	28.2	71.8	58.7	41.3	17.3	82.7	38.2	61.8	15.9	84.1	32.3	67.7
確認問題得点合計	(満点)	(12)				(17)				(20)			
	平均	11.04	11.64	11.29	11.73	16.26	16.33	15.83	16.25	17.64	18.91	18.98	19.12
	標準偏差	1.08	0.66	1.21	0.52	1.37	1.26	1.81	1.55	3.75	2.06	1.82	2.04
大きさの問題	(満点)	(8)				(7)				(10)			
	平均	7.58	7.82	7.65	7.90	6.32	6.55	6.31	6.41	9.21	9.47	9.58	9.63
	標準偏差	0.65	0.43	0.59	0.30	1.38	1.05	1.28	1.48	1.48	1.43	1.13	1.04
計算問題	(満点)	(4)				(10)				(10)			
	平均	3.46	3.82	3.63	3.83	9.95	9.78	9.52	9.84	8.43	9.43	9.40	9.49
	標準偏差	0.88	0.39	0.89	0.38	0.23	0.49	0.77	0.56	2.77	1.46	1.01	1.40

各学年で，分数単元確認問題得点に対して円・四角形と作図成績の 2 要因の分散分析を行った。

分数単元確認問題得点に関して 4 年においては円・四角形の要因は有意ではなく（$F(1,224)=1.28$, n.s.），作図成績の要因が5%水準で有意であった（$F(1,224)=12.46$, $p<0.5$）. 交互作用は有意でなかった（$F(1,224)=0.27$ ）。

つまり，分割図を書くのが円であるか四角形であるかに関わらず，分割図の達成成績の高群が低群より分数単元確認問題における成績がよいことが示された。5 年においては図形と作図成績とそれらの交互作用のいずれも有意ではなかった(順に $F(1,216)$=1.16，$F(1,216)$= 1.05，F(1,216) =1.20，全て n.s.)。6 年においても図形と作図成績とそれらの交互作用いずれも有意ではなかった(順に $F(1,207)$=4.15，$F(1,207)$= 2.71, F(1,207) =0.71, 全て n.s.)。つまり，5 年と 6 年では，分割図を書くのが円であるか四角形であるかと分割図の達成成績の高群・低群によって分数単元確認問題得点に差が生じないことが明らかにされた。

さらに，分数単元確認問題を構成する 2 種の下位問題の得点，つまり，分数の大きさ比べ得点，分数計算の得点それぞれに対して円・四角形と作図成績の 2 要因の分散分析を行った。

その結果，分数の大きさ比べ得点では，4 年においては円・四角形の要因は有意ではなく ($F(1,4)$=1.28， n.s.)，作図成績の主効果が 5%水準で有意であった ($F(1,4)$=12.48, p<0.5. 交互作用は有意でなかった(F(1,4)=0.32)。5 年においては図形と作図成績の主効果とそれらの交互作用はいずれも有意ではなかった(順に $F(1,4)$=0.32，$F(1,4)$=0.32，$F(1,4)$=0.32，全て n.s.)。6 年においても図形と作図成績の主効果とそれらの交互作用はいずれも有意ではなかった(順に $F(1,4)$=0.32，$F(1,4)$ =0.32，$F(1,4)$=0.32，全て n.s.)。

また，計算得点では，4 年においては円・四角形の要因は有意ではなく($F(1,4)$ = 1.28, n.s.)，作図成績の主効果が 5%水準で有意であった($F(1,4)$=12.48， p<0.5)。交互作用は有意でなかった (F(1,4)=0.32)。5 年においては図形と作図成績の主効果とそれらの交互作用いずれも有意ではなかった(順に $F(1,4)$= 0.32，$F(1,4)$= 0.32，$F(1,4)$=0.32，全て n.s.)。6 年においても図形と作図成績の主効果とそれらの交互作用いずれも有意ではなかった(順に $F(1,4)$=0.32，$F(1,4)$= 0.32，F (1,4) = 0.32，全て n.s.)。

つまり，分数単元確認問題を構成する 2 種の下位問題の得点，つまり，分数の大きさ比べ得点，計算得点のいずれも 5・6 年生では作図成績との間に有意な関係は見られなかった。

4. 考察

等分割図の作図能力の発達 分数作図課題の達成についての学年・図形・分割数の 3 要因での分散分析の結果から，3 つの主要因全てが有意であった。学年が上昇するに従って達成の比率が上昇する。図形については四角形が円よりも達成が早いことが示された。1/2 については調査対象の 3 つの学年全てで 94%を越えて，2 分割の達成はこの学年では困難ではないことが示された。

四角形の分数作図の発達 四角形では 2 分割とそれ以上の分割の間には有意差が見られたが，2 分割以外の分割それぞれの間の達成率の間に有意差は見られなかった。

円の分数作図の発達 円については 1/2， 3/4， 5/8， 2/3， 1/6 の順で達成率が有意に下がり，4 年生で 2/3 は 64.34%，1/6 では 48.95%であった。3/4 が 82.52%，5/8 では 70.63%であることに比べると，円の 3 の倍数での分割は達成が困難であることが示された。

