教科横断的な視点を取り入れた数学と理科の授業実践に関する一考察：数学II「微分・積分の考え」と物理基礎「運動の表し方」との関連に焦点をあてて

メタデータ	
	言語: jpn
	出版者:
	公開日: 2020-07-28
	キーワード (Ja):
	キーワード (En):
	作成者: 小林,廉, 西村,塁太
	メールアドレス:
	所属:
URL	http://hdl.handle.net/2309/159273

国際中等教育研究　第13号　p.35 ～ 46
東京学芸大学附属国際中等教育学校研究紀要

教科横断的な視点を取り入れた数学と理科の授業実践に関する一考察

―数学Ⅱ「微分・積分の考え」と物理基礎「運動の表し方」との関連に焦点をあてて―

Review of Conducting Lessons in Mathematics and Science Which Adopted a Cross-curricular Perspective:

Focusing on association with Mathematics II "Concepts of Calculus", and Basic Physics "How to represent motion"

数学科　小林　廉　　理科　西村　塁太

1．はじめに

東京学芸大学附属国際中等教育学校（以下，本校）では，2019 年度より，「IB の趣旨に基づくカリキュラムマネジメントの実践」というテーマで研究を進めてきている．本研究の特徴は，教科横断的な視点に立った実践を進めていることにある．中教審教育課程企画特別部会「論点整理」では，カリキュラムマネジメントが 3 つの側面からとらえられ，そのうちの 1 つとして「各教科等の教育内容を相互の関係で捉え、学校の教育目標を踏まえた教科横断的な視点で、その目標の達成に必要な教育の内容を組織的に配列していくこと」（中教審教育課程企画特別部会，2015，p.22）が挙げられた．この文言に関連して，田村ほか（2016）は，教科並列型カリキュラムに対して「子どもは全体的，統合的な存在であるのに，教科に分断され断片化された知識が与えられており，それが統合されない」（p.79）といった批判がかねてからなされてきたことを指摘し，教科等横断的な視点によるカリキュラムの整理には「学習内容，教材，学習方法，体験活動などを，複数の教科・領域で繰り返し活用したり関連付けたりすることにより，学びが深まる．知の活用可能性（特定教科の知識が他の教科や生活でも使えるということ）を児童生徒が実感できる」（p.80）といった効果を期待している．本校においても，目指すのは「学習の転移」であり，生徒の中でどのように学びをつなげて知の統合化や活用可能性を起こしていけばいいのか，それをどのようにして見取るのかといったことを研究課題としている．同時に，中等教育段階として，育成すべき資質・能力の共通性や教科固有性をどのように重視していくべきかが研究課題となっている．

本稿は，教科横断的な視点に立った授業実践の具体例として，数学と理科の授業実践について報告するものである．具体的には，本校において同じ 5 学年で開設している科目「物理基礎」と「数学Ⅱ」の間で，前者の内容である「運動の表し方」と，後者の内容である「微分・積分の考え」の関連に焦点をあてて実施した実践の一部を報告するものである．

歴史的経緯が示すように（例えばカッツ，2005），両者は切っても切れない関係にある．それは現行の指導にも一部反映されている．例えば，数学Ⅱ「微分・積分の考え」の検定教科書のほとんどで，微分係数は平均の速さと瞬間の速さに基づいて説明されるが，平均の速さと瞬間の速さは物理基礎「運動の表し方」の検定教科書では学習内容として説明され，そこでは接線の傾きが瞬間速度を表すことも扱われている．また，「運動の表し方」では，数学でいう区分求積法のアイデアのもと，等加速度運動の$v-t$グラフ下の面積が変位を表すことが説明されている．これは「微分・積分の考え」でいうと前者は微分係数を求めること，後者は定積分を求めることに他ならない．

ところが，この 2 つの内容を教科横断的に実施した授業例は，わが国では意外なほどに見つからない．この点に関連して，例えば安藤（2016）は，理科と数学の関わりについては今までも多くの学術的な研究は数多くあるが，教科を横断したクロスカリキュラム的な授業はあまり見られないことを指摘している．

以上に述べてきたことを踏まえ，本稿の目的を，教科横断的な視点を取り入れた数学Ⅱ「微分・積分の考え」と物理基礎「運動の表し方」の授業における生徒の実態の一端を明らかにするとともに，本実践が「知の活用可能性」の実感を促すにあたって有効であることを示すこととする．そのための方法として，授業の分析を通した実証的考察を行う．対象とする生徒は本校 5 年生の数学Ⅱ習熟度別上位クラス 29 名である．分析対象とするデータは，対象生徒の記述物全て（ワークシートと学習感想），ビデオおよび IC レコーダーによる授業記録である．以下では，授業の構想と実際の一部を報告した上で，“「知の活用可能性」の実感”という視点から授業記録や学習感想を分析する．

なお，本校数学科が実践している数学Ⅱ「微分・積分の考え」は，「既習の数学を使って事象を探究することを通して新たな数学を創り出していく」プロセスの実現を目指して開発されたものであることに留意されたい（詳細は『TGUISS 数学 5・6』や成田・小林（2019）を参照）．

2．教科横断的な視点と授業の構想

（1）教科横断的な視点

本実践では，教科横断的な視点の基本方針を次の 2 点に定めた．

第 1 に，教科横断的な視点を，IB の MYP における「重要概念」の一つである「変化」とすることである．本校の研究テーマである「IB の趣旨に基づくカリキュラムマネジメントの実践」における「IB の趣旨に基づく」は，カリキュラムマネジメントの視点を IB の趣旨に基づいて設定する（MYP に対応しない一般プログラムの 5・6 年生であっても）ことを意図している．それは具体的には，「ATL（学習の方法)」，「重要概念」，「グローバルな文脈」である．本稿では「重要概念」およびその一つ「変化」について簡単に説明しておく．

