

作図の一意性の指導に関する研究 —三角形の決定条件に焦点を当てて—

有國想 小林稜 長世諒 難波怜央 西村和也

要約

本研究の目的は、小学校第5学年の単元「図形の合同」における、三角形の決定条件に焦点を当てた、作図の一意性の指導を提案することである。作図の一意性を指導するための手立てとして、複写の問題と、連続的な変化への着目を挙げた。また、連続的な変化が「二辺対角」の解決において決定的な役割を果たしていることを指摘した。これらを踏まえ、複写の問題の解決において作図の一意性を指導する過程、連続的な変化を用いて「二辺対角」を考察する過程に焦点を当てた指導を提案した。

1 はじめに

小倉(1973)は「数学教育の核心は函数観念の養成にある」(p.112)と述べている。また、中島(2015)は、数学的な考え方の1つとして関数の考えを重視している。関数観念や関数の考えの背景には関数がある。関数とは集合間の一意対応のことであり、しばしば「きまればきまる」といわれるように、その本質には「決定」がある。したがって、関数観念あるいは関数の考えの養成にあたり、決定を指導することは重要である。

筆者らは、決定を指導するにあたり、図形の決定に着目した。決定を視覚的に捉えることができるため、決定の理解が容易になると考えたからである。また、図形が決定するという見方は、図形そのものの考察においても重要である(中島, 1968)。

図形の決定の指導を実現するためには、授業を想定した指導を提案する必要がある。しかし、授業を想定した図形の決定の指導を提案する研究は管見の限り見当たらない。

図形の決定に関連した内容の1つに三角

形の決定条件がある。三角形の決定条件は三角形を決定するための辺や角と位置関係に関する条件である。三角形が決定するかどうかは、条件の辺や角をもつ三角形が一意に作図できるかどうかで判断できる。すなわち、三角形の決定条件を題材としたとき、作図の一意性の指導を通して図形の決定を指導することができるのである。また、作図を通して視覚的なだけでなく操作的にも決定を扱うことができるため、決定の理解をより容易にすることができると考える。

では、作図の一意性の指導をどの学年で行えばよいだろうか。これを検討するために、決定と関連の深い算数・数学にみられる概念について考察する。

まず、「1つに」決まる、としばしば「1つに」が強調されるように、決定において

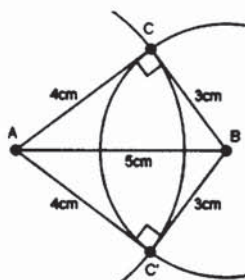


図 1.1 「三辺」の作図

は一意性が重要である。図形の決定において、一意性を保証するものは合同である。例えば、 $AB=5\text{cm}$ 、 $BC=3\text{cm}$ 、 $CA=4\text{cm}$ と

なる $\triangle ABC$ は、2つかける(図1.1)にもかわらず、一意に存在すると判断される。 $\triangle ABC$ と $\triangle ABC'$ を「同じ」とみなしているからである。

このように、図形の決定の背後には合同がある一方で、合同条件の背後には決定条件がある。「三辺」の大きさがそれぞれ等しい三角形が合同となるのは、「三辺」によって三角形が一意に決定するからである。その「三辺」をもつ三角形が1つしか存在しないために、それら2つの三角形は合同にならざるを得ないのである。

以上より、三角形の決定条件は図形の合同の後、かつ、合同条件の前に学習されるべきであると考ええる。また、作図の一意性を可能な限り早く学習することで、後の学習をより効果的に行うことができると考える。そこで、作図の一意性の指導を、子どもが初めて合同を学習する小学校第5学年の単元「図形の合同」において行うことを提案する。

したがって、本研究の目的は、小学校第5学年の単元「図形の合同」における、三角形の決定条件に焦点を当てた、作図の一意性の指導を提案することである。

2 作図の一意性に関する考察

2.1 図形の決定の概念規定

図形の決定という用語は多くの先行研究で用いられているが、その意味を述べている研究は少ない。図形の決定の意味を述べている研究として、中島(1968)と村岡(1969)が挙げられる。

中島(1968)は、図形の決定について、「図形の形と大きさが確定することを、図

形が「決定する」という」(p.139)、「一つの図形で、辺や角などの要素のうち、どれかがきまれば、その図形の形と大きさが確定する」(p.140)と述べている。すなわち、中島は、図形の決定を、要素を選んだときその要素によって図形が一意に定まることとして考えている。言い換えれば、中島の考える図形の決定は、要素から図形への一意対応である。

一方、村岡(1969)によれば、図形が決定するということは、一意に作図が可能であるということの意味する。しかし、例えば正七角形は、「一辺」によって作図はできなくても一意に定まる。この点において、村岡の図形の決定の意味づけには不備がある。

しかし、作図の一意性も与えられた要素から図形への一意対応という意味では、図形の決定の本質を捉えている。また、一意に定まるかどうかを「1つだけかける」かどうかで操作的かつ視覚的に判断できるために、小学校第5学年における図形の決定の意味として優れていると考えている。

