

# 1. 2. 3 数学科

## 1. 研究主題

深い学びにつながる数学的活動を通じた指導に関する研究  
～解決の場面における手立てに焦点を当てて（2年次）～

## 2. 研究主題について

### (1) 教科として育てたい子ども像、育てたい力

これまでの研究の中で、数学を通して育みたい資質・能力として以下のように同定した。

#### 世田谷中数学科が考える21世紀型能力

- I. 学ぶことの楽しさを知り、主体的に学習に取り組むことができる力
- II. 新しいものを生み出すことができる力<創造力>
- III. 数学的に物事をとらえ、思考・判断・表現することができる力<思考力・判断力・表現力>
- IV. 図、表、式、グラフやテキストを活用しコミュニケーションする力

2016年12月に発表された中央教育審議会答申の中では、育成を目指す資質・能力として

- ①「何を理解しているか、何ができるか（生きて働く「知識・技能」の習得）」
- ②「理解していること・できることをどう使うか（未知の状況にも対応できる「思考力・判断力・表現力等」の育成）」
- ③「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか（学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力・人間性等」の涵養）」

の3つの柱に基づき教科等の目標や内容を再整理することが必要であると述べられている。上記Ⅰ～Ⅳの力は、この3つの柱と深く関連付けられたものとして解釈できる（図1）。本校数学科では、これらの力を引き続き数学的活動を軸にした実践を通して継続的に育てていくことを目指している。

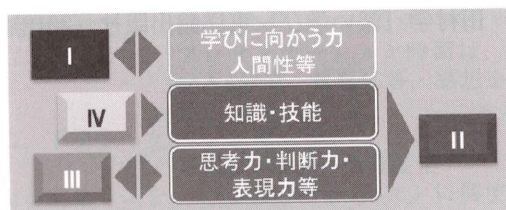


図1 資質・能力との関連の例

また、これらの力を育むことで目指す生徒の姿の大枠を考えたとき、「主体性（Ⅰ）」「社会性（Ⅳ）」「創造性（Ⅱ・Ⅲ）」の3つの観点で捉えている。

- ①主体性：主体的に物事にに関わり、粘り強く考えることができる生徒
- ②社会性：人の立場に立って考え、行動することができる生徒
- ③創造性：論理的に思考し、創造性を持った生徒

その土台として、数学を楽しむことができる生徒

### (2) 数学科における深い学びへ向けた学習過程の明確化

数学科においては、2016年12月に発表された中央教育審議会答申で示された学習過程のイメージが、そのまま学習指導要領解説にも提示された(図2)。そもそも数学科では従前より「何を学ぶか」のみならず、学ぶべき事柄を「どのように学ぶか（数学的活動）」、またそれにより「何ができるようになるか」について重視し、検討を重ねてきた。その意味では今回提示された学習過程のイメージは過去の検討をある程度包括したものとなっており、この過程そのものの是非について議論す

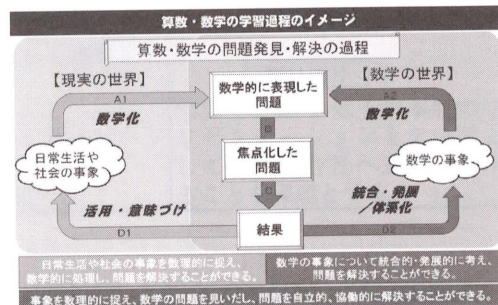


図2 算数・数学の問題発見・解決の過程

る余地はさほどない、というのが本校数学科のスタンスである。すなわち、この学習過程を生徒が主体的に踏んでいき、その上で資質・能力が育まれていくような指導の実現が、数学科でいう深い学びにつながるものと捉えている。校内研究で同定した、各教科に共通な問題解決の過程と併せて、具体的にどのような指導の手だてを講じることが学びを深い方向に向かわせることになるのか、過去の授業実践及び研究授業等を俯瞰することで明らかにしていきたい。

### (3) 研究計画

1年目：過去の授業実践及びこれから行う研究授業について、先に挙げた解決の場面における手だてをどのように設定しているか、またそれらが深い学びにどのようにつながっていったかについて焦点を当てて分析する。また、数学における「深い学びの実現」とはどのようなものなのか、文献及び先行研究等をもとに明らかにする。

2年目（本年度）：1年目の研究を受け、深い学びにつながる解決場面における手だての在り方は何か明らかにするとともに、それを具体化した実践を行い、その評価を行う。

3年目：1・2年目の研究を受け、それらの手だてを経験しながら学習を重ねてきた生徒が、どのような変容を見せたかについて、過去の評価物（ワークシートや映像等）や研究授業をもとに明らかにするとともに、再度問題解決のプロセスをふり返り、今後の研究課題を見いだす。

## 3 カリキュラム

折り込み資料を参照

## 4 研究の経過と概要

校内研究で同定した、各教科に共通な問題解決の過程それぞれについて、どのような学びを展開していくと生徒の学びがより深いものになりうるだろうか。ここでは、過去の授業実践をもとに、生徒の学びを深めているであろう手立て（＝深い学びのキーワード）をいくつか抽出し、それぞれがどのように学びを深めているといえるか考察する。

### (1) 深い学びのキーワードの例

解決の過程				キーワード	具体的な内容
発	情	解	振		
○	○			①予想し見通しを立てる	まず予想をしてみることで解決への見通しが立ったり、結論と比較して解決の妥当性を検証したり、関心を高めたりする
○	○	○		②実験や操作活動等の外的活動を行う	外的活動によって起きる事象の数学的な意味や理由の追及が主体的な学びの促進につながる
		○	○	③多様な方法を考え、比較する	多様に考え、それらを比較することで共通点や相違点を見出し、よりよい解決へと洗練させる
		○	○	④数学的に表現し伝え合う	伝え合うことで自分の思考を整理し、相手の考えとの相違からまた思考が深める
○	○	○	○	⑤統合的・発展的に考える（一般化・体系化）	既習の概念から類推して解決を図り、発展的に新たな問題設定をすることで、知識・技能の関連づいた（体系的な）理解を促すとともに、統合的・発展的に考える態度を養う