MYP では「概念理解」が重要視されていて，概念を模索することによって教科をより深く理解することはもちろん，教科の枠組みを超えた考えを理解することや，複雑な考えに取り組み，アイデアとスキルを新しい状況に転移させたり応用させたりすることが目指されている (IBO, 2014, p.18)．ここで「重要概念」とは，「各教科・学問や教科・学問横断的な領域において関連性をもつ，幅広く有力な考えを体系化する考えであり，時間や文化にとらわれない関連付け」をするとされているもので，これが MYP を学際的で幅広いものにしているという（同，p.19)．「知的な相乗効果」を創造し，学習分野や教科を横断して知識や理解を伝達する接点とされている（同，p.19)．

MYP では 16 の重要概念が定められており，その一つに「変化」がある．「ある形態，状態，価値観から別の形態，状態，価値観へと転換あるいは移動すること」とされ（IBO，2014，p.68)，「原因，過程，結果を理解し評価することも『変化』の概念の探究にあた」るとされている（同)．具体的には後述するが，本実践では変化の過程の理解を目指すこととした．

第 2 に，教科横断的な視点を IB におくだけでなく，学習内容でも関連させることである．「ATL（学習の方法)」や「重要概念」，「グローバルな文脈」を教科横断的な視点とするとき，“学習内容自体は関連していないが，これらの視点でみると関連している”といった実践も当然ながら求められる．例えば，異なる内容が同じ「重要概念」として整理される実践によって，「重要概念」が豊かになる

ことを期待できるからである．一方で，本実践では，先述の通り，「運動の表し方」と「微分・積分の考え」という，内容の関連が深いものを扱うことにした．これは，数学と物理が関連していることがより直接的に示されることで，「変化」が「学習分野や教科を横断して知識や理解を伝達する接点」であることがより実感されやすくなると考えたからである．

（2）教科横断的な視点に基づく授業の構想

はじめに(1)の第 2 の点として述べた内容の関連から述べると，具体的には，本実践では「$v-t$グラフ下の面積」を題材とすることにした．ここに焦点を当てた意図は以下のとおりである．

まず，物理基礎からすると，速度が変化するときの$v-t$グラフの面積が変位を表すことについては，授業者は非常に重要であることはわかっていても，これまでうまく授業を展開できていなかった部分であった．具体的には，グラフを幅Δtの短冊に区切って，微小区間での面積（移動距離）を求め，それを足し合わせて総移動距離を求めようとする方法が受け入れられなかったり，Δtを小さくすることで$v-t$グラフ下の面積に近づくイメージできなかったりした．数学科の立場からすると，ここには，物理基礎と数学Ⅱでの内容配列上の問題が影響していると考えられる．速度が変化するときの$v-t$グラフの面積が変位を表すことについては，物理基礎の検定教科書では図 1 のように説明されているが，このことの理解には本来的に区分求積法の理解が不可欠である．しかし，物理基礎では，カリキュラム上，数学科で区分求積法と極限を学習する前に図 1 について学習することになっており，図 1 の意味に深く立ち入ることは難しい状況になっていた．そこで，数学科が区分求積法と極限の学習を終えたタイミングで，物理基礎として図 1 の内容の理解を促すことを考えたのである（正確には，本実践が 11 月であった関係で，物理基礎では 4 月の時点ですでに一度運動学を指導していたから，数学科での学習を踏まえて図 1 の内容を理解しなおすことになった）．それが本実践における物理基礎の授業の趣旨である．この授業によって，「$v-t$グラフから変位を求めるには，ある時刻までの$v-t$グラフ下の面積を求めればよい」ことの意味理解がなされるはずである．

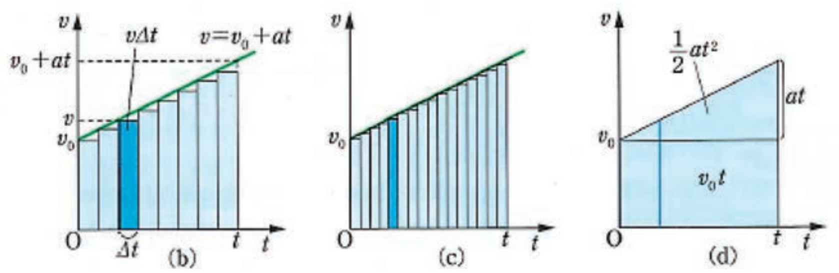


図 1　等加速度直線運動（佐藤ほか（2013））

次に，数学Ⅱとして「$v-t$グラフ下の面積」を題材とすることは，(1)の第 1 の点として述べた重要概念「変化」の過程の理解を次の意味で促すことを期待できる．その過程とは，関数の変化率がわかれば，その関数の大域的変化を記述できるということである．$v-t$グラフの下の面積を時刻tの関数としてとらえて位置の変化を記述することは，数学的には，ある関数の変化率を表すグラフすなわち導関数のグラフから，その下の面積を求めることで，もとの関数（原始関数）の変化を記述していることにあたる．そう抽象化していくことで，様々な事象の探究に適用できる「変化をとらえる手法」の学習となることを期待できる．もちろん，「運動の表し方」に対する見方が変容することも期待できる．物理基礎の検定教科書には例えば図 2 のような$a-t$グラフ，$v-t$グラフ，$x-t$グラフの関係が載っている．「ある関数の導関数のグラフから，その下の面積を求めることで，もとの