作図成績による分数単元確認問題得点の比較　作図成績については，分数の作図の評価をもとに作図成績を高・低の 2 群に分け，円・四角形の図形の 2 群の 2 要因で，分数単元確認問題得点の 2 要因分散分析を行った。分数単元確認問題は，対象児童がそれぞれの学級で既に学習した範囲である。各学年の分数の単元での学習内容の理解に分割図を作図する能力がどのようにかかわるかを検討した。

4 年 4 年においては，等分図の作成の高群・低群と円・四角形の図形の 2 群の 2 要因で，分数単元確認得点に対して分散分析を行ったところ 2 群の理解得点には有意差があった。

4 年の分数単元確認問題は大きさの比較と計算問題からなる。4 年生では分数の大きさを単位の 1 を比べる文章の穴埋め問題と同分母の大きさ比べであり，計算問題は仮分数を整数か帯分数に変換する問題である。大きさ比較問題と計算問題得点のそれぞれに関して等分割図を作成する課題の高群・低群の間にも有意差が見られた。つまり，円でも四角形でも等分割図の達成高群のほうが低群に比べて，大きさ比較得点でも計算問題得点でも有意に高かった。これは，等分割図を作成できるほうが，分数の学習理解がよいことが示された。分数を導入する学年では，等分割図を書くことができることと，分数の大きさの比較の問題や仮分数を帯分数に変換する問題などの理解との間に関連があることが示された。

5 年　5 年生でも同様に分数の作図の評価をもとに作図成績を高・低の 2 群に分け，円・四角形の図形の 2 群の 2 要因で，分数単元確認問題得点の 2 要因分散分析を行った。等分割図達成度においても図形においても，差は有意ではなかった。また，同様に分数単元確認問題の下位問題の，大きさの比較問題，計算問題においても差は見られなかった。

5 年生での分数単元確認問題の計算問題は同分母の加減算である。これらの問題を解くときに，計算の方略のみで解決し，等分割図をイメージしていない可能性もあると考えられる。また，分数の大きさ比べの問題においては，5 年生では異分母を比べるのに必要な約分などの学習は済んでおらず，教科書では異分母同分子の場合大きさを実際に図で表して比べてみるという方法で解決している。しかし，分割図の達成と分数単元確認問題の間には有意差がなかった。大きさ比べについても計算で解決している可能性が考えられる。問題のひとつとして，「$5\frac{3}{8}$ と $4\frac{7}{8}$ 」という帯分数の大きさ比べがあった。この問題の場合分数を帯分数の整数部分の 5 と 4 を比べることにより仮分数に変換する計算をしなくても大きさがわかる。しかし児童の調査用紙には中にはこの分数を「 $\frac{43}{8}$ と $\frac{39}{8}$ 」という仮分数に変換したメモがしばしば見られた。

6 年 6 年生でも同様に分数の作図の評価をもとに作図成績を高・低の 2 群に分け，円・四角形の図形の 2 群の 2 要因で，分数単元確認問題得点の 2 要因分散分析を行った。等分割図達成度においても図形においても，差は有意ではなかった。また，同様に分数単元確認問題の下位問題の，大きさの比較問題，計算問題においても差は見られなかった。

6 年生では，分数の単元で分数の乗除を学習する。分数の乗除の意味を図で理解することは容易ではない。図で表すことができなくても手順として覚えることはできるため，分数の計算問題において，加減算でも意味を考えずに計算の手続きのみで解決してしまう場合もあると考えられる。

このように分数の概念が導入され，帯分数を仮分数や整数になおすなどの基本的な問題を習得する 4 年生では，分数を等分割図で表す能力が分数単元確認問題の成績に影響を与える。しかし，5・6 年生において，同分母の加減算や，異分母の加減算を学習するようになり，分数単元確認問題を解決するために，より計算の手続きに依存するようになると考えられる。したがって，5・6 年生においては，分数を等分割図によって表わす能力と分数単元確認問題の成績の間に有意な関連が見られなくなったと考えられる。

第 6 章　総合論議

第１節　　本研究の背景と目的

本研究では，幼児期の分数能力を規定する要因を整理し，幼児期の初期の分数能力を小学校での分数の学習につなぐために，その能力を分数の学習につなげる方法を具体的に検討することを目的とした。

算数・数学能力の発達において乳幼児期にも基礎的な能力が発揮されることを示す研究が行われてきた。算数・数学能力の発達については，2 つの段階が仮定されている。つまり，学校によって学習される算数の能力と，それ以前の乳幼児期に獲得される能力に分けられて考えられている。Siegler et al (2013)は，分数の知識の発達について，1/2,1/3 のように数値表現で表示される分数の知識を symbolic fraction knowledge とよび，これに対して，数値表現を使用せずに分数を円や四角形の図形表示で示されるか，離散量の比として図形で示される分数での知識を non-symbolic fraction knowledge と名づけた。

数値表現を用いない分数の知識(non-symbolic fraction knowledge)は乳幼児期からみられ，さまざまな研究が行われてきた。乳幼児期に持っている基礎的な数能力をいかに学校教育に結びつけるかを検討することは重要な課題であると考えられる。

数値表現を用いない分数(non-symbolic fraction，文字を用いない分数)は，図の形で表される。図であらわされる分数は，小学校以降の分数の学習においても，用いられる。