なお、ここで挙げたキーワードはあくまでそれぞれの過程におけるいくつかの例であり、すべてを網羅する、という性格のものではない。

## (2) 授業事例

例えば、単純な証明問題を扱う授業として、2017年3月に1年生を対象に実施した「9の魔法」の授業で考える。内容としては、「十の位と一の位が連続する2桁の整数において、その数に9を加えると十の位の数と一の位の数が入れ替わる」という題材について、単純な算数の計算から帰納的に規則性を見だし、それが成り立つ理由を説明するために文字を用いて考察を行う、というものである。どのようなスパイス（＝キーワード）をもってして深い学びを実現しようとしているか、下表のようにとらえることができる。

解決の過程	学びの例	深い方向にいくためのキーワード
問題発見 計画、情報収集・ 精査・選択	Q. 「十の位と一の位が連続する2桁の数に9を加えると、十の位の数と一の位の数がひっくり返る」ことを証明しなさい。	☆命題について、いくつかの具体的な場合(56+9=65、67+9=76、など)を計算することから、命題の成り立つ条件及び適用範囲(連続する2桁の数、十の位<一の位など)を帰納的に見いださせる(キーワード①・②)
解決の実行	証明ができた生徒を1つ取り上げ、黒板に記述させる。教師は書かれたものを用いて説明する。	☆途中まで証明をして行き詰まった時点で、行き詰まった部分をベアないし全体で共有する(キーワード④) ☆いくつかの違う方法の証明(文字の使用・不使用関わらず)を紹介し、比較する(キーワード③)
ふり返り	別の文字式の証明問題を解決させる(適用問題の解決(習熟))	☆「連続しない場合に成り立たないのか」という問いかけをもとに、発展的に考えさせる(キーワード⑤)

「問題発見～」の過程では、命題を立てていく過程において、予想(キーワード①)や実際のいくつかの計算(キーワード②)を取り入れることで、生徒が問題やその条件を見出すことを重視した指導を行った。そこには(1)で挙げたように、予想をしてみることで解決への見通しが立ったり、結論と比較して解決の妥当性を検証したり、関心を高めたりするという点で、学びを深めることをねらった。また、「解決の実行」の過程では、協働(キーワード④)やいくつかの証明の比較(キーワード③)を行った。それも(1)の通り、伝え合うことで自分の思考を整理したり、相手の考えとの相違からまた思考が深められたりすること、多様に考え、それらを比較することで共通点や相違点を見出し、よりよい解決へと洗練させることで、学びを深めることをねらった。「ふり返り」では発展的に考える場面を設ける(キーワード⑤)ことで、知識・技能の関連づいた(体系的な)理解を促すとともに、統合的・発展的に考える態度を養おうとした。

これらのキーワードをどのように生徒が取り扱い、思考の手立てとしていくかは、生徒の実態に応じて授業者が設定している。

## (3) 思考の手立てとの関連

一方で、全教科共通で同定した「思考の手立て」について、数学科ではどのような学びが考えられるか。「どんな授業の」「どんな場面で」「どんなことが深まるのか」という観点で以下に挙げる。

思考スキル	どんな授業の【領域】	どんな場面で	どんなことが深まるのか
比較する	2桁の数のかけ算の速算の成り立つ理由を考える(3年展開・因数分解を利用した証明)【A. 数と式】	「解決の実行」 文字の置き方の違う生徒の解答を挙げ、比較する	よりよい文字の置き方への理解を深める(知識・技能)
類推する	ルートの中身は、そのまま足してよい?(3年平方根)【A. 数と式】	「問題発見」 平方根同士の乗法が、ルートの中身の数を掛ければよいことから、同様に平方根同士の加法についてもルートの中身の数を足せばよいと類推し、その真偽を検討する。	0から考え始めるのではなく、似たような事例を想起することから解決を試みようとする力(思考力・判断力・表現力)知識を関連づけて理解する(知識・技能)

批判的にみる	テスト後の会話は正しい？ (1年 資料の活用) 【D. データの活用】	「解決の実行」 テスト後にありがちな生徒の幾つかの(架空の)発言が正しいか、データをもとに批判的に考える。	データから判断するとき、1つの基準で判断するのではなく、中心傾向や拡がり等、様々な観点から見る(思考力・判断力・表現力)
関連づける	1次関数のグラフの変化 (2年 1次関数) 【C. 関数】	「ふり返し」 比例定数の違ういくつかのグラフをかき、そのグラフの傾きの変化から、比例定数とグラフの傾きの関係を関連づける。	既習の知識との関連づけて考える(思考力・判断力・表現力)とともに、理解する(知識・技能)
具体化する	9はどのような魔法を持っているといえるだろうか？ (2年 文字を用いた証明) 【A. 数と式】	「問題発見」 9を加える計算によってどのようなことが起きるのか、具体的にいくつかの場合で考えることで明らかにしていく。	「具体化の考え」を働かせる力を育むとともに(思考力・判断力・表現力)、問題への理解を深める
	三角形の合同条件は、条件が少し変わった場合でも成り立つだろうか？(2年 図形の性質と証明) 【B. 図形】	「計画・情報収集」 具体的に辺の長さや角の大きさを決めることで、具体的な問題となり、検討することができるようになる。	抽象的な問題を、解決しやすい問題に落とし込む(「具体化の考え」?) (思考力・判断力・表現力)
分類する	どのような仲間の立体かな？ (1年 空間図形) 【B. 図形】	「問題発見」「解決の実行」 幾つかの立体について、「共通の性質」を持っているもの同士で分類する。(相手は)どんな観点で分類したかを見抜く。	仲間分けの観点を見出そうとする(学びに向かう力) 観点を決めて分類することで、構成要素の意味を明確にして理解する(知識・理解)

#### (4) 考察

本稿では、過去の実践例から俯瞰していくつかの深い学びにつながるキーワードの抽出、並びに思考の手立てを活用した授業実践の抽出と、それぞれのねらいの同定を行った。これらの思考の手立てやキーワードは、まさに授業の核になるような部分であり、授業者が授業をつくる際に大事にし、生徒に身に着けていってほしい思考力そのものであるようにも思える。これらの同定が行えたということは、裏を返せば日々の指導の中で、授業者は無意識的に深い学びにつなげるための何らかの手立てを講じていることがわかる。すると、以下のようなことが課題として考えられる。