関数（原始関数）の変化を記述している」という見方を獲得した後は，この図もその見方でとらえなおせることを期待できる．

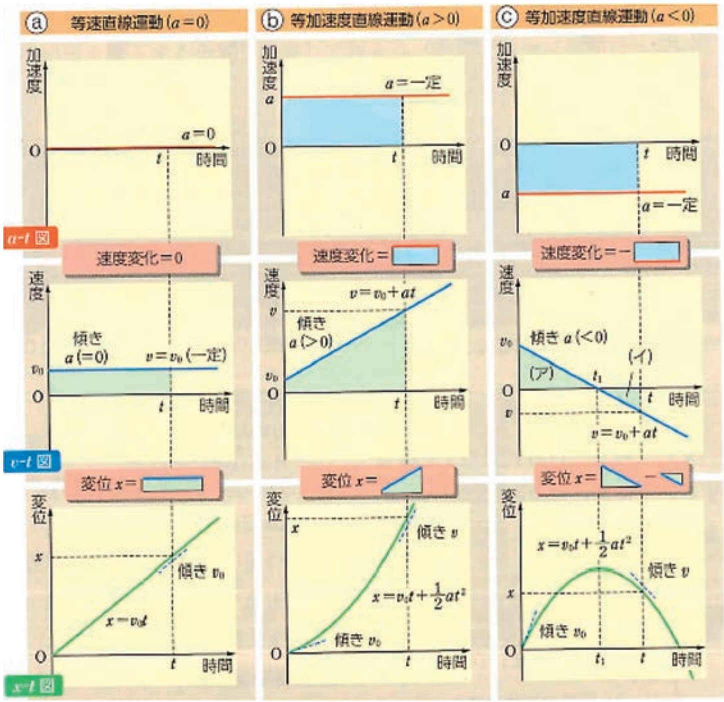


図 2　等速直線運動と等加速度直線運動のグラフ（国友ほか（2017））

以上述べてきたことを図式化しておくと図 3 のようになる．ここで留意すべきは，異なる教科どうしで教科横断的な授業を行う以上，一方の科目で学習したことがもう一方で活きるようにすること，すなわちお互いにメリットが発生するようにすることであり，その互恵性を活かして「変化」の理解が深まるようにしていくことである．例えば，物理基礎の立場としては，生徒が数学 II で区分求積法について深く探究していることで，上述したような$v-t$グラフ下の面積が移動距離を表すことを授業で取り上げたときに理解しやすくなり，また数学 II の立場としては，図 2 の 3 つのグラフの関係が実験結果によって裏付けられることで，より実感を伴った理解となると思われる．

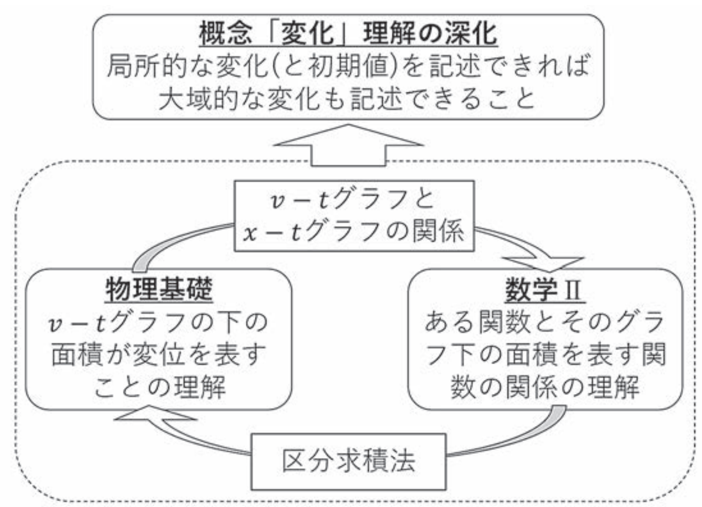


図 3　重要概念「変化」を教科横断的視点としたそれぞれの授業のイメージと互恵性

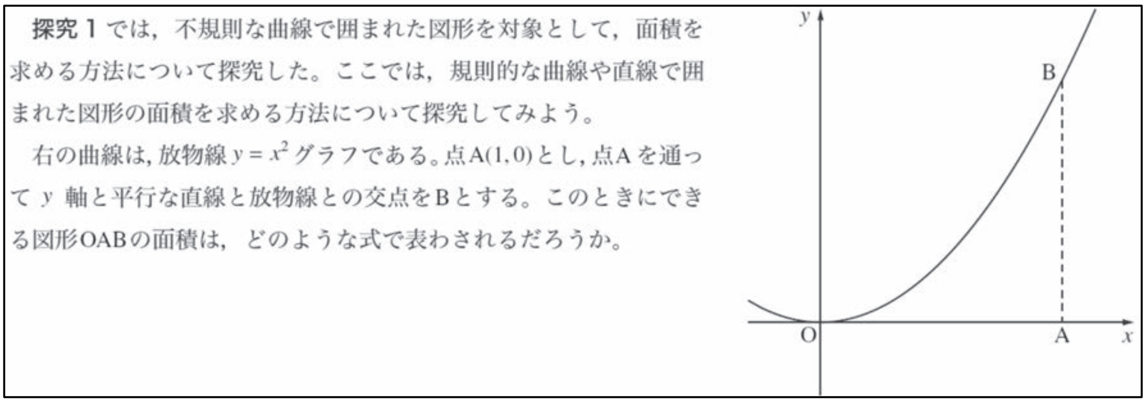
3．授業の実際

本稿では，紙幅の都合上，数学Ⅱでの「区分求積法」に関する授業の実際と，その授業に基づいて図 1 の内容理解を促す物理基礎の授業の実際について概略を述べる．

（1）数学Ⅱでの「区分求積法」に関する授業の実際

①授業の目標と教材

本授業は，本校数学科が開発した単元における 1 つめの探究課題「島の面積は？」に続く，2 つめの探究課題「放物線の下の面積は？」（図 4）を主題としたものである．