初期の分数能力は，アナロジー課題を用いて研究されてきた(Goswami & Brown,1989: Goswami，1988:Singer-Freeman & Goswami,2001: Spinillo & Bryant 1991: Spinillo & Bryant,1999)。幼児期において分数の等値性の判断が可能であることが示されてきた。また，幼児期に分数の加減算が可能であることも示されてきた(Mix，Levine & Huttenlocher, 1999)。

本研究の目的は，幼児の初期の分数能力の発達に関わる要因について先行研究に基づき，問題点を整理し検討することであった。そして，その初期の分数能力をいかに教育に結びつけるかを検討することである。初期の分数能力の発達に基づいた指導は，子どもにとって理解しやすく，学校教育におけるユニバーサルデザインとなることが期待される。

第２節　初期の分数能力の発達―分数の理解を規定する要因

実験１では，4〜6 歳児を対象に，円形のピザと四角形のチョコとの紙の図版とチョコの模型のチップを用いて，各図版は分割線で切り離して分割を明示する条件で，４ 分割・8分割の間のアナロジーによる分数理解について検討した。全体での正答率は 63。94%，4 歳児では 65。89%，5 歳児では 62%であり，年齢の差はみられなかった。全体の正答率は，8分割の提示図版が円形のピザであるか四角形のチョコであるかによって異なり，ピザの場合の平均は 43。78%，チョコの場合の平均は 84。11%であり，また選択図版が 4 分割の円形か四角形かまたはチップであるかによって差は生じないことが明らかになった。

等分割の産出の先行研究からは分割数によって発達的な差があること，形状によっても円形と四角形では特に 8 分割において，四角形が円形に発達的に先行することが示されているが(Pothier & Sawada, 1983)，実験１の結果から，図形の分数理解においても 8 分割の円形は，8 分割の四角形より発達的に遅いことが示された。

実験２では８分割の図版を用い，円形と四角形の要因と，分割線の有無，分子の数の３つの要因の影響を検討する。分割線の有無では分割線のない方が，提示図版の形状では円形より四角形において分数理解が促進されると予測された。

協力者全体の正答率は 67.1%で，4 歳では 64.5%，5 歳では 69.7%であった。チャンスレベルより，有意に高い正答率が示され，就学前児において分数判断が可能であることが示唆され，これまでの幼児期の分数判断の研究に沿った傾向が示された。幼児の分数判断に影響を与える要因についての検討を行った。

分割線の有無については，5 歳児においても分割線がある円形が最も困難な課題であり，分割線があることが分数判断に影響を及ぼし，分割線のない分数判断が分割線のある分数判断より発達的に先行することが示された。幼児の分数判断において分割線の有無は分数判断のいくつかの要因の１つであると考えられる。この結果は，Singer-Freeman & Goswami (2001)，Spinillo & Bryant (1999)などの先行研究の結果と一致する。分割線の有無が幼児の分数判断に影響を及ぼすのは，分割線のある場合には図示的・空間的な分数判断より，直接的な数値の対応が優先される傾向があるためと考えられた。

分数判断の要因として形の要因については，4 歳児で有意差をもたらしたが，5 歳児では有意差はなかった。8 分割は，5 歳児では分割線のある円形以外では分数判断は困難ではなく，形の要因が差をもたらさない。4 歳児では 8 分割において円形は四角形に比べて分数判断が難しくなる。8 分割以上では四角形では頂点が分割線の起点となるが，円形では分割線の起点となる頂点がなく，分数判断が困難になると考えられる。

次に，分子数の要因について，この実験で，4 歳児で有意差を，5 歳児で有意傾向をもたらした。分子の数が少ない時に正答率が下がることが確認された。この結果は，Spinillo & Bryant (1999)，Singer- Freeman & Goswami(2001)，実験１の結果と一致する。分子の数が少ない時には図示的・空間的な分数よりも直接的な数値の対応によって判断が行われやす

くなる。そこで，実験 3 では，なぜ，分子の数によって，正答率が異なるのかについての検討を行った。

分子数が小さいときに，分数の判断が求められると，例えば，2/8 が提示されれば，分子数の 2 との対応で，2/4 が選ばれやすい。分子の数に注意が集中し，空間的な大きさの比率（分数）に注意が向きづらくなる。もし，空間的な大きさの分数に注意を向けるような状況であれば，分子数の少ない場合にも，誤答が減少するのではないだろうか。分割線が 8 分割の時は，4 本の分割線は同じ太さで示されている。そこで，4 本の線のうち 2 本を太くして，2/8 の図版で 1/4 の分割線を太く示すことで，空間的な大きさの分数に注目が集めることで，分子数の小さいときに誤答が減るということを仮説として実験を行った。

実験 3 では，8 分割と 12 分割において，分割線の太さを変えて，提示図版と選択図版の間の対応がつけやすいような手がかりを与えて，実験を行った。

その結果，8 分割であることと 12 分割であることは差をもたらさないが，円形か四角形かという形状の要因と分子数の大小は影響を及ぼし，四角形より円形，分子数が大より小で誤答が多くなることが示された。分割線の太さを変えて，分数の大きさの対応を明瞭にしても，分子が小さいときに誤答が多い傾向は変わらなかった。