- ・それぞれの思考の手立てやキーワードになるような生徒の思考活動が、段階的に、主体的に生徒から生じていくような、計画的かつ系統的な指導は必要ではないか
  - ・それぞれの思考の手立てやキーワードが、カリキュラム全体の中でどのように位置づけられていくと、総体として問題を見出し、解決していく力が育まれていくか
- いずれにしても、個々の授業のみではなく、単元やカリキュラム全体を俯瞰した考察が必要である。

## 5 研究授業

### (1) 授業1「統計的確率」(授業者：鈴木 誠)

#### ① 概要

- ア. 日 時 2018年6月16日(土)  
イ. 場 所 本校1号館1階 多目的教室  
ウ. 学 級 第1学年A組(男子17名 女子18名 計35名)  
エ. 内 容

#### ② 題材について

統計的確率の指導は現在2年生で行われており、統計的確率に続き数学的確率の指導が行われる。このように数学的確率の学習の前に統計的確率を扱うことによって、確率の意味を理解させることをねらっているのではないだろうか。確率の学習が数学的確率を求めるだけの学習ではなく、確率の意味に戻って確率を用いることにより、不確定な事象をとらえ説明することができることを理解させることを意図している。

次期学習指導要領では統計的確率が1年生の指導内容となった。学習指導要領D(2)ア(ア)では「多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の必要性和意味を理解すること。」となっている。この内容について、学習指導要領解説では実際に多数回の試行をするなどの経験を通して、ある事柄の起こる相対度数が一定の値に近づくことを、実感を伴って理解できるようにすることが必要であることが指摘されている。統計的確率の必要性を感じさせるには、ただ画鋲を投げて実験をしたり、ペットボトルキャップを投げて実験をしたりして統計的確率を求めるだけでは生徒たちにその意味や必要性が伝わりにくいものとする。現行の学習指導要領では、統計的確率の指導に続いて数学的確率の指導があったので、数学的確率を求めることだけに偏らない学習、確率の意味を理解させる学習として統計的確率が位置付いていた。しかし、次期学習指導要領では数学的確率については2年生の指導事項である。そのため、統計的確率を事象の起こりやすさを判断するのに用いる場面を通して指導したり、いくつかの事柄の起こりやすさを比較する場面を設定したり、ペットボトルキャップであれば、出た目によって得点が得られるようなゲームを考えたときに、どのような得点配分にするかを考えたりというような目的のある活動を通して学習するような授業を計画することが必要となってくるものとする。扱う内容としては、統計的確率でないと確率を求めることができないようなものばかりではなく、数学的確率も求められるが、1年生では求めることができず統計的確率を求めて不確定な事象について思考・判断するようなものも扱う必要があるように思う。このようなものを1年生で扱っておくことによって、2年生の数学的確率の指導にもつながりをもって入っていくことができるのではないだろうか。

このようなことを踏まえ、次のような課題を設定して授業を行うこととした。

#### <課題>

3つの内1つが当たりのくじがある。このくじから1つを引く。ここで、残り2つのうち、はずれのくじがどれかをディーラーが教える。それを聞いて、最初に引いたくじを取り替えても良い。最初に引いたくじを取り替える場合と取り替えない場合とではどちらの方が当たりやすいだろうか。

#### ③ 「深い学びにつながる数学的活動を通じた指導」の実現に向けた指導の手立て

「深い学び」に向かう学習には、数学的活動を通じた授業を実現することが必要であるとする。そのためには、ただ活動をさせれば良いわけでもないし、グループにして話し合わせればそれだけでよいわけではない。そこには数学的活動を意図的にさせるような手立てが必要となる。本校の学校研究の中で、問題解決過程を各教科に共通するものとして「問題発見」「計画、情報収集・精査・選

択」「解決の実行」「ふり返り」というようにとらえた。以下では、計画場面と、解決の実行場面における数学的活動を促す手立てについて述べる。

#### ア 計画、情報収集・精査・選択

ここでは予想した事柄を確かめるにはどうするかについて考えさせることを意図した発問を行うことを考えている。何を調べるのかを始めから指示することも考えられるが、どちらが当たりやすいかを調べるにはどうするかを主体的に選択し実験に取り組みたい。また、実験をすることで何を調べればよいかも、こちらからすぐに指示してしまうのではなく、何を調べる必要があるのかを生徒たちから引き出したい。実験をすることで、「くじを引き取り替えなかった回数」「くじを変えなかったときに当たった回数」「くじを引き取り替えた回数」「くじを引き取り替えて当たった回数」を調べる必要があることに気づかせたい。既に相対度数については学習を行っているので、相対度数を比較すればよいということには気づくのではないと思われる。そこで、相対度数を求めるには何を調べる必要があるかに着目させ、調べる事柄を明確にしていきたいと考える。

#### イ 解決の実行

本時で扱うモンティ・ホール問題について平成21年度の全国学力・学習状況調査で右図のような設問により、実験で予想を確かめる方法について聞いている。この設問の正答はエであるが、正答率は48%と低い。この設問でウを選択している生徒が34%いる。これを選択した生徒は3回だけの結果から起こりやすさは決まると考えており、多数回実験をする必要性を感じていない実態が伺える。実験を多数回行うことの必要性を感じさせることが必要である。本時では、実験結果を集計する際に、グループ事の実験結果をもとにし

(3) 美穂さんは、最初から「箱を変更する」と決めてゲームを行う方が当たりやすいと予想しました。この予想が正しいかどうかを実験で確かめる方法として最も適切なものを、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。

ア 「箱を変更する」で3回行ったとき、3回連続して当たりの箱になるかどうかを調べる。

イ 「箱を変更する」と「箱を変更しない」を交互に行ったとき、どちらが先に当たるかを調べる。

ウ 「箱を変更する」と「箱を変更しない」でそれぞれ3回ずつ行ったときの結果を比較する。

エ 「箱を変更する」と「箱を変更しない」でそれぞれ100回ずつ行ったときの結果を比較する。

(平成21年度全国学力・学習状況調査 B5(3))