探究 1 では，不規則な曲線で囲まれた図形を対象として，面積を求める方法について探究した。ここでは，規則的な曲線や直線で囲まれた図形の面積を求める方法について探究してみよう。

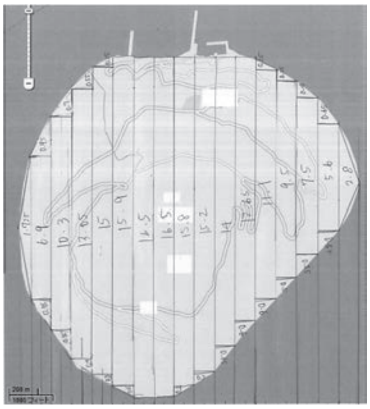
右の曲線は，放物線 $y = x^2$ グラフである。点A(1, 0)とし，点A を通って y 軸と平行な直線と放物線との交点をBとする。このときにできる図形OABの面積は，どのような式で表わされるだろうか。

図 4　教材「放物線の下の面積は？」（『TGUISS 数学 5・6』，p.65）

本授業の目標は，規則的な曲線や直線で囲まれた図形の面積を長方形分割によって近似して測定することを通して，極限および極限値の意味について理解し，誤差を限りなく小さくしていった値が面積であることを説明できることにある．

なお，長方形分割のアイデアや，対象の図形を近似するには内側からの近似と外側からの近似があることは，1 つ前の探究課題「島の面積は？」で生徒から提案され，用いられている状態である．

また，面積をS，測定値をM，誤差をe，外側近似の面積をS_O，内側近似の面積をS_Iととするとき，$e = |M - S|$を求めることは不可能であるが，$e = |M - S| < S_O - S_I$であり$S_O - S_I$は求められることから，分割を細かくすることで$S_O - S_I$を限りなく小さくしていくと誤差eを限りなく小さくできるということということが「島の面積は？」を通してつくられている状態である．この$S_O - S_I$は対象クラスにおいて「誤差の上限」と名付けられた（図 5）．



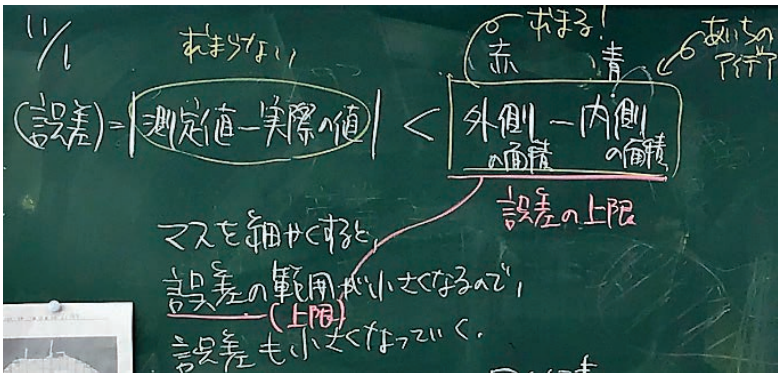


図 5　「島の面積は？」における長方形分割と「誤差の上限」

②授業の実際

授業は 2019 年の 11 月に約 6 時間かけて行った．

i ）長方形分割の出現と共有

第 1 時と第 2 時の自力解決では，「島の面積は？」で提案されていた多様な測定アイデアを受けて，ここでもいくつかのアイデアが見られたが，途中から長方形分割や台形分割が多くなった．授業では[0,1]を 10 等分したときの内側長方形近似と外側長方形近似と台形近似が発表・共有され，求める面積をSとすると$0.285 < S < 0.385$の範囲にあるとされた（図 6，台形近似は紙幅の都合上省略）．また，放物線の方程式$y = x^2$がわかっているから高さを求めやすいため長方形分割のアイデアを用いたことが確認された．

さらに，ここでの誤差の上限（$S_O - S_I$）は一番右の分割長方形の面積になる（各分割長方形において外側長方形と内側長方形の差を表す長方形を集約すると一番右の長方形になる）ことが生徒から発表されると他の生徒たちから驚きの声が上がった（図 6）．このアイデアを受けて第 3 時では，分割を細かくしていけば一番右の長方形の面積が小さくなっていく，つまりは誤差の上限が小さくなっていくから誤差も小さくなっていくことが生徒から発言された．これを受けて第 3 時では分割を細かくしていくことが主題となった．