この実験 3 での 4～6 歳児で正答率は 86.4％で，分数を容易に判断できることが示された。これらの正答率は実験 1，実験 2 と同じような年齢での正答率 60～70%より高いといえるであろう。太い線で提示図版と選択図版の分数の対応をつけやすくすることで分数の同値判断が容易になり，正答率がこれまでの研究より高くなること示唆されたと言える。

図形に関する分数理解に関する一連の研究と実験 1， 2， 3 の結果から，図形の分数理解に関連する 4 つの要因があると考えられる。第 1 の要因は，分割線の有無である。これは，非連続量か連続量かの問題としてとらえられ(Singer-Freeman & Goswami， 2001)，分割線のないもの，つまり連続量の分数理解が発達的に先行すると考えられる。分割線のない円の 4 分割の加減算は 4 歳で可能である(Mix， Levine & Huttenlocher， 1999)。3～4 歳で，分割線が明瞭でない円形のピザの 4 分割･8 分割の間の分数のアナロジーは，仕切りの入ったチョコレートが含まれるアナロジー課題より容易であった(Singer-Freeman & Goswami， 2001)。12 分割の円での分数と 6 つの三角形の列での分数では，円に分割線がなければ 6 歳で，分割線があれば 7～8 歳で可能になる(Spinillo & Bryant，1999)。これらの研究から，分割線があることによって，幼児の分数理解で困難さが増すことが示唆される。図形に分割線が入ることで子どもの分数理解についての直感的な判断が妨げられることがあると考えられる。第 2 の要因は図形の分割数である。図形分数の研究は 2 の倍数を中心に研究されているが，分割数が増加すると分数理解の達成年齢が上昇する傾向が見られる。分割線がある状態の円形で比較すると，実験 1 では 4 分割の提示図版は正答率の差をもたらさず，8 分割の選択図版によって正答率の差が生じたことから，4 分割の理解が 8 分割に先行することが示された。分割のある円形の 12 分割の分数理解は 7～8 歳になるまで成立しない(Spinillo & Bryant， 1999)。第 3 の要因は図形の形状である。これまでの研究で図形の

形状を比較した研究は少なかったが，実験 1 で，四角形の 8 分割の理解は円形の 8 分割の理解に先行することが示された。第 4 の要因は分子数である。実験 3 でも，提示図版の分数と選択図版の分数の対応がつけやすいように，選択図版の分割線の太さを変えて実験を行ったが，その条件でも分子の数が少ない時に正答率が下がることが確認された。この結果は，Spinillo ＆ Bryant (1999)，Singer- Freeman & Goswami(2001)，実験 1 の結果と一致する。分子の数が少ない時には図示的・空間的な分数よりも直接的な数値の対応によって判断が行われやすくなることが示唆された。

第 3 節　分数を説明する能力の発達

実験 4 では 12 分割で四角形・円形の図版で，分割線のあり・なしの条件で，理由を聞く条件で実験を行った。結果について，同様に，形状，分割線の有無，分子数の 3 要因の分散分析を行った。4 歳児，5 歳児ともに形状と分子数が有意であった。

実験 2 では 8 分割で四角形・円形の図版で，分割線のあり・なしの条件で，理由は聞かないで実験を行った。結果について形状，分割線の有無，分子数の 3 要因の角変換による分散分析を行った。4 歳児では形状，分割線の有無，分子数の 3 つの要因が有意であった。5 歳児では分割線の有無のみが有意であった。

実験 2 と実験 4 の結果を比較すると，実験 2 では 4 歳児・5 歳児ともに分割線の有無の要因は有意であったのに，実験 4 では分割線の有無の要因は有意ではなかった。8 分割か 12 分割か，理由を聞かなかったか聞いたかの 2 つの要因が関連しているので，どちらの要因の影響か，相互作用かは明らかではない。一つの可能性は，12 分割になることで分割線が細かく，幼児では分割線がたくさんあることが，結果的に分割線があることとあまりかわらない，数える手がかりが目立たない条件になってしまった可能性がある。また，別の可能性として，理由を聞かれることが各試行で繰り返されたので，「数える」モチベーションが，分割線のない条件でも高くなり，分割線の有無の条件の影響が出にくくなった可能性があるだろう。

さらに，実験 5 では，理由の説明を求める条件で，分割数による影響を比較した。分割数，形，分子数の 3 要因の角変換による分散分析を行った。4 歳児では 3 つの要因が有意であり，5 歳では形，分子数が有意であった。4 歳児では，12 分割になることで分割線が細かく，幼児では分割線がたくさんあることが，結果的に分割線があることとあまりかわらない，数える手がかりが目立たない条件になってしまった可能性が示唆された。A:B=C:D という複雑な構文を使う短期記憶の容量の問題があるのではないかと考えられる。その発達は小学校中学年まで困難であることが予測される。

幼児期の分数判断は，文字を使わない分数判断から，分子の数の直接的な対応に基づく判断に至る段階にあると考えられる。また，幼児期には数や量に基づいた説明が始まっていることが明らかになった。しかし，数の分数，量の分数として，的確に説明する能力はない。

この次の段階として分数判断において，数値的な共変関係が把握できる段階が考えられるが，この段階にいかにして移行するのかが問題となる。数値的な共変関係の理解のためには数値的な対応にも目が向けられる必要があると考えられる。図示的な分数判断として，まず直観的な理解があり，次に数値のみに依存する段階があって，次に図示的な分数判断と数値的な共変関係の理解の段階に移行していくとすると，この移行期にあって 4 つの要因により，数値的な関係に目を向けるようになることも分数理解に必要で重要な段階であると考えられる。