て、くじを取り替えない方が当たりやすいか、くじを取り替えた方が当たりやすいかを判断させる場面をつくることを考えている。試行回数が少なければ取り替えた方がよいという意見と取り替えない方がよいという意見に割れるのではないかと考えられる。判断が割れることを印象づけた後、それぞれの結果を集計し試行回数を増やしたときにどのようになっていくのかを相対度数の変化を折れ線グラフの動きを通して感じさせたい。このような活動を通して、試行回数が増えていくと、くじを取り替えた場合の当たりやすさを表す相対度数もくじを取り替えない場合の当たりやすさを表す相対度数も一定の値に落ち着いていくことを実感させたい。

#### ④本時の展開

学習活動	主な発問と予想される生徒の反応	指導上の留意点
1.問題発見	T1 今までにくじをひいたことはありますか。 S1 ある。 S2 おみくじとかある。 T2 今日はくじの当たりやすさについて考えてみたいと思います。	1.1身のまわりにあるくじについて取り上げ、くじを引くことは問題の場面であることをはっきりとさせる。

	<p>T3 くじを引く人は3本中1本が当たりのくじから1本を引きます。ここでディーラーは残りの2つのくじのうちどちらがはずれかを相手に教えます。それを聞きくじを引く人は最初に引いたくじを替えるか替えないかのどちらかを選択します。皆さんはどちらの方が当たりやすいと思いますか。</p> <p>S3 取り替えない方。S4 取り替える方。</p> <p>T4 予想した事柄を「～の方が…よりも当たりやすい」という形でノートに書きましょう。</p>	<p>3.1 モンティ・ホール問題を提示する。実演しながら課題の意味やくじの引き方についてつかませる。</p> <p>3.2 実演した後、替えた方が当たりやすいか、替えない方が当たりやすいかを決めさせ挙手により予想を確認する。</p> <p>4.1 予想を言葉で表現させる。その際、書き方のひな型を示す。(a)</p> <p>4.2 問題を提示する。</p>
<p>&lt;問題&gt;くじを引く人は3本のうち当たりが1本あるくじから1本を引きます。その後、残り2本のうちどちらがはずれかを教えてもらい、最初に引いたくじを取り替えるか、取り替えないかを定めることができます。取り替えるのと取り替えないのとではどちらの方が当たりやすいか理由を示して求めましょう。</p>		
10分		
2.計画	<p>T1 どちらの方が当たりやすいかを調べるために、どのようなことがしたいですか。</p> <p>S1 実際にやって調べたい。S2 実験してみる。</p> <p>T2 実際にやって、どんなことを調べれば良いと思いますか。</p> <p>S3 当たりやすさの割合。</p> <p>S4 相対度数。</p> <p>T3 相対度数を調べるには何の回数を調べる必要がありますか。</p> <p>S5 当たった回数。</p> <p>S6 くじを取り替えた回数とそのときの当たりの回数。</p> <p>S7 くじを取り替えなかった回数とそのときの当たりの回数。</p>	<p>1.1 実験をすることによって問題を解決することを確認する。</p> <p>2.1 予想を確かめるのに実験を行い、何を調べるのかを明確にする。</p> <p>2.2 替えた場合と替えない場合を調べる回数はそろえる必要はないことを確認する。</p> <p>3.1 相対度数を求めるには何の回数を調べる必要があるかを生徒の発言をもとにして、全体で確認する。(b)</p> <p>3.2 調べた記録は記録用紙に残しておくようにさせる。</p>
8分		
3.解決の実行	<p>T1 ペアでくじ引きの実験をして、どちらの方が当たりやすいと言えるかを調べたことをもとにして求めましょう。</p> <p>T2 どちらの方が当たりやすいと言えますか。</p> <p>S1 取り替えた方 S2 取り替えない方</p> <p>T3 それぞれのペアで調べた結果を黒板に貼ってもらいました。この結果を見ると、取り替えた方がよいというペアと取り替えない方がよいというペア、どちらも同じというペアに分かれています。結論が分かれてしまったのはどうしてだと思いますか。</p> <p>S3 実験の回数が少ないから。</p> <p>S4 結論がひとつに決まるものではないから。</p> <p>T4 もっと詳しく調べたいのだけど、どのようにすればよいでしょう。</p> <p>S5 もっと回数を増やして調べる。</p> <p>T5 クラスの結果をコンピュータを使って集計します。その様子をスクリーンに映すので回数が増えると相対度数がどのように変化していくかを観察してみましょう。</p>	<p>1.1 ペアで実験を行い、その結果からどちらが当たりやすいか求めさせる。それをB5の紙に相対度数とともに記入させておく。</p> <p>2.1 結果について1つのペアを指名して発表してもらおう。(c)</p> <p>2.2 記入させたB5の紙を取り替えた方、取り替えない方、同じのどれかで分類し黒板にはる。</p> <p>3.1 ペアによって判断が異なることに気づかせる。もう少し、正確に判断するにはどうすればよいかと問、実験回数を増やせばよいことに気づかせる。</p> <p>4.1 それぞれのペアの実験結果を合計することで、実験の回数を増やして調べてみることを伝える。</p> <p>5.1 ペアの記録用紙を回収し、それをコンピュータに入力し、折れ線グラフをスクリーンに表示させる。</p> <p>5.2 グラフの縦軸が相対度数、横軸が回数であることを伝える。</p>

	<p>T6 実験の回数が増えていくとグラフはどのように変化していききましたか。</p> <p>S6 横軸と平行になっていく。S7 平らになる。</p> <p>T7 平行になっていったということは、回数が増えていくと相対度数はどのようになっていくと言えますか。</p> <p>S8 相対度数は一定の値になっていく。</p> <p>S9 およそ0.33になっていっている。</p> <p>T8 クラス全体の実験結果をまとめたものからどちらの方が当たりやすいと言えますか。理由と共に書きましょう。</p> <p>T9 書いたことを発表して下さい。</p> <p>S10 くじを取り替えた方の相対度数が取り替えない方の相対度数よりも大きいことから、くじを取り替えた方が当たりやすい。</p>	<p>5.3 回数が増えていくことによって折れ線グラフがどのように変化するかを観察させる。(d)</p> <p>6.1 回数が増えるに伴ってグラフの変化が小さくなっていくことに気づかせる。</p> <p>7.1 グラフの変化の様子と相対度数の変化の様子を関連づける。</p> <p>7.2 相対度数の値の変化が一定になっていることに気づかないようならば、グラフを読ませ、回数が増えると相対度数がいくつに近づいているかを確認させる。(e)</p> <p>7.3 はじめに替えない場合のグラフを確認し、その後、取り替えた場合のグラフを確認する。</p> <p>8.1 「～方の相対度数が…ことから、～方が当たりやすい。」という記述の仕方のひな型を示す。(f)</p>
<p>25分</p> <p>4. ふり返り</p>	<p>T1 どのような方法で解決することができたかや、分かったこと、気づいたことをまとめましょう。</p> <p>T2 どのように解決できたか発表して下さい。</p> <p>S1 多くの実験から求めた相対度数を比較することで解決できた。</p>	<p>1.1 生徒のふり返りをもとにして、多数回の実験から求めた相対度数を比較することで解決できたことを確認する。(g)</p> <p>2.1 相対度数の変化の様子をふり返り、統計的確率について指導する。</p>
	<p>7分</p>	