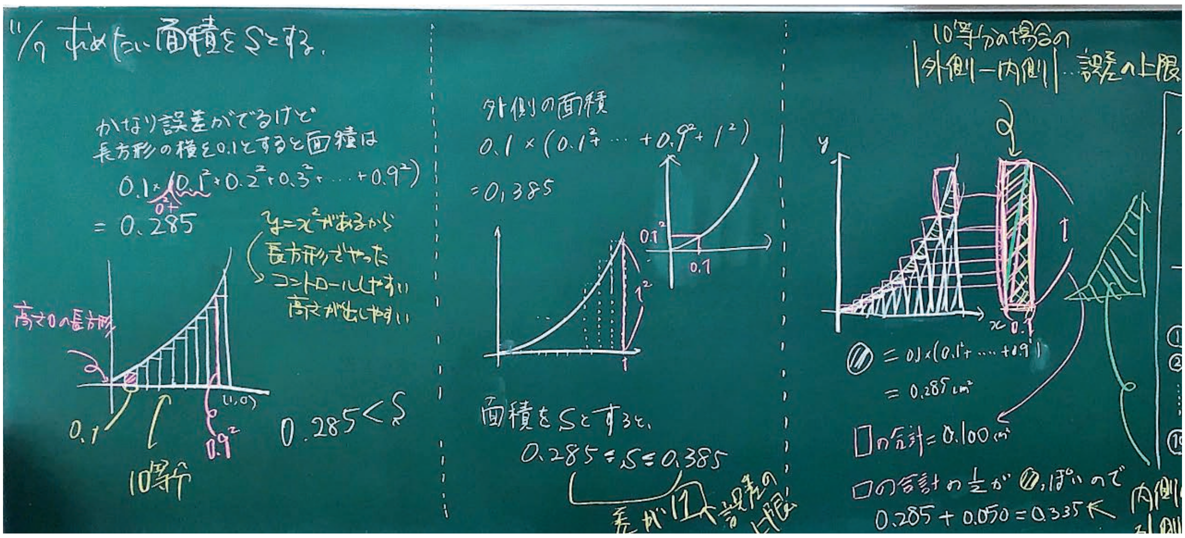


図 6　第 2 時終了後の板書の一部

ii ）数列を用いて S の値を調べる

すでに「数列っぽい」「シグマ」「数列の和だ」といった発言は出ていたが，それを受けて[0,1]をn等分したときの内側長方形の面積の和と外側長方形の面積の和がnを用いて表すよう課した．対象クラスでは前者が数列I_n，後者がO_nと名付けられた．苦労している生徒も多かったが，それぞれの一般項$I_n = (n-1)(2n-1)/6n^2$，$O_n = (n+1)(2n+1)/6n^2$が求められ，第 4 時では，誤差の上限が確かに$1/n$となって一番右の長方形の面積を表しているとともにnを大きくすれば誤差の上限が小さくなっていくことが確認された．また，nを大きくしていくときの具体的な計算が電卓を用いて行われた．これらの結果から数列$\{I_n\}$と$\{O_n\}$がともに$0.\dot{3}$に近づいていくことが見出され，第 5 時の始めにはそれが一般項を用いて説明された．

iii ）面積Sが何であるかの議論

そのうえで第 5 時には，面積Sは何なのかを問うた．最初に出されていた意見は，「nにかなり大

きな数を代入したら電卓上は$0.\dot{3}$となったので$S = 1/3$でいいと思っていたが式での説明をした結果Sは大体$1/3$とすべきではないかと思うようになった，どっちかわからなくなった」というものだった．これに続いて「$\{I_n\}$も$\{O_n\}$も$1/3$に近づいていくのだからSも$1/3$でよいのでは」といった発言がなされた．その後は生徒個々の間で「Sは$1/3$なのか，大体$1/3$なのか」についての話し合いが起こり，続けられた．次に教室全体に対してなされた発言は，「妥協するしかない」というものである．どういうことかというと，長方形分割で近似する限り必ず誤差は生まれるのだから（ここで$\{I_n\}$も$\{O_n\}$も$1/3$には決して達しないことが再確認された），「nは無限になるしかないがそれは人間にはできないからあきらめる」というものである．このことから，「本当は$S = 1/3$だが，人力でやる限りは$S \approx 1/3$」という結論が提案された．そして最後に，この提案に反論する形として発言された意見が，生徒 HS による「$O_n = 1/3 + (n\text{の式})$，$I_n = 1/3 - (n\text{の式})$となっていて，$S \approx 1/3$とすると$S < 1/3$か$1/3 < S$だから，$S = O_n$か$S = I_n$になってしまう，でもそうではないのだから$S = 1/3$と言い切るしかない」というものである．この意見に対しては「なるほど」といった賛同的な意見が多く出された．

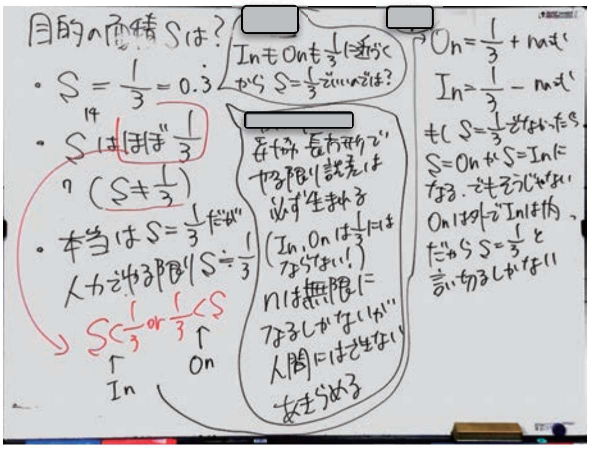


図 7　第 5 時板書の一部(生徒名を隠してある)