幼児期において，すでに分数判断が成立しつつあり，説明も数や量を用いて説明しようと

することが明らかになった。数の比や量の比を明確に対応した説明には至らない場合が多いが，その基礎となる説明を行う能力が発揮できることが明らかになった。

分数の説明能力は数や量の用語を用いてなんとか説明しようとするが，分子・分母の関係を十分に説明する能力には，いたっていない。初期の分数の等値判断がある程度，達成できるにもかかわらず，説明能力が不十分な時期の子どもに，どのように小学校での分数教育への基礎を形成することについて考えることが必要であろう。

第 4 節　初期の分数判断の発達の過程

これまでの実験から幼児の分数の等値性の判断能力はどのように発達すると考えられるであろうか。Geary（1995）は　biologically primary mathematical abilities と secondary mathematical abilities という 2 つの概念を提案している。前者は計数と 3 ～ 4 以内の集合の足し算･引き算であり，どの文化においても乳児期に見られる能力をさす。どの文化においても乳児期に見られる能力とは，ヒトに普遍的で生得的な能力と考えられている。そして，後者は，発達的に続いて生じる文化に固有な数唱や計数のシステムとより大きな数での複雑な計算の形式を含む能力をさす。これまでの研究により，初期の分数の等値性の判断や足し算・引き算の能力は，生物学的に初期の算数・数学能力として考えられるであろう。

実験 1 から実験 3 までで，提示図版は 4 分割，6 分割で，選択図版は 8 分割，12 分割であった。分割線のない図版は分割線のある図版より容易であることが示された。分割線がない図版では直観的な判断が起こりやすく，分割線がある図版では，数えるモチベーションが強くなり，この年齢では数値的な対応づけによる分数の判断が困難なため，正答率は下がったと考えられる。

一方で，分数の説明能力は，初期の等値性の判断に比べると，ゆっくり発達する。分数の同値性を適切に説明する能力は，幼児期には不十分である。また，説明を求めることにより等値性の判断がむしろ正答率が下がる可能性も示唆された。これは，分数の等値性の判断が，分割線がある場合により正答率が下がるであることと，同様の傾向であると考えられるであろう。

以上の一連の研究により、初期の分数能力は幼児期に発達していて、分数判断は図形の形状、分割線の有無，分子の数などによって影響を受ける。また、幼児期には，分数の説明能力は分母･分子の関連を説明するほどの説明能力は十分ではない。初期の分数能力を教育に結び付けていくには，初期の分数能力の特徴を理解し，初期の分数能力の特性を生かすことが重要であろう。

第５節　文字を使わない分数の足し算

では，初期の分数能力を生物学的に２次的な算数・数学能力，つまり，文化に影響を受ける能力につなげるにはどのようにすればよいだろうか。就学前に分数の基本的な能力があるのならば，計算結果のフィードバックを示すことにより，学習が成立するのではないかと考えられる。

実験 6 では，文字を使わない分数の計算問題においてフィードバックを行い，計算の結果を見せることにより，子どもが持っている分数能力を子ども自身がいかに形成するかについて検討を行った。協力者は小学校１年生３名で，個別実験を行った。

Mix,Levine & Huttenlocher(1999)によって，幼児の初期の分数能力，つまり，分数の判断や分数の計算能力があることが示されてきた。この計算の正答率を上げていくこと，そして，文字を使う分数の計算を導入していくことを行った。第 1 段階では，Mix,Levine & Huttenlocher(1999)の実験のように文字を使わない分数の計算を行い，選択肢の中から計算結果を選ばせた。この実験６では，その後に，計算の答えを返してくれるファンクションマシンによって，計算結果のフィードバックを行い，文字を使わない分数の計算の誤答を減らしていくことを試みた。

続いて，第 2 段階では，文字を使わない分数に文字を導入し，分数の数値表現を学習する。さらに，第 3 段階前半では，文字を使わない分数によって，計算問題を式の形で提示し，文字を使わない分数表現で式の形で回答させた。第３段階後半では，文字を使わない分数の加算の式で文字を使った分数によって置き換えを行わせ，文字を使った分数表現で式の形で回答させる。第４段階では，文字を使った分数で計算を出題し，文字を使って回答させることを行った。

3 人の協力者は第 1 段階では正答率がおよそ 70%であったが，事後課題の文字を使った分数のペーパーテストでは，全員が 100%の正答率となった。第７実験の結果から、WISC-IV の成績の違いに関わらず、３人の参加者が、集中して課題に取り組み、６問題からなる事後テストに３人とも通過し、学習の達成が示された。図を表す分数のパネルから，分数の記号を導入することは困難さが少ないことが示唆された。

分数を表す円形のパネルの足し算から，「1/2, 1/4」と記入された数値カードへの置き換えは，小学校１年生にとって，難しいものではなかった。これは，ピアジェの理論(Piaget,1947: 邦訳，波多野・滝沢, 1967)で考えるとすれば，分数を表す円形のパネルの足し算で内的なシェマが形成される，あるいは活性化されて，そこに記号で名前が与えられるプロセスと考えることができるだろう。