<指導上の留意点における評価の観点>

- (a) 予想した事柄を言葉で記述することができるか。
- (b) 相対度数を求めるには何を調べる必要があるかを指摘することができるか。
- (c) 実験結果を根拠として判断したことを説明することができるか。
- (d) 回数が増えていくとグラフの変化が小さくなっていくことに気づくことができるか。
- (e) グラフの変化と相対度数の変化を関連づけてみることができるか。
- (f) 相対度数をもとにして判断し、それを言葉で記述することができるか。
- (g) 実験回数を増やしていったことで相対度数の値が一定の値に近づいていったことに気づくことができるか。

④ 授業を振り返って

今回の実践では、これまでの2年生に位置付けられていた統計的確率と同じような意識の中での指導となってしまった。1年生で扱う統計的確率では、相対度数を確率とみなしてよいかどうかという判断を大切にする必要があった。そう考えたときに、データをどのようにとるのかということや、データの様子の度合いなどについての考えを大切にする必要があった。例えば、10回のデータセットを何回もとって、当たった回数の分布を調べるようなことが必要であった。そうすると、1回しか当たらない場合から、9かい当たるような場合も出てきて、その分布の様子を見ていくことによって、当たりやすさといったことや相対度数を確率としてみなすことの意味の理解も深まっていくのではないかと考える。



(2) 授業2「直角三角形の合同条件」(授業者: 傍士輝彦)

①概要

- ア. 日 時 2018年6月16日(土)
- イ. 場 所 本校1号館1階 多目的教室
- ウ. 学 級 第2学年A組(男子20名 女子20名 計40名)

②題材について

本授業は、2年「平行と合同」から、三角形の合同条件に関する一連の学習における一場面である。本授業で生徒に考えさせたい問題は

『直角三角形の合同条件は何だろうか』

である。直角三角形の合同条件を教師が一方的に示すのではない。作図して比較し、確かめながら進む授業とした。

③「深い学びにつながる数学的活動を通じた指導」の実現に向けた指導の手立て

本授業のねらいは、『与えられた条件による作図と説明する活動を通して、直角三角形の合同条件を理解する』ことである。そこで、本授業で生徒に考えさせたい問題は

『直角三角形の合同条件は何だろうか』

であり、生徒が解決する課題は、

『直角三角形が1つに決まる条件を作図で確認し理解する』

『作図で確認した条件が等しければ合同であることを説明する』

であるとする。それぞれ、操作活動と説明活動を積極的に採り入れたい。よって、

- ・ 作図を通して考えることを採り入れる
- ・ 現段階で可能な範囲の説明活動を採り入れる

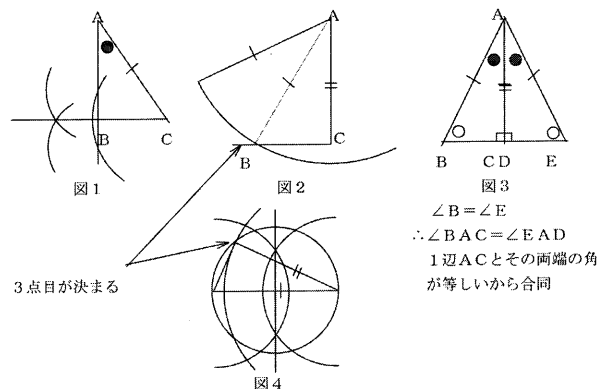
の2点が本授業に於ける深く学ぶための教師の手立てと考える。操作活動は、数学を体感できる。また、日頃から説明活動を採り入れることで、今後の論証の学習の土台が醸成できるのである。

本時では、「斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい」の方を採りあげる。適度の困難性を有するからである。「斜辺ABと長隣辺AC(あるいは短隣辺BC)が与えられたときの作図」(図2)を見出すことや「斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいならば、合同である」ことの説明(図3)を思いつくことは、易しくはない。なお、底角が等しいことは、小3で操作を通して帰納的に学習している。

ねらいは、「ただ一つ描けることを理解する」ことであるが、生徒にとっては、説明を考えたり作図方法を考えることが中心になりがちである。しかしながらこのことは、試行錯誤の末に見出された作図方法が、説明の際の重要なヒントに成り得る。

なお、図1は、「斜辺と1鋭角」が与えられたときの作図手順の例を示す。「斜辺と他の1辺(隣辺)」が与えられたときの作図手順は、図2や図4の方法が考えられる。図4の作図で得られる半円の円周角(用語は未修)が直角になることも説明しなければならないことに注意したい。