<u>ⅳ）$S = 1/3$であることの背理法による証明</u>

そこで第 6 時では，まず数列$\{I_n\}$，$\{O_n\}$やその平均nを大きくしていくと$1/3$に近づいていくが$1/3$には達しないことを確認し，いまは面積Sについて考えていることを明確にしたうえで，生徒 HS の意見を整理することとした．そこではもし$S < 1/3$とすると$S = 1/3 - \mu$と表せて（文字μを用いることは生徒の提案である），$S = I_n$すなわち$\mu = 1/2n - 1/6n^2$（$I_n = 1/3 - (1/2n - 1/6n^2)$である）となる$n$が必ずあるわけではないが，$n$を大きくしていけば$\mu > 1/2n - 1/6n^2$となる$n$は必ずあるので結果として$S < I_n$となってしまう（面積$S$が内側長方形の面積の和$I_n$より小さくなってしまう）ことが生徒の発言をもとに示された．この論法を問う前から生徒たちの何人かは「背理法だ」と発言していた．同様に$1/3 < S$とすると$S > O_n$となるnが存在して矛盾が起きることが確認され，$S = 1/3$であることが結論付けられた．

（2）物理基礎での「v-t グラフ下の面積」に関する授業の実際

以上の数学授業第 6 時の次の日に 1 時間で実施したのが物理基礎での「$v - t$グラフ下の面積」に関する授業である．

①授業の目標と教材

まず，本授業での教材は以下のとおりである．

先日，授業で使おうと思い，W 棟（注・本校の棟の名称）3 階の非常階段から中庭の地面まで，500g のおもりを自由落下させ，その運動の記録を記録タイマーと記録テープで測定する実験を行った。しかし，うっかりして，記録タイマーの一部を紛失してしまった。残った記録テープは，5 打点ごとに切った 4 枚だけで，長さはそれぞれ 0.338m，0.468m，0.556m，9.667m だった。この記録テープは，落下し始めでも落下し終わりでもなく，途中の部分である。落下し始めてから地面に着くまでにかかった時間は，ストップウォッチで 1.24 秒とわかっている。

この記録テープを使って，地面から W 棟 3 階までの高さを調べてほしい。色々な求め方があるだろうが，今日は$v-t$グラフを利用して求めたい。どうすればよいだろうか。

図 8　物理基礎での教材

本時の目標は，自由落下運動が等加速度直線運動であることや，$v-t$グラフの面積が距離を表すことを活用して，物体の運動に関する問題解決に取り組むとともに，「$v-t$グラフの面積が移動距離を表す」ことを説明できるようになることである．

なお，先述の通り，対象生徒は物理基礎において運動学を 4 月にすでに一度学んでいる点に留意されたい．

②授業の実際

授業は，W 棟 3 階からの自由落下を測定した実際のデータと自由落下運動の特徴から，おもりの$v-t$グラフを推測するとともに，$v-t$グラフから落下距離を求める方法について生徒同士で議論し，実際に算出し，最後に，$v-t$グラフの面積がなぜ落下距離を表すのかという点について議論するという流れで進行した．実際，生徒同士や授業者との議論から$v-t$グラフがつくられた後，授業者が「落下距離を$v-t$グラフから求めるにはどうしたらよいか？」と問うと「運動が始まってから終わるまでの直線の下の三角形の面積を求めればよい」といった発言がなされ，その面積を求めることとなった．その解決が共有され，実際の高さとほぼ一致していることが確かめられた後，授業者が「ところで，なぜ$v-t$グラフの面積が落下距離を表すのか？」と問うことで後半部分へと入っていった．

まずは自力で考える時間が設けられた．ここでは，次のように長方形に区切った図を描いて説明しようとしている生徒が複数みられた．図からわかるように内側近似で考えている生徒もいれば，高さを中央にとっている生徒もいた．

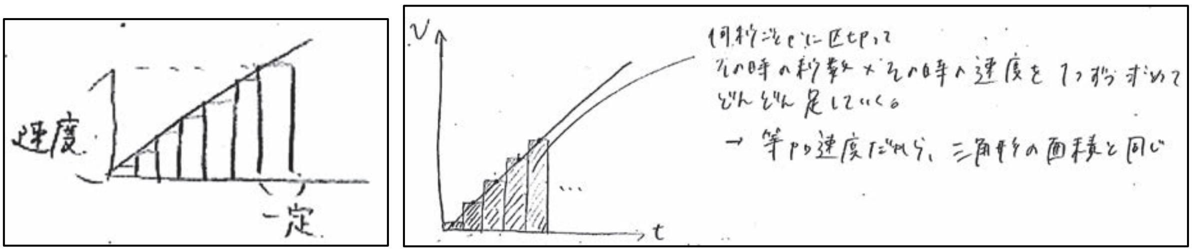


図 9　生徒の記述の一部

次に，小集団で話し合う時間が設けられ，その後全体の場での議論に移行した．小集団の場では，「めちゃ数Ⅱじゃない？」といった声が聞かれた．全体の場では図 9 右の図を描いていた生徒がいた小集団を指名し，当該生徒に説明を促した．その生徒は，「時間を細かく区切って帯状，棒状にしていったときに，その瞬間の速度×区切った時間を全部合わせていくと棒グラフになるじゃ

ないですか，それが最終的に三角形の面積になる」と説明した．ここでどういうグラフを描くかを聞くと，当該生徒は「区切ったところの真ん中，中心にくるところが瞬間の速度になるように」と答えた．また，なぜ長方形の面積が距離を表すのかも確認した．結果的に描かれた板書の図が図 10 である．さらに，「（直線の$v-t$グラフに対して長方形は）空いたり出たりしているけどそこはどうか」，「でこぼこを小さくするのやってたりします？」と授業者が問うと，生徒からは口々に「数Ⅱだ」という声が出された．最終的に，「もっと細かくすればよい」「もっと細かくするとめっちゃ三角形に近づく」といった発言が共有され，$v-t$グラフの面積が移動距離を表すことがまとめられた．

