

審査結果の要旨

(1) 研究の目的に意義や独創性があるか。

本研究の目的は、式をひとまとまりと見ることに焦点を当て、方程式を立式する場面と複数の項をもつ文字式を一つの値として扱う場面において、文字式とその式における文字の理解の二つの視点で生徒の理解を分析し、その様相を顕在化することである。

文字式は、数学の言語として、数学の学習を進める上での基盤であり、数学教育学の創成期から、文字式の理解に関しては、国内、国外において、多くの研究がなされてきた。しかしながら、文字式の理解のすべてが解明されたわけではない。例えば、文字式の理解に関する先行研究では、文字式の理解（例えば、 $3a$ や $5x-2$ の式全体の意味理解）、文字式における文字の理解（例えば、 $3a$ における文字 a や $5x-2$ における文字 x の意味理解）について、それぞれ独立して分析がなされており、本来、連動するはずの文字式とそれに含まれている文字の理解を統合的に考究されてはいない。この点に着眼し、式をひとまとまりと見ることに焦点を当て、文字式とその式における文字の理解の様相を明らかにすることに、本研究の独創性がある。そして、文字式を利用する場面において、文字式の理解と、その文字式における文字の理解を同時に分析することによって、生徒がどのようなところに困難を感じているか、どこにつまずいているのかを具体的に顕在化しようとすることに本研究の意義がある。

(2) 研究の方法は当該学問分野において妥当なものか。

本研究の方法は、大きくは、先行研究の文献解釈と理論的な考察と、中学生に対する質問紙調査・インタビュー調査とその分析である。前者については、数学の概念形成の一般的なモデルを示した Sfard,A.(1991)や、1970年代のイギリスの代数調査に基づく Küchemann(1978a, 1978b, 1981)を中心に、関連する先行研究を精査している。後者については、藤井(1992)や清水(1995)に倣い、質問紙調査とインタビュー調査を併用する方法を採用するとともに、そのインタビューには、Cobb & Steffe(1983), Steffe(1991)に基づく教授実験の考えを取り入れ、生徒の認識の実際を探るための「臨床的インタビュー」と、その認識を変容させようと試みる指導的介入を行う「個別指導的インタビュー」の両方から構成している。以上のように、本研究は、妥当な研究方法のもとで進められている。

(3) 研究資料やデータの収集と分析が適切になされているか。

(2)に挙げた Sfard,A.や Küchemann の一連の研究は、今日までに多くの研究で引用されている。本研究では、それらのうちの代表的な研究についても検討を加えている。また、インタビュー調査では、質問紙調査の解答状況の詳細な分析にもとづいて33名の対象者を選出するとともに、すべてをビデオ撮影し、プロトコルに加えて、問題に取り組む様子、ジェスチャー、表情なども分析の材料としている。132 ページに及ぶプロトコル(付録)を見ると、意味がつかみにくい生徒の発話に対しても、追加的な質問が適切になされていることがわかる。そして、これらをもとに、複数の単項式の和の形で表された文字式をひとまとまりと見ること、数字と文字の積の形で表された文字式をひとまとまりと見ることに、例えば、文字 x を物とも数量とも捉え

ているといった、双方の文字の意味の間で揺れながら解釈している生徒の実態を捉えるなど、生徒の理解ならびにその変容の様相を適切かつ詳細に捉えることができています。

(4) 研究の考察と結論が妥当であり、学術的な水準に達しているか

本研究では、式をひとまとまりと見ることに焦点を当て、複数の項をもつ文字式を一つの値として扱う場面、及び、方程式を立式する場面に関する質問紙調査・インタビュー調査の結果を分析した結果、文字式とその式における文字の理解の様相の一端として、次の二点を顕在化した。それは、第一に、先行研究で指摘されている、文字式に対するプロセスの見方（文字式を計算の過程として捉える）、プロダクトの見方（文字式を1つの値として捉える）から、その両方に見方であるプロセプトの見方に移行する過程の理解の様相を、「プロセスのプロダクト化」として顕在化したことである。第二に、文字 x の表す数量を捉えることのないまま1次方程式を立式する様相を、文字や文字式を「対象」と捉えられる具象化に至る途上にある文字の理解、すなわち、「具象化途上の未知数としての文字」として顕在化したことである。質問紙調査・インタビュー調査の構想、及び、その分析は、適切な先行研究の解釈とその分析をもとに構築された「式をひとまとまりと見ることの理解を捉える枠組み」のもとでなされており、一貫性のある妥当なもので、学術的な水準に十分達していると判断できる。

(5) 取得学位にふさわしい意義や成果が認められるか

(4) に挙げた結論に加え、本研究の意義は、文字式の計算ができる、方程式を立式できる、方程式を解くことができるといった技能面の習得はなされている生徒の、文字式とその式における文字の理解の様相をも顕在化している点にある。このことは、高等学校数学科における生徒のつまずきに対して示唆的で、今後のわが国の数学指導や数学カリキュラムの改善に大きく寄与すると考えられ、この分野の研究に新たな一步を築いた研究であるといえる。

以上の点から、審査委員会では全員一致で、本論文が学位取得論文としての水準を十分に満たしており、博士（教育学）の学位授与にふさわしいと判定した。