比較・検討によって知的変容する過程の一考察
−順序数の加法の問題解決過程を通して−

田　端　輝　彦

本稿の目的は、比較・検討の段階を経て児童が知的変容する過程を分析することにある。具体的には、自力解決した際に考えた解決方法を、比較・検討の段階を経た後、どのように変容していったのかを分析する。取り扱う学習問題は、小学校一年生の順序数の加法の問題である。分析の考察は、解決で用いた式表示からみた変容の過程と順序数の問題解決過程の思考の様相について行っている。

1　はじめに

お茶大附属小学校算数部では、昭和61年度より「子どもの思考を生かした算数学習」というテーマで研究を進めてきた。この結果、児童が自分の思考の特性を生かして自主的に問題解決に取り組むためには、自力解決の時間の確保や多様な解決ができる問題の工夫の必要性等についての知見を得た。

また、今後の課題には、教師がねらいとした望ましい知的変容が、必ずしもなされないことがあげられた。具体的には、多様な解決方法を練り上げる話し合い活動（比較・検討の段階[1]）の際に、自分の考えた方法に固執する傾向があり、このため、よりよい解決方法への変容が見られないことである。

ところで、平成元年度よりお茶大附属小学校の全体研究テーマが「個を生かす学習」から「自己を創造する」に変わった。

このため算数部では、「算数の授業を通して、知的変容する過程を『自己を創造する過程』ととらえる」ことにして、主に、比較・検討の段階を通して、知的変容するための条件について研究を進めることにした。

本稿の目的は、比較・検討の段階を経て児童が知的変容をする過程を、実際の授業を通して分析することにある。すなわち、自力解決した際の自分の解決方法を、比較・検討の段階を経て、どのように変容していったのかの思考の様相を追跡することが本稿のねらいである。

2　本実践で取り扱う学習問題と知的変容

(1) 本実践の学習問題

ただしさんは、まえから９ばんめ、うしろから３ばんめです。ただしさんのチームは、ぜんぶでなん人いるでしょう。

この問題を用いる理由は、二つある。

① 多様な解決ができる。

問題解決の指導において、しばしば取り上げられることのひとつに、提示した問題が「問題となりうる[2]」かどうかの吟味がある。

本稿のねらいは、知的変容のプロセスを分析することにあるので、取り扱う問題には、ある程度の困難さと多様さが必要である。

なぜならば、それぞれの児童が自分の思考の特性に応じて問題解決に取り組むためには、数学的に素朴な方法から高次な方法まで含めた多様な解決を保証しなければならない。[3]

このためには、提示する問題そのものが、誤答も含めて、多様な解決が可能なものでなければならない。

また、比較・検討の段階を通して、児童がより望ましい解決方法を探求しようとするためには、解決しようとする問題にある程度の困難さが必要である。

本学習問題は、後で述べるように、式表示に限っても、誤答として二通り、正答として三通りの解決方法が予想できるものである。

これが第一の理由である。

② 順序数の加（・減）法の問題解決過程の分析ができる。

小学校低学年で指導される加法の問題場面は、集合数の合併と増加の場面、それから順序数の加法の場面である。[4]

筆者の調べた限り、これまでの授業実践の先行研究のほとんどが前者であった。[5]

この場合、順序数の指導内容・方法等については、既に確立していることも考えられよう。そこで、現行の検定教科書六社を比較してみると次のようである。

第一学年だけで指導する教科書

（大日本図書）

第二学年だけで指導する教科書

（啓林館、学校図書、大阪書籍）

第一・二学年両方で指導する教科書

（東京書籍、教育出版）

また、逆にすべての教科書に共通する最も難しいと思われる問題は、順序数の加・減法を用いて重なりを処理する（本学習問題のタイプの）ものである。このため、前述した問題を用いて、児童の知的変容のプロセスを分析することによって、順序数の加・減法の問題解決過程の分析ができると考える。

これが第二の理由である。

(2) この問題の解決方法の階層

児童の知的変容を評価するためには、学習問題の解決方法に対する階層をあらかじめ設定しておく必要がある。

本稿では、次に述べるように解決方法の式表示によって階層を設定する。[6]