以上を踏まえ、本研究では、図形の決定を要素から図形への一意対応として定義する。ただし、指導を提案するにあたっては、「要素を選べば対応する図形が一意に定まる」を「要素を選べば対応する図形が1つだけかける」で代替する。すなわち、作図の一意性として図形の決定を扱うこととする。

2.2 複写の問題への着目

作図の一意性の指導の手立てとして、現行の全ての教科書で扱われている次の問題に着

目した（例えば、藤井齊亮ら，2015，「新編新しい算数 5 年上」，p.71；図2.1）。

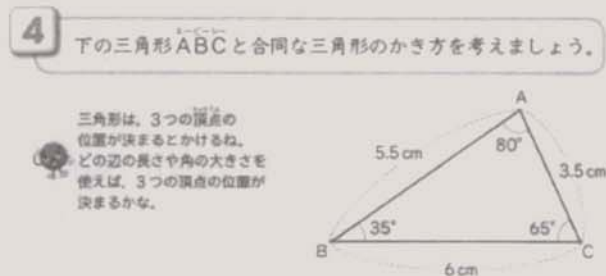


図 2.1 複写の問題

この問題は、与えられた三角形を構成する辺や角の 6 つの要素からいくつかの要素を選び、その三角形と合同な三角形を作図する問題である。すなわち、要素から三角形への対応に関する問題であり、その意味で作図の一意性に関連する問題である。以下、この問題を複写の問題と呼び、合同な三角形を作図することを複写するということとする。

複写の問題に対して、素直に作図の一意性を問う場合は「 $AB=3\text{cm}$ ， $BC=4\text{cm}$ ， $CA=5\text{cm}$ の $\triangle ABC$ は 1 つだけかけるか？」というように、要素の大きさや位置関係のみが提示され、 $\triangle ABC$ の図は与えられない。しかし、児童にとって、要素の大きさや位置関係のみの情報から $\triangle ABC$ を想像し、1 つだけかけるかどうかを判断することは困難だろう。

一方、複写の問題では、複写する $\triangle ABC$ の図が最初に与えられているため、児童が $\triangle ABC$ を想像する必要がなくなる。そして、2 つの三角形が「ぴったり重なる」ことが複写の根拠となる。つまり、複写できたかどうかを、三角形を重ねることで操作的に確かめることができる。このとき児童は「ずらす」、「まわす」、「ひっくり返す」ことで

2 つの三角形が「ぴったり重なる」かどうかを確かめる。小学校段階では位置や向きによらず 2 つの合同な図形の辺や角の対応がつけられることが大切である（文部科学省，2008）ため、指導においては、これらの図形の移動を通して児童の図形の合同に対する理解を深めることにも留意する。

また、複写の問題では、6 つの要素からいくつかの要素を選び三角形を複写しようとするために、その要素の最少数が自然に考察の対象となる。すなわち、自然に決定条件を考察の対象にすることができるという良さもある。

しかし、単に複写の問題を扱えば作図の一意性を扱うことができるというわけではない。なぜなら、複写の問題は与えられた三角形を複写することが目的であるため、三角形を一意に作図する必要はないからである。例えば、「二辺対角」（2 辺とその間にない角）では、三角形が 2 つ存在する、すなわち、一意に作図できない場合がある（図 2.2）。しかし、片方の三角形は与えられた三角形と「ぴったり重なる」、すなわち、複写できているため、与えられた三角形を複写するという目的は達成できてしまうのである。

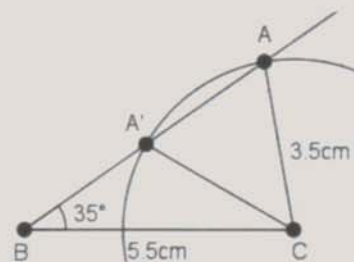


図 2.2 $BC=5.5\text{cm}$ ， $CA=3.5\text{cm}$ ， $\angle B=35^\circ$ の $\triangle ABC$

そこで、筆者らは複写の根拠として作図の一意性を扱う。複写の根拠として作図の一意性を扱えるのは、以下の理由からであ

る。例えば、3 辺を選べば三角形を複写することができる。この根拠は合同条件の「三辺相等」である。一方、合同条件の根拠には、決定条件がある。したがって、複写の根拠に合同条件があり、合同条件の根拠に決定条件があるため、複写の根拠として決定、すなわち、作図の一意性を扱えるのである。

そこで指導では、複写の根拠を「ぴったり重なる」から「1 つだけかける」と児童に捉え直させる。具体的には、まず、「ぴったり重なる」ことを根拠に、三角形が 3 要素で複写できていることを児童に確かめさせる。次に、2 要素では三角形が「いっぱいかける」ことに気づかせることで、児童はかける三角形の個数に着目し始めると考える。そして、3 要素では三角形が「1 つしかかけない」ことに気づかせることで、「1 つしかかけないならば複写できている」と児童は考えるだろう。これにより、児童は複写の根拠を「1 つだけかける」と捉え直すことができると考える。