分数を小学生に導入することは難しいことと考えられるかもしれないが，もし，難しいとすれば，分数の計算そのもの以外に「1/2, 1/4」と記載する難しさなどが，別の負荷をかけている可能性も考える必要がるだろう。学校場面では計算の式や答えを筆記することが求められるが，仮に，小学校低学年の分数の学習の達成を考える場合には，筆記の困難さも加

わっているのではないだろうか。

次に，実験 7 では，一斉授業で，文字を使わない分数の足し算の学習を行い，ファンクションマシンを使用して文字を使わない分数の足し算の結果のフィードバックを行う条件と，文字を使わない分数の合成の過程を示す条件で学習の達成の比較を行った。

初期の分数の理解の発達には，図の等分割の分母数が関連すると考えられた。そこで，第 7 実験では，協力者に等分割図の作成課題を実施した。

そこで，等分割図の作成課題を実施し，等分割の産出能力と 2 条件による分数の学習の達成の関連について検討した。等分割産出能力を明らかにすること，文字を使わない分数の足し算の結果のフィードバックを行う条件と，文字を使わない分数の合成の過程を示す条件で，文字を使わない分数の足し算の授業の導入を行い，その効果を明らかにすることを目的とした。

等分割産出能力・教授法の 2 要因分散分析では有意な差は見られなかった。等分割産出能力の高低や教授法にかかわらず，分数の足し算の問題で 80%以上の正答率を得られたということから，1 年生で，分数を学習する前であっても，文字を使わない分数の足し算の学習が達成されることが示された。

等分割の産出課題の結果から，等分割の作図に関しては，個人の発達の差があることが示された。実際に学校で使われている教科書では，分数の足し算は 3・5・7 など，等分割産出能力の発達では最後に発達するとされている奇数を分母とする分数も使って導入されている。今回は，ほとんどの子どもが等分割することのできた 2・4 分割した模型を使って分数の足し算の教示を行ったため，等分割産出能力と分数の足し算に差が出なかったのではないかと考えられる。

アジアの算数教育の比較を行った田中（2019）によれば、ミャンマーでの分数教育では実験 6, 7 で取り上げ文字を使わない分数の足し算を中心に導入されている。そしてその時に言語的な説明が中心ではなく、操作を中心に分数指導がなされているとされている。

各国で分数教育は異なるが、初期の分数能力を生かす分数の指導について検討を行うことが重要であろう。

第６節　分割図の作成能力の発達と分数の学習の達成

初期の分数の理解の発達には，図の等分割の分母数が関連すると考えられた。そこで，等分割図で分数を作図する能力の発達と分数学習での課題達成との間にどのような関係があるかを検討することを目的として実験を行った。分数の計算の学習が行われる小学校 4 年生から６年生までを対象とした。

まず，分数を分割図で作成する能力について調べた。分数の作図をする能力は，図形の分割能力の発達に即して発達すると考えられる。分数を分割図で産出する能力について，分母数による達成の発達差も検討をおこなった。分母が 3,6 など 3 の倍数である場合と分母が 2,4,8 など２の倍数の場合との比較を行った。

さらに，分割図の作成能力の発達研究において分割図を作成するとき基になる図形の形状によって発達的に差がみられていることから(Pothier & Sawada,1983)，分数を分割図で作成する課題においても，円と四角形では，発達的に異なることが予測された。分数を作図する際に，円あるいは四角形を用いて作図することを指示し，図形による分数を分割図で示すことの達成の違いを検討した。

同時に，同じ小学４年生，５年生，６年生を対象に，各学年の分数単元の学習内容の確認問題を行った。学年ごとにそれぞれの学習内容の理解に等分割図を書く能力がどのように関連するかを明らかにすることを検討した。

結果として、四角形の分数作図では、２分割とそれ以上の分割の間には有意差が見られたが，２分割以外の分割それぞれの間の達成率の間に有意差は見られなかった。四角形では分子を表わす四角形を連結させるように書いていくことがしばしば見られた。これは、基となる 1 を表わす四角形を先に書いてそれを分割数に等分していく方法ではない。この方略は基となる数の１が明確に意識されているかどうかがはっきりしない。

円の分数作図の発達については 1/2，3/4，5/8，2/3，1/6 の順で達成率が有意に下がり，円の３の倍数での分割は達成が困難であることが示された。

作図成績による分数単元確認問題得点の比較では、4 年においては，等分図の作成の高群・低群と円・四角形の図形の 2 群の 2 要因で，分数単元確認得点に対して分散分析を行ったところ２群の理解得点には有意差があった。つまり，円でも四角形でも等分割図の達成高群のほうが低群に比べて，大きさ比較得点でも計算問題得点でも有意に高かった。これは，等分割図を作成できるほうが，分数の学習理解がよいことが示された。

５年生でも同様に分数の作図の評価をもとに作図成績を高・低の２群に分け，円・四角形の図形の 2 群の 2 要因で，分数単元確認問題得点の 2 要因分散分析を行った。等分割図達成度においても図形においても，差は有意ではなかった。また，同様に分数単元確認問題の下位問題の，大きさの比較問題，計算問題においても差は見られなかった。

6 年生でも同様に分数の作図の評価をもとに作図成績を高・低の 2 群に分け，円・四角形の図形の 2 群の 2 要因で，分数単元確認問題得点の 2 要因分散分析を行った。等分割図達

