

氏 名 : 清水 宏幸
専攻分野の名称 : 博士 (教育学)
学位記番号 : 博甲第 343 号
学位授与年月日 : 令和 2 年 3 月 1 7 日
学位授与の要件 : 学位規則第 4 条第 1 項該当 課程博士
学位論文名 : 学校数学における文字式の理解に関する研究一式をひとまとまりと見ることに焦点を当てて－
論文審査委員 : (主査) 教授 西村 圭一
(副査) 教授 澤 隆史 教授 中村 光一
教授 道工 勇 教授 池田 敏和

学位論文要旨

数学教育学の創成期から、文字式の理解に関しては、国内、外において、多くの研究がなされてきた。文字式は、数学の言語として、数学の学習を進める上での基盤であるからである。しかし、文字式の理解のすべてが解明されたわけではない。2007 年に始まった全国学力・学習状況調査においても、中学生の文字式の理解に関する新たな課題が浮かびあがっている。

本研究の目的は、式をひとまとまりと見ることに焦点を当て、複数の項をもつ文字式を 1 つの値として扱う場面と方程式を立式する場面において、文字式とその式における文字の理解の 2 つの視点で生徒の理解を分析し、その様相を顕在化することである。

この目的を達成するための方法は、以下の 2 点に整理できる。

- (1) 文字式の理解についての先行研究をもとに、式をひとまとまりと見ることに関わる「プロセス」と「プロダクト」、そしてその双方の見方である「プロセプト」の概念規定をし、文字式の理解の枠組みを明確にする。また、子どもの文字の意味の解釈に関する先行研究をもとに、文字式における文字の理解の枠組みを明確にする。そして、これらをもとに、本研究の調査結果を分析する、文字式とその式における文字の理解の枠組みを設定する。
- (2) 中学生を対象とする実態調査を実施する。具体的には、はじめに質問紙調査を実施し、その解答の傾向を分析し、生徒の文字式とその式における文字の理解に関して解明すべき点を同定する。そして、その理解の様相を詳細に明らかにするために、生徒を抽出し、インタビュー調査を実施する。

(2) の方法で、単項式の和の形で表された文字式に焦点を当てた調査 (実態調査 I) と、数字と文字の積の形で表された文字式に焦点を当てた調査 (実態調査 II) の 2 つを実施し、インタビューのプロトコルを考察した。

その結果、実態調査 I では、式をひとまとまりと見るための要件として次の 3 点が明らかとなった。①は文字の理解、②③は文字式の理解についてである。

- ① 文字 a , b , c それぞれに入る値を 1 つに決めなくても処理できることを理解すること。
- ② $a+3b+5c=25$ の両辺 $a+3b+5c$ と 25 が等しいことを理解すること。

③ $a+3b+5c=25$ と $a+3b+5c-10$ の2つの式に、 $a+3b+5c$ が共通していることを見いだすこと。

これら①～③は相互に関連している。例えば、 $a+3b+5c=25$ について、この等式を満たす a, b, c の値の組をいくつも見つけるという活動が、式 $a+3b+5c$ の値を意識させ、 $a+3b+5c$ を構造化するすなわち、 $a+3b+5c$ を文字 a, b, c の個々の値に注目することなく、式全体を1つのまとまりとして見ることにつながる。このように見ることは、 $a+3b+5c=25$ の左辺の $a+3b+5c$ がひとまとまりで右辺の25に等しいことの理解を促し、 $a+3b+5c=25$ と $a+3b+5c-10$ の2つの式にある $a+3b+5c$ が共通していることを見いだすことができるようになる。このとき、 $a+3b+5c$ における文字 a, b, c は「特定の未知数」から「一般化された数としての文字」の理解に移行しており、この移行によって、文字式をひとまとまりとして見るができるようになることを示した。この過程を「プロセスのプロダクト化」とした。

実態調査Ⅱでは、第一に、調査問題において、方程式を立式できなかった生徒を対象にしたインタビュー調査から、物としての文字の理解にいくつかの相があり、先行研究では明らかにされていない物としての文字の理解の様相があることが明らかにした。それは、以下の3点である。

- (1) 問題文の言葉を置き換えた文字
- (2) 数値を置き換えた文字
- (3) 物の状況や状態を表した文字

第二に、調査問題において立式できた生徒を対象にしたインタビュー調査から、単項式の和の形で表された文字式を事象に照らして解釈する際に、文字の項と定数の項を分離する見方をしている生徒がいることを明らかにした。それは、 $3x+20$ が、 $3x$ が生徒の人数を表し、 $+20$ が折り紙の枚数を表すといった見方、及び、 $3x$ が折り紙の枚数3枚と生徒の人数 x 人を表すといった見方である。前者の $3x+20$ を $3x$ と 20 に分離し、ひとまとまりと見られないことについては、先行研究における「プロセス」の見方で説明可能であるが、後者の $3x$ という単項式を 3 と x に分離し、ひとまとまりと見られないということは、先行研究では明らかにされていない様相である。そして、その背後には、 $3x$ を、 x が3個、すなわち、 $x+x+x$ と見ており、 3 の x 個、すなわち、 $3+3+3+\dots+3$ と見ることや、 3 の x 倍と見ることに関する困難性があり、それが、この問題における数字と文字の積の形で表された文字式を分離して捉える理解の根源であることを特定した。具体的に言うと、 $3+3+3+\dots+3$ と見ることや、 3 の x 倍と見するために必要な、文字 x を、不特定のまま、未知数として扱うことに困難が伴うのである。そのため、立式の際に、文字を生徒そのもの(物)と見て、「 x が1人の生徒を表し3枚の折り紙を持っていてそれが複数人いる」とし、「 $3x$ は生徒の人数である」と解釈するのである。これらの生徒は、文字 x の表す数量を捉えることのないまま、文字を用いて立式している。この理解の様相を「具象化途上の未知数としての文字」とし、単項式を分離して捉えることの要因の1つであると結論付けた。

本研究では、式をひとまとまりと見ることに焦点を当て、複数の項をもつ文字式を1つの値として扱う場面と方程式を立式する場面における、生徒の文字式とその式における文字の理解の様相の一端として、「プロセスのプロダクト化」「具象化途上の未知数としての文字」の理解を明らかにした。また、これらの様相から、学習指導に当たっては、小学校における乗法の意味の指導との連携が大切であることなどが示唆された。