これら複数の方法で描かれた直角三角形を重ねるとぴったりと一致するので合同であることが確認できる。



④本時の展開

	学習内容	主たる学習活動	指導上の留意点
5分	問題提示	<p>T：直角三角形の合同について考えよう</p> <p>T：直角三角形の場合、何処が解ればただ一つに決まるか？</p> <p>&lt;生徒の予想&gt;</p> <p>ア 斜辺と1鋭角</p> <p>イ 斜辺と他の1辺</p> <p>ウ 斜辺と2鋭角</p> <p>エ 隣辺と1鋭角</p>	<p style="text-align: right;"><b>問題発見</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・直角三角形を板書</li> <li>・名称を指導する。会話しやすい</li> </ul> <p style="text-align: right;"><b>比較する</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・予想の段階で、既に生徒は同時に理由についてある程の説明を考えている生徒もいると思われる。あてずっぽうの生徒もいる。類推一般の三角形の合同条件の学習経験から類推して「斜辺と2鋭角」等を予想する生徒もいるであろう。</li> </ul>
10分	課題把握 課題解決	<p>T：そこで…</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・『斜辺と他の1辺』に着目し、作図を試みる。</li> </ul>	<p style="text-align: right;"><b>計画・情報収集、精査、選択</b></p> <p style="text-align: right;"><b>解決実行</b></p> <p style="text-align: right;"><b>具体化する</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・角と線分を、印刷した図で与える。長さや角の大きさは、数値で与えない。</li> <li>・斜辺が与えられた線分にと等しく、他の1辺が与えられた別の線分と等しい直角三角形を作図する。斜辺と隣辺の長さはコンパスを用いて得る旨助言がする。</li> <li>・作図そのものの手順を考えることが主題ではないから、生徒が思いつかない場合は教師がヒントを与える</li> <li>・描ける生徒は、多くないと思われる。</li> </ul>
10分	作図発表	T：発表せよ。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・指名する。</li> <li>・描けなかった人は、同時に描くよう指示する</li> </ul>
	結果確認	<p>T：周囲の人と重ねよ。どうか？</p> <p>S：ぴたと重なった。</p> <p>S：重なったのだから、どうやら合同条件となりそうだ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・周囲の図と重ねて、ぴったりと一致することを確認する。</li> <li>・三角形が一つに決まることから、この条件を直角三角形の合同の判定に利用できることを確認する（直角三角形の合同条件を、1つ同定する）。</li> </ul>
10分	説明する活動	T：『斜辺と他の1辺』が等しい直角三角形の合同の、演繹的な説明を試みる。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・『1辺とその両端の角がそれぞれ等しい』が導かれて、合同がいえる。</li> </ul>
10分	説明の発表	<p>T：発表せよ。</p> <p>斜辺と底辺がそれぞれ等しい 底角が等しい 1辺とその両端の角がそれぞれ等しい二つの直角三角形は合同である</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・指名し、板書説明する。</li> <li>・類似点、相違点、飛躍、説明欠如</li> </ul> <p style="text-align: right;"><b>比較する</b></p>

5分	振り返り	<p>T：作図と説明で、『斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい直角三角形は合同であるといえることが解った。』</p> <p>S：『斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい』ならば合同かどうかを、実際に作図して、重ねてみたら、みんな同じ図形が描けたので、それは直角三角形の合同条件と考えて良いことが判りました。</p> <p>S：『斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい』ならば『1辺とその両端の角がそれぞれ等しい』がいえるので、合同であることを証明出来たので、『斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい』は直角三角形の合同条件であることが解った。</p>	<div style="text-align: right; border: 1px solid black; padding: 2px;">振り返り</div> <p>☞ 本授業を振り返る教師の投げかけ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 帰納的に確かめたこと</li>   <li>・ 演繹的に確かめられること</li> </ul>
----	------	--	---

※ 評価

◎ 作図と説明の両面から、直角三角形の合同条件の1つを同定できたか。

④ 授業を振り返って

三角形の合同条件の授業は多くの場面で話題になるが、直角三角形の合同条件はあまり話題に上らず、三角形の合同条件の学習からの派生知識のような位置づけであることが多い。例えば、『斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい』という合同条件は、『2辺とその間の角がそれぞれ等しい』という合同条件に帰着できるから合同条件として成り立つ、といったようにである。

一方、今回は同じく直角三角形（や二等辺三角形、正三角形）の合同条件に着目し、  
 予想し、  
 帰納的に確かめ、  
 演繹的に確かめる、

という3つの段階を経て直角三角形の合同条件を同定する授業が実現できた。すなわち、直角三角形の合同条件を一般の三角形の合同条件をもとにして予想し、その予想が正しいか否かを、演繹的な証明だけではなく実際に作図して重ねてみることで確かめたから、演繹的な説明と同時に、それよりも先に帰納的に確かめることができた。作図の方法を考え、その考えに基づいて作図し、ぴったりと重なることを確かめる、という順で決定条件的に扱ったが、同時に多様な証明方法が発表されたことはよかった。このことは、『誰もが同じ三角形を描く』方法を見いだしたことに他ならない。

また、授業の進みの中で、問題化したり比較したりといった活動がなされた点が良かった。

1単位時間内で取り扱われる内容は決して少なくないので、ともすると学習の焦点がぼやけることが懸念される。

(3) 考察

いずれの授業においても言えることは、授業者がどのような事柄（知識の深まりなのか、推論の方法の深まりなのか、等）について学びを深めようと意図するのか、それによって講じるべき手立てが変わってくる、ということである。そして、学び深める事柄については、単元全体を見渡した上で、それが適切であるかどうか、吟味する必要がある。すると、深い学びを本質的に捉えようとしたとき、やはり単元全体でどのような活動をどのように位置づけていくか、精査していく必要がある、といえる。

## 6 成果

本年度の研究では、深い学びへ向けた学習過程の明確化にむけて、昨年度の研究や過去の実践事例をもとにその指導の手立てを事例的に挙げた。また、2つの授業実践を通して、それらの手立ての有効性について検証を行った。

## 7 今後の課題

3年次では、1・2年目の研究を受け、それらの手だてを経験しながら学習を重ねてきた生徒が、どのような変容を見せたかについて、過去の評価物（ワークシートや映像等）や研究授業をもとに明らかにするとともに、再度問題解決のプロセスをふり返り、今後の研究課題を見いだしていく。

また、本年の成果を各研究会や学会等で発表し、成果を深めていくとともに、現職研修セミナー等の教員研修等に生かしていくことも課題として挙げられる。

### 【引用・参考文献】

文部科学省（2018）、中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編、日本文教出版

中央教育審議会（2016）、幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）、平成28年12月21日

[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/\\_icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902\\_0.pdf](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/_icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf)