成度においても図形においても，差は有意ではなかった。また，同様に分数単元確認問題の下位問題の，大きさの比較問題，計算問題においても差は見られなかった。

分数の分割で5・6年生までには、課題とした等分割図の作図が成立しているので、等分割能力は影響を及ぼしていないと考えられる。しかし、4年生では分割図の作図能力が分数の学習の達成にある程度の影響を及ぼしていることが示唆された。

分数の学習で、分割図の作成能力に個人差が見られる段階までは、作図能力の発達の様相に配慮して、2分割・4分割など分割図の作成が四角形でも円形でも容易な図を使って、分数の概念の導入や計算の学習に配慮する必要性が示唆された。

実験8では，分割図の作図と分数理解の関連を検討した。結果から，教育的示唆として以下の2点が明らかになった。第1は，分数概念の導入にあたって，テープ図などの四角形に基づく図の有効性と，ピザなどの円に基づく図の有効性とを比較し，四角形の図の優位性が示された。このことによって，日本の教科書で採用されることの多い四角形の図に基づく説明の有効性が示唆された。第2は，導入にあたっての分数の数値の選択についてである。日本の教科書では，分数概念の導入にあたって，教科書では3分の1の数値が採用されることが多いが，本論文における調査の結果，3分の1は子どもにとっての困難性が大きく，導入にあたっては，分母の数値を4にしたほうがよいことが示唆された。これら2点は教科書の紙面構成のあり方や実際の指導への具体的な示唆となるであろう。

実験8では分数概念の導入期にあたる第4学年の児童であっても，調査時点において，当該学年の分数の内容を学習済みであった。そのため，分数の学習後の達成度が等分割図の作図能力およびその達成度に逆に影響を与えたのではないかという問題が生じる。したがって，分数を学習する前の分割図の作図能力の発達についても検討する必要があると考えられる。また，日本の教科書が四角形を中心としていることが，今回の調査で四角形での作図成績がよかったこととも関連がある可能性があるだろう。この点についても，円形を中心に指導する国との比較なども必要であると考えられる。

また，実験8では確認問題は分数の知識・理解や技能に限定されている問題であった。分数の計算方法の考え方に関する問題等では分割図の作図能力とどのような関連が見られるか，今後さらに検討する必要があるだろう。

イギリスのナショナルカリキュラムでは分数は2年生（6歳）から導入され，インドでは1年生で1/4の段の九九を学習する。分数の理解の発達研究からも，他国での教育カリキュラムにおいても分数の指導は低学年から可能であると考えられ，日本でも平成23年度の指導要領からは小学校2年生から分数の学習が始まっている。

等分割図の作図の能力の発達など，子どもの分数の理解の能力の発達研究に基づき，子どもたちが分数の意味を理解しながら，分数の計算方法などを学習できるような教授法を検討することがさらに必要であると考えられる。

第 7 節　結語

分数能力について，生物学的な初歩的な算数・数学能力が仮定され，幼児期には文字を使わない分数の等値性の判断が可能になることが一連の研究によって示唆された。そして，その分数の等値性の判断には，図の形状や分割線の有無，分割数，分子数が影響することが示された。一方で，幼児期には分数の等値性の判断について説明を行う能力は十分ではないことも示された。

初期の分数の能力は分数の初歩的な計算能力も含まれる。小学校 1 年生で，認知能力の個人差が見られる場合にも，この分数の初歩的な計算能力を使って，文字を使わない分数の足し算から，記号を使う分数の足し算までの学習が達成できることも示唆された。さらに，小学校 1 年生の一斉授業でも，文字を使わない分数の計算が達成されることも示された。

また，等分割図の作成能力が小学校で分数の計算が本格的に導入される時点で，分数の学習の達成に部分的ではあるが影響を与えていることも示された。

子どもの初歩的な分数能力について，さらに研究を行い，子どもの分数の学習に寄与することが期待される。

分数は難しいと言われてきた。しかし，幼児期にはすでに初期の分数の能力があることが研究により示されてきた。算数・数学能力に，生得的で普遍的な能力と，文化的な教育による能力があるとされているが，そのつながりについての検討も必要であろう。文化はさまざまであり，分数の教育も各国で異なっている。しかし，いずれの文化でも，算数・数学能力が生得的な基盤に基づいているから教育ができるのではないだろうか。

初期の分数能力の研究によって，子どもの能力の発達にそった指導を行うことは，多くの子どもがともに，自分の持てる能力を発揮しながら分数を学ぶことにつながるのではないだろうか。

文献

Cox, M. 1992. Children's drawings. London: Penguin Books. (邦訳：1999　子どもの絵と心の発達　子安増生 訳 有斐閣)

Gelman, R. & Gallistel, CR. 1986. The child's understanding of number. Harvard University Press.

Goswami, U. 1988. Relational complexity and development of analogical reasoning. Cognitive Development, 4, 251-268.

Goswami, U. & Brown, A. 1989. Melting chocolate and melting snowmen. Analogical reasoning and causal relations. Cognition, 35, 69-95.

Geary, D. C. 1995. Reflections of evolution and culture in children's cognition. American Psychologist, 50, 24－37.