（１－１）　９＋１＋３＝13

前から９番目と、ただしさんの前に９人いることを混同している場合である。この考え方では、ただしさん本人が入ってないので１加えている。

（１－２）　９＋３＝12

前から９番目だから、９人。後ろから３番目だから、３人。全部でだから、たし算で12人。このように、問題文にある数値をそのま

ま加えた場合である。

（２－１）　９＋２＝11

後ろから３番目のただしさんの後ろには、あと２人いる。このため、９番目のただしさんまでに９人、その後ろに２人いるので加えて11人とした場合である。

（２－２）　８＋１＋２＝11

９番目のただしさんの前には８人、後ろから３番目のただしさんの後ろには２人いる。この解決方法は、順序数についての大切な考え方[7]「前からＮ番目の人の前には（Ｎ－１）人いる」を含んでいる。

（２－３）　９＋３－１＝11

前から９番目と後ろから３番目では、二回ただしさんを数えている。このため、１回分ひく。この方法のよさは、問題文にある数値を用いてできるかぎり解決しようとしている点である。

(3) 知的変容の分析の方法

本稿のねらいは、比較・検討の段階を経ての知的変容の分析にある。したがって、自力解決終了時の解決方法と、比較・検討終了時の解決方法とを比較する。このために、比較・検討の段階終了時に次の評価問題を行う。

ただしさんは、まえから12ばんめ、うしろから７ばんめです。ただしさんのチームは、ぜんぶでなん人いるでしょう。

問題の構造は、同じにして数値だけ大きくする。こうすることによって、前述した解決方法の階層がそのまま使え、比較・検討の段階を経ての知的変容が評価できると考えた。

また、分析するものは、授業でのプロトコールとそれぞれの児童のノート（消しゴムを使わないように指示）である。

さらに、この間の思考の様相（変容の契機）は、授業終了後（日程の関係で３日後）の学習感想[8]により分析する。

3　実際の授業の概要と児童の解決方法

(1) 実践授業

単元　　たしざんとひきざん２　第２時

日時　　平成２年２月23日（金）

対象　　お茶の水女子大学附属小学校

　　１年３組 37名（男児18名、女児19名）

指導者　　田端　輝彦

(2) 授業の概要と授業者の意図

① 問題の把握と自力解決の段階

問題把握を確実にするために、次のような場面を設定する。ある列の児童５人を前に出させ、この５人でひとつの綱引きチームをつくることを告げる。一列に並ばせ、それぞれの児童の位置を「前から◇番目、後ろから◆番目」と確認する。５人の児童すべてについて、これを行う。

ここで、問題を提示する。（ここまで５分）

ただしさんは、まえから９ばんめ、うしろから３ばんめです。ただしさんのチームは、ぜんぶでなん人いるでしょう。

図と式のどちらから先にやってもよいが、片方ができた人は、もう一方でも挑戦してみることを指示した後、自力解決（５分）をさせる。

② 比較・検討の段階

順序数は、その位置を図表示することによって集合数に置き換えられる。また、本時の学習問題は、かなりの誤答が予想されるので、おはじきを用いた図表示から発表させる。

はじめに、答えも図も間違っていたが、おはじきの図を以下のように色わけして工夫していた児童を指名する。

（注）○：赤、●：青、◎：黄（以下同じ）

最初の図　○○○○○○○○●◎◎◎

9　　3

指名した児童の説明の後、上の図において、●のただしが前から９番目にいることと、後ろから３番目にいることを確認したところ、◎が一個多いと他の児童が指摘する。そこで、下の図のように修正し、全員の人数を一斉に唱えて数えたところ、答えは11人になること

修正された図　○○○○○○○○●◎◎

9　　3

が確認される。最初の図を発表した児童の式は、９＋３＝12であったため、「C_{53}（図を変えたのだから、）式をかえなきゃだめだ。」との発言が多数ある。このため、式について意見のある児童三名を発表させる。（挙手した児童は、10名など）この際、それぞれの式となる理由を図を用いて説明させる。

（２－１）　９＋２＝11

○○○○○○○○●　◎◎

9（番目＝人）　2（人）

（２－２）　８＋１＋２＝11

○○○○○○○○　●　◎◎

8人　9番目（＝１人）　2人

（２－３）　９＋３－１＝11

3番目

○○○○○○○○●◎◎

9番目

（２－１）と（２－２）については、考え方の発表の後に質問がなかったが、（２－３）のひく１において「なんで、１ひくの」との発言（つぶやき）がある。これに対して、他の児童から、次のような説明がある。