永田潤一郎 編著（2018）、平成29年改訂中学校教育課程実践講座数学、ぎょうせい

〔数学科〕教科カリキュラムの構想

学期	月	単元の目標	学習内容とそれに関わる数学的活動											
			それぞれの領域のねらい	学習単元～題材・話題・課題とそれに関わる数学的活動	活動の中で重視する数学科が考える21世紀型能力				通常授業外での取り組み					
					I	II	III	IV						
1	4	<b>教科目標</b> 数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。	<b>1年目標</b> (1) 数を正の数と負の数まで拡張し、数の概念についての理解を深める。また、文字を用いることや方程式の必要性と意味を理解するとともに、数量の関係や法則など一般的な簡潔に表現して処理したり、一元一次方程式を用いたりする能力を培う。 (2) 平面図形や空間図形についての観察、操作や実験などの活動を通して、図形に対する直観的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。 (3) 具体的な事象を調べることを通して、比例、反比例についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。 (4) 目的に応じて資料を収集して整理し、その資料の傾向を読み取る能力を培う。	小中高連携のねらい (1) 基礎・基本的な内容を徹底 (2) 具体から抽象への系統的な発展 (3) 直観的な見方から数学的な推論に代表される論理的な見方への発展 (4) 数学的な見方・考え方、数学的活動の一層の充実  今年度の重点 (1) 児童生徒の実態にあったカリキュラム (2) 基礎・基本的な徹底を図るカリキュラム (3) 数学的な活動を取り入れた指導法	(数と式) ・正の数・負の数の必要性を知り、数の範囲を拡張し、数の概念についての理解を深める。 ・小学校で学習した数の四則演算と関連付けて、正の数・負の数の四則演算の意味を理解し、計算をする。 ・文字を用いた式の計算をする。 ・文字を用いて法則を式に表現し、式の意味をよみとる。 (図形) ・作図や観察などの活動を通して、平面図形の基本的な性質や構成についての理解を深める。 ・平面図形に対して直観的な見方・考え方を深める。	単元『正の数・負の数』 ・正の数・負の数 ・正の数・負の数の計算 単元『文字を用いた式』 ・文字を用いた式 ・文字を用いた式の計算 単元『平面図形』 ・図形の基礎 ・点の集合と作図 ◎除数0の除法を考える ◎自然数を連続する整数の和の形で表す ◎マッチ棒をならべて ◎魔方陣 ◎正多角形などの対称の軸、対称の中心をかく ◎点や直線の集合	○		○					
	5													
	6													
2	9			(数と式) ・文字を用いて関係や法則を式に表現し、式の意味をよみとる。 ・方程式について理解し、それを用いる。 ・文字を用いた問題をもとに、新しい問題をつくり、問題を発展的にみようとする。 (関数) ・2つの数量を見だし、それらの間の変化や対応を調べ、関数関係を見だし表現し考察する。 ・比例、反比例を関数としてとらえ、関係を表、式、グラフなどによってとらえる。 ・伴って変わる2量の関係について調べ、それを式やグラフなど数学的に表現しようとする。 (図形) ・作図の方法を理解し、利用する。 ・作図や図形の移動を通して、図形の根底にある本質的なものを見抜く直観力を養い、その性質を論理的に考察し表現しようとする。 ・観察、操作、実験などの活動を通して、空間図形の基本的な性質や構成について理解を深める。 ・正多面体の特徴や性質について、体験的な活動を通して調べようとする。	単元『文字を用いた式』 ・関係を表す式 単元『方程式』 ・方程式 単元『比例、反比例』 ・関数関係 ・比例、反比例 単元『平面図形』 ・作図の活用 ・図形の移動 単元『空間図形』 ・直線や平面の位置関係 ・空間図形の構成  ◎魔方陣をつくろう ◎100をつくろう ◎変り方調べ ◎ビリビリゲーム ◎点を見つけよう ◎立体模型づくり	○		○	○	○				
	10													
	11													
	12													
3	1			(資料の活用) ・ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解し、資料の傾向をよみとる。 ・ヒストグラムや代表値を用いて、資料の傾向をとらえ説明する。 (図形) ・計量、投影図を通して、空間図形の基本的な性質や構成について理解を深める。 ・幾何学的な操作を通して、図形の根底にある本質的なものを見抜く直観力を養い、その性質を論理的に考察し表現しようとする。	単元『資料の活用』 ・ヒストグラムや代表値 ・資料の活用  単元『空間図形』 ・空間図形の計量 ・投影図  ◎ボール投げの記録 ◎温暖化 ◎電灯と通行人の頭の影の動き ◎空間の切断			○	○					
	2													
	3													
1	4	<b>2年目標</b> (1) 文字を用いた式について、目的に応じて計算したり変形したりする能力を養うとともに、連立二元一次方程式について理解し用いる能力を培う。 (2) 基本的な平面	(数と式) ・文字を用いた式で、数量や数量関係を的確に表現したり、目的に応じて計算したり、変形できる。 ・文字式についての理解を深め、それを活用する。 ・数量関係を2つの文字を用いた等式に表す。 ・連立二元一次方程式を用いて、実際の問題を形式的に処理する。 (図形) ・図形の性質を調べる上で、基礎となる見方・考え方や基本的な性質を明らかにする。 ・論証の意義や推論の進め方について理解する。	単元『式の計算』 ・式の計算 ・文字式の利用 単元『連立方程式』 ・連立方程式  ・連立方程式の利用 単元『確率』 ・確率の意味 ・場合の数と確率 ◎陸上のコース ◎人工衛星の問題 ◎カレンダーの性質	○	○	○	○						
	5													
	6													
	7													

【教科総合】  
 「教科総合」とは、学年ごとに決められた教科の学習をいい、数学は2年に設定されている。数学においては、4領域のうち、数領域にわたる総合的な問題や課題学習、また、長期間必要と考えられる調べ学習や操作・実験などを伴う活動などの内容について指導して