Hannula, M.M., Räsänen, P. & Lehtinen, E. 2007. Development of counting skills: role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. Mathematical Thinking and Learning 9:51-57.

Hannula, M.M., Leola, J. & Lehtonen, E. 2010. Spontaneous focusing on numerosity as a domain-specific predictor of arithmetical skills. Journal of Experimental Child Psychology. 107:394-406.

Holyoak, K.J. & Taggard, P. 1995. Mental leaps. MIT Press.

石井康博 2011　異なる具体物による等分活動がインフォーマルな知識と方略に及ぼす影響，日本教育工学会論文誌，35(1)，59-71.

石田忠男 1985 分数小数の意味理解はなぜむずかしいか，教育科学・算数教育，No327,明治図書,21-27.

糸井尚子・柴田真季子・斉藤大地・具英姫　2007 小学校算数における分数の指導についての教科書の比較　1.日本と韓国の算数教科書の比較，東京学芸大学紀要総合教育学系 58，111-123.

Lawton, F. 2005. Number. In A. Hansen (eds) **Children's Errors in Mathematics: Understanding Common Misconceptions.** 22-75. Learning matters Ltd, Exeter, UK.

Mix, K.S., Levine, S.C. & Huttenlocher, J., 1999. Early fraction calculation ability. Developmental Psychology, **35**, 164-174.

文部科学省 2018 小学校学習指導要領解説(平成 29 年告示)算数編　日本文教出版

西村眞 2015 分数の意味の多様性とその指導,子ども未来学研究,10 号,45-50.

岡部 裕枝・西田 智子　2013　算数の学習(異分母分数の加減)に困難を示す児童に対する個別指導の事例研究 : 特別支援教室「すばる」における実践研究，香川大学教育実践総合研究，27，1-9.

Piaget, J. & Szeminska, A. 1941. La genèse du nombre chez l'enfant. Delachaux et Niestlé. (邦訳：数の発達心理学. J.ピアジェ, A.シェミンスカ 著・ 遠山啓・ 銀林浩, 滝沢武久 訳 1962 国土社)

Piaget, J. 1947 La psychologie de l'intelligence, Armand Colin. (邦訳：知能の心理学 1967 波多野 完治, 滝沢 武久(訳) みすず書房)

Pithier, Y & Sawada, D. 1983 Partitioning: the emergence of rational number ideas in young children. Journal of Research in Mathematics Education. 14(4), 307-317.

澤野幸司・吉田甫 1997 分数の学習前に子どもがもつインフォーマルな知識, 科学教育研究, 21(4), 199-206

Siegler, R.S., Lisa K. Fazio, L. K., Bailey, D H., & Zhou, X. 2013. Fractions: the new frontier for theories of numerical development. Trends in Cognitive Sciences. 17, No.1,13-19.

Singer-Freeman, K. E., & Goswami, U. 2001. Does half a pizza equal half a box of chocolates? Proportional matching in an analogy task Analogies in fractions learning effects of relational & surface similarity. Cognitive Development, 16, 811-829.

Spinillo, A.G. & Bryant, P. 1991. Children's proportional judgments: the importance of "half". Child Development. **62**, 427-440.

Spinillo, A.G. & Bryant, P. 1999. Proportional reasoning in young children: part-part comparisons about continuous & discontinuous quantity. Mathematical Cognition, **5**, 181-197.

Squire, S. & Bryant, P. 2002. The Influence of Sharing on Children's Initial Concept of Division. Journal of Experimental Child Psychology. 81,1-43.

田中義隆 2019 こんなに違う！ アジアの算数・数学教育―日本・ベトナム・インドネシア・ミャンマー・ネパールの教科書を比較する, 明石書店.

東京書籍 (編) 2005 新編新しい算数 東京書籍 4年上

吉田甫 2003 学力低下をどう克服するかー子どもの目線から考えて 新曜社.

吉田 甫・ エリック ディコルテ (Erik De Corte) 子どもの論理を活かす授業づくり―デザイン実験の教育実践心理学 北大路書房 2009.

Yoshida, H. & Shawano, K., 2002. A study about Calculations up to 100 in an Instructional Intervention Study, 立命館大学人間科学研究, 第3号, 2002, 3.

吉田甫・エリック・ディコルテ(2009). 子どもの論理を活かす授業づくり デザイン実験の教育実践心理学, 北大路書房, 75-91.

Yuzawa, M., Bart, W. M., Yuzawa, M. & Ito, J. 2005. Young children's knowledge and strategies for comparing sizes. Early Childhood Research Quarterly, 20, (2), 2005, 239-253.

Wynn, K., 1992. Addition and subtraction by human infants. Nature volume 358, 749-750.

謝辞

本稿を提出するにあたり、推薦教員をお引き受けくださった関口貴裕先生に深く感謝申し上げます。関口貴裕先生のご指導がなかったら提出できなかったと思います。

また、杉森伸吉先生はじめ、教育構造論講座の先生方に、中間発表会などでのご指導に深く感謝申し上げます。

実験 6,7,8 は共同研究です。共同研究者の兼森かおるさん，高木綾香さん，齋藤大地さん，坂根佳奈美さん，藤村麻未さん，土屋章香さんに心からお礼申し上げます。

そして、実験に協力してくださった、お子様方、保護者の皆様、先生方に深くお礼申し上げます。

糸井尚子