○○○○○○○○●　●◎◎

9　　3

（上の図のように）ただしさんを入れて９人と、ただしさんを入れて３人だから、２回数えているただしさんをひく。（下の図のように操作しながら説明）

●◎◎

○○○○○○○○●

●

だから、図が下のようになる。

○○○○○○○○●◎◎

また、他の児童から、「C_{103} ここには、９番目って書いてあるから、９の中にただしさんがはいっていて、（中略）それで、３番目って書いてあるから、３の中にもただしさんが入っている。」「C_{105} だから、ただしさんをひくの。にせものをひくの。」等の発言がある。

このような話し合いの後、一番わかりやすい式は、どれかを聞いたところ、ほとんどの児童が（２－１）の９＋２であり、少数意見として（２－２）の８＋１＋２であった。

教師の意図としては、問題の構造がわかりやすい（２－３）へと変容してほしいとの願いがあったため、次のようにした。

場面把握をした際の５人の児童にもう一度前にでてきてもらい、それぞれの児童の位置を前からと後ろから唱える。直ちに、このチームの人数を聞く。それぞれの順序数を加えた後、１ひけばよいことに帰納的に気づかせる。このようにして、（２－３）の式がいつでも使えることを確認する。

③ 評価問題

式だけで解決することを指示した後、評価問題を提示する。できたものからノートを提出して授業終了する。（２～３分で全員提出）

ただしさんは、まえから12ばんめ、うしろから７ばんめです。ただしさんのチームは、ぜんぶでなん人いるでしょう。

④ 学習感想

本実践授業は、第51回の実際指導教育研究会の公開授業でおこなったものである。日程等の都合上、児童が学習感想を書いたのは、授業が行われた３日後である。

このためもあって、感想を書く際には、次のように三つのめあてを指示した。「先生と、みんなでどんな勉強をしましたか。それをお話して下さい。できたら、勉強しながらどんなことを思いましたか。その思ったことを書いてください。最後に、あの問題はちょっと間違えやすいところがありました。どこに気をつけると間違えないでできますか。その考え方をまとめてください。」（約20分）

(3) 変容の結果の分析

児童のノートを集計した結果、学級全体の変容は以下の通りである。

階　層	自力解決	計	評価問題	計
（１－１）	1	20	0	5
（１－２）	18		3	
（１－他）	1		2	
（２－他）	1	17	2	32
（２－１）	10		14	
（２－２）	3		0	
（２－３）	3		16	

注意　設定した階層以外の解決方法には、正答と誤答それぞれで他を設定した。

具体的には、（１－他）に入れたもので、自力解決のものは、８＋１＋３。評価問題のものは、12＋７－１＝17と、12＋８－１＝19。

（２－他）に入れたもので、自力解決のものは、図のみで式表示なし。評価問題に入れたものは、12＋７＝18。

この表から、自力解決終了時に誤答だった20人が評価問題では５人に減っていること、また、正答の児童が17人から32人に増えたことがわかる。したがって、学級全体としては、比較・検討の段階を経て知的変容した子どもが多かったと言えよう。

しかしながら、教師が意図した（２－３）への式表示の変容は、16人であった。これは、正答者の50％（学級全体の43％）にあたる。この原因を解明するために、式表示から見た変容の過程を階層ごとに集計してみると、次のページの表のようになる。

これからわかることは、自力解決で誤答だった（１－２）の18人のうち、６人が（２－３）へ変容したにもかかわらず、正答だった（２－１）の10人のうち、２人しか（２－３）へ変容していない。

以下の考察では、この式表示からみた知的変容の過程について、児童の学習感想をもとにさらに分析してみることにしよう。

(4) 式表示からみた知的変容の様相

まずはじめに、（１－２）→（２－１）に変容した児童の学習感想（以下省略はあっても、原文のまま）をみてみよう。

「こくばんのずをみて　ほんとうか　よくわかりました。そしたらじぶんが　まちかって　いました。ほんとうは11なのにまちがって12

階　層	自力	評価
(1－1)	1	
(1－2)		
(1－他)		
(2－他)		
(2－1)		
(2－2)		
(2－3)		1

階　層	自力	評価
(1－1)		0
(1－2)	18	3
(1－他)		2
(2－他)		2
(2－1)		5
(2－2)		0
(2－3)		6

階　層	自力	評価
(1－1)		
(1－2)		
(1－他)	1	
(2－他)		
(2－1)		1
(2－2)		
(2－3)		