2	9 10 11 12	図形の性質について、観察、操作や実験などの活動を通して理解を深めるとともに、図形の性質の考察における数学的な推論の必要性と意味及びその方法を理解し、論理的に考察し表現する能力を養う。 (3)具体的な事象を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。 (4)不確定な事象を調べることを通して、確率について理解し用いる能力を培う。	(関数) ・比例・反比例を基に、変化や対応についての見方や考え方を一層深める。 ・具体的な事象を調べることを通して、一次関数について理解を深める。 ・二元一次方程式を二つの変数の間の関数関係としてとらえ、関数を見だし表現し、考察する。 (図形) ・平行線の性質や三角形の合同条件を根拠に、三角形や四角形の性質を調べ、それらを活用できるようにする。 ・筋道を立てて考えられるようにする。	◎電話帳ゲーム ◎くじ引きの問題 単元『一次関数』 ・一次関数とグラフ ・一次関数と方程式 ・一次関数の利用 単元『図形の調べ方』 ・平行と合同 ・証明 ◎グラフアート① ◎携帯電話の料金プラン ◎動点問題 ◎折り紙を利用した問題	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	いる。また複数教科にわたる学習や生徒の興味・関心を生かした発展学習、また自主的、自発的な学習を中心に行うこととした。したがって、学習する時期は、2年で指導する内容が終了する第3学期に、「教科総合」として、まとめて設定した。
			(資料の活用) ・事象の生起の程度を数値化する方法について考察し、確率の意味を理解する。 ・簡単な場合について確率を求めることができる。 (教科総合) 学年ごとに決められた教科の学習を「教科総合」といい、数学は2年において学習する。 ・4領域の総合的な問題や課題学習などを解決できる。 ・問題をつくり変える ・生活に役立つ調査と確率	単元『図形の性質と証明』 ・三角形 ・四角形 総合的な学習 教科総合 ・単元総合 ・課題学習 ◎折り紙を利用した問題 ◎平行四辺形になる条件の探求 ◎グラフアート②	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	
			(数と式) ・2次式についての因数分解ができるようにする。 ・目的に応じて式を変形したり、読み取ったりすることができる。 ・数の範囲を広げることや平方根の必要性と意味を理解する。また、平方根を含む式の計算ができる。 ・平方根を用いるよさを考えるとともに、実生活の中での関わりについて調べる。 ・二次方程式の必要性や意味、及びその解の意味について理解し、二次方程式を解くことができる。 ・二次方程式を用いて、具体的な場面を表現しようとし、二次方程式を活用することができる。	単元『式の展開と因数分解』 ・因数分解 ・式の計算の利用 単元『平方根』 ・平方根 ・根号を含む式の計算 単元『二次方程式』 ・二次方程式 ・二次方程式の利用 ◎速算法 ◎根号を含む式の加法の計算の仕方を多様な方法で考える。 ◎いろいろなタイプの2次方程式の計算問題をつくる ◎雨樋	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	
3	1 4 5 6 7	3年目標 (1)数の平方根について理解し、数の概念についての理解を深める。また、目的に応じて計算したりする能力を伸ばすとともに、二次方程式について理解し用いる能力を培う。 (2)図形の相似、円周角と中心角の関係や三平方の定理について、観察、操作や実験などの活動を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす。 (3)具体的な事象を調べることを通して、関数 $y=ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。 (4)母集団から標本を取り出し、その傾向を調べることで、母集団の傾向を読み取る能力を培う。	(数と式) ・2次式についての因数分解ができるようにする。 ・目的に応じて式を変形したり、読み取ったりすることができる。 ・数の範囲を広げることや平方根の必要性と意味を理解する。また、平方根を含む式の計算ができる。 ・平方根を用いるよさを考えるとともに、実生活の中での関わりについて調べる。 ・二次方程式の必要性や意味、及びその解の意味について理解し、二次方程式を解くことができる。 ・二次方程式を用いて、具体的な場面を表現しようとし、二次方程式を活用することができる。	単元『式の展開と因数分解』 ・因数分解 ・式の計算の利用 単元『平方根』 ・平方根 ・根号を含む式の計算 単元『二次方程式』 ・二次方程式 ・二次方程式の利用 ◎速算法 ◎根号を含む式の加法の計算の仕方を多様な方法で考える。 ◎いろいろなタイプの2次方程式の計算問題をつくる ◎雨樋	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	【テーマ研究】 「数学をつかってみる」 ・よく飛ぶ紙飛行機をつくる よく飛ぶ紙飛行機をつくることを通して、目的に応じてデータを集めたり、そのデータを解釈したりすることを、紙飛行機の製作に活かす。この活動により数学を活用する経験をするとともに、数学的に考えたり、表現したりすることを学ぶ。 ・いろいろな数学にふれる 普段接することのない数学者からの話を聴き、数学に対する見方をひろげる。 ・暮らしの中の数学 自分たちの身の回りから数学的なテーマを拾い出し、それについて調べてまとめることを通して、数学をより広く深くとらえる経験をする。
			(関数) ・二次関数の特徴について具体的な事象の観察や、既習の関数との対比を通して理解する。 ・具体的な事象に対して関数 $y=ax^2$ を活用することで、数学と実生活との関連について考える。また、関数 $y=ax^2$ 以外の関数について学習することで、関数についての見方を広げるとともに、関数についての理解を深める。 (図形) ・図形についての性質を三角形の相似条件や円周角と中心角の関係などをもとにして確かめ、論理的に考察し、表現する。 ・相似な図形の性質や円周角の定理を具体的な場面で活用したり、図形の問題を発展的にみたり、新しい問題をつくったりすることで、図形について深く考え考察していこうとする。 ・三平方の定理について理解し、それを用いることができるようにする。 ・三平方の定理の証明について、これまでの数学の歴史とも関連づけながら、様々な方法について関心をもって考察する。	単元『関数 $y=ax^2$ 』 ・関数とグラフ ・関数 $y=ax^2$ の値の変化 ・関数 $y=ax^2$ の利用 単元『図形と相似』 ・図形と相似 ・平行線と線分の比 ・相似な図形の面積比及び体積比 ・円周角の定理とその逆 単元『三平方の定理』 ・三平方の定理 ・三平方の定理の利用 ◎問題づくり(関数) ◎相似の利用 ◎2枚の三角定規を重ねてできる図形の面積	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	
			(資料の活用) ・標本調査の必要性とその意味について理解する。 ・標本調査を実際に行い、そのよさや、社会と数学の関係を考える。 ○数と式、図形、関数、資料の活用すべての内容を総合的に理解する。	単元『資料の活用』 ・標本調査 ◎標本調査にとりくむ	○ ○ ○ ○ ○ ○	