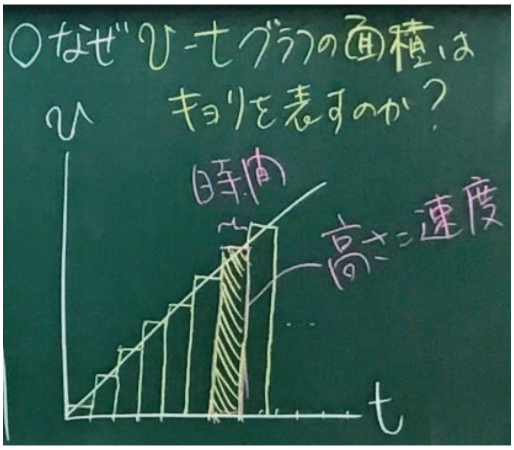


図 10　板書の一部

4．考察

まず，「特定教科の知識が他の教科や生活でも使える」という意味での「知の活用可能性」（田村ほか，2016）の実感がなされたかどうかについて，以下の 2 点から考察する

1 つは，物理基礎の授業における生徒の発言である．本稿 3 で述べたように，「なぜ$v-t$グラフの面積が落下距離を表すのか？」という問いに対して，小集団の検討時に「めちゃ数Ⅱじゃない？」といった発言が生じたり，全体の場では口々に「数Ⅱだ」という声が出されたりした．また，筆者（小林）は授業観察者としてその場にいたが，物理基礎の授業者（西村）が数学Ⅱとの関連について明言していないのに，生徒たちが「あーなるほど」「そういうことか」と発言しながら筆者の方を見るという場面もあった．このような様子から，数学Ⅱで学習していた区分求積法と「$v-t$グラフの面積が落下距離を表す」ことの関連を生徒たち自らが見出したと解釈できる．

もう 1 つは，ワークシートや振り返りにおける生徒の記述である．本稿 3 で述べた 2 つの授業の関係に言及している生徒が 29 名中 16 名いる．記述例を次ページの図 11 に挙げる．これらの記述例からは，2 つの授業が単に関連していたという程度ではなく，数学Ⅱで学習していた区分求積法を活用することで物理基礎での「$v-t$グラフの面積が落下距離を表す」ことの理解が深まったことの価値を実感し，だからこそ 2 科目間の関連の意義を実感できている様子がうかがえる．また，図 12 のような記述例からは，区分求積法を活用できたことでその有意義さを実感できた様子もうかがえる．

以上のことから，物理基礎での「$v-t$グラフの面積が移動距離を表す」ことの説明に，数学Ⅱでの区分求積法を活用できたという意味での「知の活用可能性」は，多くの生徒に実感されたと考えられる．また，そのことによって「$v-t$グラフの面積が移動距離を表す」ことの理解が深まるとともに，物理と数学の関連を実感できていることがわかる．

「$v-t$グラフの面積が移動距離を表す」ことの理解が，区分求積法の学習を通して深まったと考えられる実態は示唆的である．数学Ⅱの授業では，面積Sは$1/3$なのか約$1/3$なのかについての議論が生じ，生徒たちの認識が揺さぶられていた．本稿 3 で述べた数列$\{I_n\}$と$\{O_n\}$自身は$1/3$に限りなく近づいていくが決して$1/3$には達しない．区間$[0,1]$をn等分した 1 つ分の長方形の幅$1/n$は限りなく0に

近づいていくが0には達しない．すなわち数列$\{I_n\}$と$\{O_n\}$を面積Sだととらえている限りは約1/3から抜け出せない．ここで必要だったのは，面積Sは数列$\{I_n\}$と$\{O_n\}$自身ではなく数列$\{I_n\}$と$\{O_n\}$によって測られる（より正確に言うと，数列$\{I_n\}$と$\{O_n\}$の極限として定義される）対象であり，$I_n < S < O_n$という関係を満たすことを前提とした論理（背理法の導入）であった．つまり，長方形近似において幅を限りなく0に近づけていくと長方形の面積の和がグラフ下の面積になるということは，直観的には認められるかもしれないが，本当は認識上の困難が生じ，論理が必要になる対象である．ということは，「$v-t$グラフの面積が落下距離を表す」こともまた，本来的には認識上の困難を生じる対象であると考えられるのである．ここに，本実践において数学IIと物理基礎を教科横断的に扱った 1 つの意義がある．

物理のv-tグラフと数IIの微分・積分の分野が関係ある事はおどろいた。物理の授業の時に数IIで考えた発想が活かせていてタメになった。今まではそこまで2つの教科が関わっていることがなかったので新鮮だった。

また、v-tグラフの面積がキョリを表すということも数IIで最近やっている内容で説明できて学習との関連がわかって満足感が大いにあった

また、数学との関連づけを物理ですることで、数学の現実世界とのつながりや、物理の復習もできた。求めることは同じでも、物理ではグラフ上の意味が大切で、今までよく理解できていなかった、v-tグラフでのキョリ＝△の面積を思い出す／少し理解できた。

「v-tグラフの面積は何故距離になるのか？」という問いに対して、数式を使ったアプローチをしたが、グラフが三角形だったため、公式の中の$\frac{1}{2}$がどこから出てくるのかの証明ができなかった。（距離(x)＝速さ(v)・時間(t)だが、三角形は底辺(t)・速さ(v)・$\frac{1}{2}$。）
それを簡単に証明する方法が、数学IIで学習した放物線の下の面積の求め方そのものだったというのを見て、自分が今まで思っていた以上に数学と物理が関わっている（物理は数学の文章題にできるくらい近い存在）。