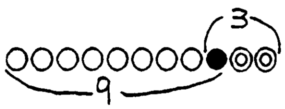
階　層	自力	評価
(1－1)		
(1－2)		
(1－他)		
(2－他)	1	
(2－1)		
(2－2)		
(2－3)		1

階　層	自力	評価
(1－1)		0
(1－2)		0
(1－他)		0
(2－他)		0
(2－1)	10	8
(2－2)		0
(2－3)		2

階　層	自力	評価
(1－1)		
(1－2)		
(1－他)		
(2－他)		
(2－1)		
(2－2)	3	
(2－3)		3

階　層	自力	評価
(1－1)		
(1－2)		
(1－他)		
(2－他)		
(2－1)		
(2－2)		
(2－3)	3	3

とかいてしまいました。ずをみて よくはかりました。そのずはこういうずです。



（N男子）」

自力解決の段階に正確な図を書くことができた児童｛（2－1）→（2－3）｝も、解決過程を振り返って、次のように書いている。

「わたしは さいしょに9＋3で 12だとおもって ずは、○○○○○○○○●●○○とかいてしまいました。でもおはじきで ずがあっているかと しらべたら11なので ずを11にかえて しきもそうしました。（S女子）」

このように、本時の問題を解決するためには、正確な図を書けることが第一である。

では、正確な図が書けたのに、式表示の上では変容の階層が異なるのはなぜだろうか。

まずはじめに、（1－2）→（2－1）の児童の感想では、「9ばんめのただしさんも 3ばんめのただしさんも おなじだから まえのただしさんをぬかして8 うしろのただしさんをぬかして2で 8と2をたして10 10と1人のただしさんをたして11とわかりました。（T女子）」と書いている。

また、同じ階層への変容だった（2－1）→（2－1）の児童は、「9ばんめの中にはただしさんがいます。3ばんめのなかにもただしさんがいます。だから どっちかのかずを一人へらします。（Y男子）」と書いている。このように、評価問題で（2－1）の階層に含まれる児童に共通していることは、正確な図の上で、重なりを解消するように解釈（念頭操作）している点である。

これに対して、（2－1）→（2－3）と（1－2）→（2－3）の児童に共通することは、9＋3で生じた重なりを図やおはじきの具体物を操作して解消しようとしている点である。

たとえば、前述した感想（S女子）の児童は、自力解決の段階でノートに図を書いた後、もう一度おはじきで確かめている。また、別の（2－1）→（2－3）の児童は、「まえから9ばんめで、うしろから3ばんめなので それをたすとただしさんが2人になってしまうので 1ひきました。（中略）ずは、もんだいがまえから9ばんめうしろから3ばんめなので まるを9こと あと3こだとおかしいので、かんがえたら、ただしさんは、まえから9ばんめ うしろから3ばんめなので ずは、○○○○○○○○●○○ こうかきました。　ただし　（N女子）」と言っている。

また、友達の考えを聞いて（1－2）→（2－3）に変容した児童は、自分との解決方法を比較しながら次のように書いている。

「ずはまちがえてしまいました。ほんとは9ばんめがただしさんだから そこだけいろをかえて、あとの8にんはちがうひとだから、またいろをかえて、3ばんめにもただしさんがはいってて、あとは またいろをかえて 2かい ただしさんがでてきちゃったから ただしさんを1り ぬいちゃって9＋3－1＝11すれば あうんだけど わたしは9＋3＝12になっちゃうからまちがえちゃったんだとおもった。（O女子）」

このように、はじめから重なりを念頭で操作できた児童には、「どちらからか、1ひけばよい」と考えて解決しているため、教師の意図した式表示に関心がいかなかったようである。これに対して、はじめに誤答した児童は、「なぜ9＋3ではまちがいなのだろう」という課題意識がはっきりしていたため、これを解消しようとして、具体物等の操作でひく1の根拠を探求していることがわかる。

これは、次の感想を読むとさらにはっきりする。すなわち、（1－2）→（2－3）に変容した二人の児童は、操作と問題文の文章や式と関係づけて知的変容している。

「まえから9ばんめ うしろから3ばんめだけがただしさんで、9ばんめのただしさんと3ばんめのただしさんはいしょだとおもう。（図：略）だから、おはじきをつかうといいとおもう。（M女子）」

「9　＋　3　－　1　＝　11
ただし　ただし　ただし　ただし（O男子）」

このように児童の知的変容の過程を分析した場合、教師の意図した式表示（2－3）への変容は、児童にとっては必要感のうすいものだったことがわかる。

4　まとめと今後の課題

本稿の目的は、比較・検討の段階を経て児童が知的変容する過程を、学習感想をもとに分析することであった。

この結果、次のことが明らかとなった。

本実践の学習感想でみる限り、正答へ至る過程は、自力解決の段階の結果によらないことがわかる。具体的には、順序数の問題場面においては、まず正確な図が書けること、つぎ、図ならびに図の操作に対応する式表示を考えることであった。これは、順序数の問題解決過程そのものであるとも言えよう。また、このことから、よく言われる「発問は、熟練の問題解決行動者が自らに問うようにすべきである。」ということを裏付ける結果となったとも考えられよう。

次に、自力解決の段階で（暫定的に）正答

した児童にとって、比較・検討の段階で知的変容するための課題の必要性が明らかになった。本実践授業に限って言えば、比較・検討の段階でもう少し、式表示を中心とした話し合いが必要であった。たとえば、三通り出された解決方法に共通していることは、重なりを解消するために、いずれかの段階で1ひくことであった。このことにもうすこし配慮すれば、9＋2と立式したときの2は、3－1として求めたはずであり、8＋1＋2と立式した場合も、（9－1）＋1＋（3－1）と考えているはずである。授業をしたときには、（　）を用いた式は、二学年の指導内容ということで意図的に避けたが、二段階の式や図と関係づけることで指導できたと考える。これは、児童の学習感想から十分言えることと思う。

なお、今後の課題としては、課題と課題の設定のしかたの具体例と、それに伴った知的変容の過程を分析することである。

参考文献ならびに注

1）お茶大附属小算数部では、次のようにとらえている。すなわち、比較・検討の段階とは、「自力解決した結果をもちよって、お互いの解決方法を理解し、それぞれの良さを認め、さらに統合的発展的に考察し合い、より望ましい解決方法を探求する場」詳しくは、お茶の水女子大学附属小学校児童教育研究会「第52回実際指導教育研究会 発表要項」を参照されたい。

2）例えば、「数学的な考え方と問題解決1 研究理論編」の中で、中島健三氏、古藤怜氏、平岡忠氏、伊藤説朗氏がそれぞれこの「問題」について考察している。詳しくは、中島健三編「数学的な考え方と問題解決1 研究理論編」　金子書房　1985　pp.1-75 を参照されたい。

3）ここで考える多様性は、個人内のこともあれば学級内の場合もある。本実践では、低学年ということもあり、後者の場合である。多様な解決をさせる指導のねらいについては、杉山吉茂：多様な解決をみんなで練り上げる指導　新しい算数研究　No.191　東洋館　1987　pp.2-5 を参照されたい。

4）文部省：小学校指導書算数編　1980　pp.45-46

5）日本数学教育学会誌、新しい算数研究の過去8年を調べた結果である。

実践報告では、次のものがある。

① 手島勝朗：「思考のトラブル」をもとめて　授業研究別冊　No.17　明治図書　1988　pp.5-10

② 中村享史：算数考える力をのばす教材　国土社　1991　pp.66-69

6）5）の①を中心に、子どもの反応を予想した。

7）順序数の問題の理論的考察については、次のものを参照されたい。

杉山吉茂：問題解決の評価　新しい算数研究　No.168　東洋館　1985　pp.2-5

8）中村享史：数学的な考え方を伸ばす学習感想のあり方－第4学年面積の指導を中心に－　日本数学教育学会誌　第71巻2号　1989　pp.14-21

（たばた　てるひこ
東京学芸大学附属高等学校大泉校舎
〒178　練馬区東大泉5-22-1）