図 11　生徒による振り返りの記述例①（それぞれ抜粋）

数学でやってるグラフの面積を求めることが物理のキョリを求めることにつながるし数IIでやってたことも意味があったんだ、と思えるから他の教科とのつながりを考えてみるのは良いと思った。（特に数学は難しくなると何のためにやってるのかわからなくなるから

図 12　生徒による振り返りの記述例②

以上のようにして深まったと考えられる「$v-t$グラフの面積が移動距離を表す」ことの理解は，今度は数学IIの授業において「$v-t$グラフの下の面積を時刻tの関数としてとらえて位置の変化を

記述すること」を「ある関数の変化率を表すグラフすなわち導関数のグラフから，その下の面積を求めることで，もとの関数（原始関数）の変化を記述すること」へと抽象化していくにあたっての基盤となる．すなわち，区分求積法によって「$v-t$グラフの面積が落下距離を表す」ことの理解を深めたことは，重要概念「変化」の理解を促すための基盤ができたことを意味する．

それでは，なぜ上記の「知の活用可能性」は実感されたのであろうか．

1つ考えられるのは,「グラフの下の面積を求める」という学習内容面で関連させたことによって，生徒たちがその関連を比較的とらえやすく，数学Ⅱで学習したことを転移させやすかったのではないかということである．本稿2でも言及したように，「ATL（学習の方法)」や「重要概念」,「グローバルな文脈」を教科横断的な視点とするとき，学習内容自体は関連している必要はなく，様々な取り組みが考えられる．一方で，学習内容面でも関連させることには，生徒たちが教科横断的な学習に取り組んでいることの自覚をしやすくなるというメリットがある．また，本実践において,「$v-t$グラフの面積が移動距離を表す」ことの理解が深まるとともに，活用できた区分求積法に対して有意義さの感得を促せたように，活用される側とする側の両方にとってメリットが生じることも期待できる．数学と物理だからこそできたことではあるが，本実践において「知の活用可能性」の実感を促すにあたって有効であったのは，学習内容面で関連を図ったことにあると考えられる．これは教科横断的な視点を取り入れた授業の1つの姿を示唆している．

5．おわりに

本稿の目的は，教科横断的な視点を取り入れた数学Ⅱ「微分・積分の考え」と物理基礎「運動の表し方」の授業における生徒の実態の一端を明らかにするとともに，本実践が「知の活用可能性」の実感を促すにあたって有効であることを示すことであった．結果として，物理基礎での「$v-t$グラフの面積が移動距離を表す」ことの説明に，数学Ⅱでの区分求積法を活用できたという意味での「知の活用可能性」は多くの生徒に実感され，また，そのことによって「$v-t$グラフの面積が移動距離を表す」ことの理解が深まるとともに，物理と数学の関連を実感できたことがわかった．すなわち本実践は「知の活用可能性」の実感を促すにあたって有効であったと結論付けられ，その要因の1つとして学習内容面で関連を図ったことが考えられる．

本稿は，図3でいうと数学Ⅱの区分求積法から物理基礎での$v-t$グラフの面積が移動距離を表すことへの矢印に焦点化した．今後の課題は，反対方向の矢印，すなわち本稿で述べた物理基礎の授業を受けての数学Ⅱでの次の実践の分析を通して，上方向の矢印，すなわち概念「変化」の理解の深化がなされたのかどうかを明らかにしていくことである．

引用・参考文献

安藤秀俊（2016),「理科と数学の関連はどうあるべきか？」『日本科学教育学会年会論文集』，40，121-122.

IBO（2014)，MYP : From principles into practice.（邦訳『MYP：原則から実践へ』）

国友正和ほか（2017)．『改訂版物理基礎』．数研出版．

成田慎之介・小林廉（2019),「微分積分学の基本定理の創出を志向した高校数学における微分積分の教材開発─『数学　第一類』を手がかりとして─」,『日本数学教育学会誌』，101，9，2-12.

佐藤文隆ほか（2013）．『物理基礎』．実教出版．
田村知子・村川雅弘・吉冨芳正・西岡加名恵（2016），『カリキュラムマネジメント・ハンドブック』，ぎょうせい．
中教審教育課程企画特別部会（2015），「論点整理」．（URL は 2020 年 1 月 27 日最終確認）
https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/053/sonota/1361117.htm
東京学芸大学附属国際中等教育学校数学教育研究会（2019），『TGUISS 数学 5・6』，サンプロセス．
ヴィクター・J・カッツ（2005），『カッツ 数学の歴史』，教室出版．

Review of Conducting Lessons in Mathematics and Science Which Adopted a Cross-curricular Perspective:

Focusing on association with Mathematics II “Concepts of Calculus”, and Basic Physics “How to represent motion”

Abstract

The purpose of this report is to reveal a part of the students’ status in lessons in Mathematics II “Concepts of Calculus”, and in Basic Physics “How to represent motion”, which adopted a cross-curricular perspective, and to show that this practice is effective in promoting an awareness of the “utilization potential of knowledge”. The method used for this was an empirical review conducted through analysis of lessons for fifth-year students. As a result, students themselves noticed that a sectional quadrature method they learned in Mathematics II can be used to explain that the area under a v-t graph represents displacement in Basic Physics. We also found through student comments on learning that their awareness of the “utilization potential of knowledge” was promoted by the knowledge that what they learned in Mathematics II was usable in Basic Physics.