2.3 図形の連続的な変化への着目

また、本研究では、児童に図形の決定のより深い理解を促すために図形の連続的な変化に着目する。

前田 (1979) は静的、個別的なユークリッド的図形観を打破し、図形的直観力を豊かに、確実にすることを目的として、動的、連続的図形観を導入することを提案している (p.49)。そして、連続的な変化を「図形が連続的に形や位置を変えていくこと」 (p.89) と定義し、連続的な変化を考察することの重要性を主張している。

そして、図形の決定に関連して、「決定ということは、条件が加わることによって、連続的な変化がしだいに自由度を失い止まる様子を考察するほうが、その意味がいつそうはつきりする。」 (p.91) と述べている。その例として、 $\triangle ABC$ の 2 辺 AB , BC の長さ BC の位置が決まっているとき、 $\angle B$ の変化に伴って $\triangle ABC$ が連続的に変化するが、 $\angle B$ を決めるとその変化が止まることを挙げている (図 2.3)。すなわち、辺や角などの新たな構成要素を条件として加えることで条件を満たす三角形が一つに定まる様子を考察することが、図形の決定の理解を助けると指摘している。

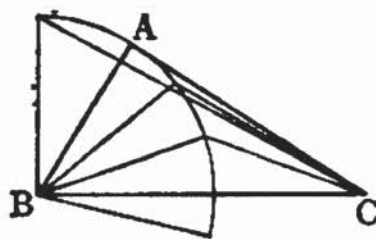


図 2.3 「二辺夾角」による $\triangle ABC$ の決定

(前田, 1979, p.92)

そこで、筆者らは、児童の図形の決定に対する理解がより深まることを期待し、図形の連続的な変化を指導に取り入れる。

また、前田 (1979) は、図形の連続的な変化が図形の相互関係の理解を助けるとも主張している。実際、清野 (2015) は、対角線に着目して連続的に変化させた図形の考察を通して四角形の相互関係の理解を図った指導方法を提案、実践し、一定の成果を上げている。よって、図形の相互関係の理解を助け、また、豊かで確実な図形的直観力を養成するという点からみても、ここで図形の連続的な変化を取り扱うことは有意義であると考えられる。

3 「二辺対角」に関する考察

本研究の目的は三角形の決定条件を題材とした指導を提案することである。周知の通り「三辺」、「二辺夾角」、「一辺両端」によって三角形は決定し、これらの要素の数はいずれも3つである。3つの要素の取り方には、他に「三角」、「二角対辺」（二角とその間にない辺）、「二辺対角」がある。三角形の決定条件を考える際は、これら3つの条件で三角形が決定するかどうかは当然問題となる。

「三角」では、3つの角の和が 180° であれば三角形は存在するが、相似な三角形が無限に存在するため、三角形は決定しない。「二角対辺」は、三角形の内角和が一定であるため「一辺両端」に帰着され、決定する。よって、「二辺対角」を除く5つの条件では、三角形が決定するかどうかは選ぶ要素の大きさに依存しない。一方、「二辺対角」では構成要素の選び方によって、三角形が決定するときと（図 3.1）、2つ存在するために決定しないときがある（図 3.2）。

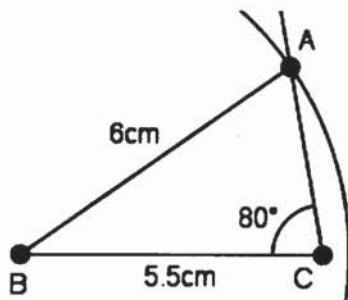


図 3.1 三角形が決定する場合

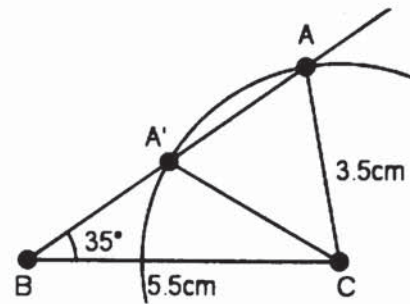


図 3.2 三角形が決定しない場合

（図 2.2 再掲）

では、「二辺対角」では、どのようなときに三角形が決定し、どのようなときに決定しないのだろうか。三角形の決定条件を考える際は、これも当然問題となる。

しかし、先行研究におけるこの問題の解決は不十分である。要素の大きさについて十分に場合分けできておらず、部分的な解決しか示されていないからである（例えば、前田，1979；村岡，1969；小原，2014）。また、それらの解決過程にどのような特徴があるのかといった考察もなされていない。

そこで本章では、筆者らによるこの問題の解決を示し、その考察を通して「二辺対角」とその解決の特徴を明らかにする。そして、それらの特徴を踏まえ、「二辺対角」の指導について論じる。

3.1 「二辺対角」の解決と特徴

3.1.1 筆者らによる「二辺対角」の解決

$\triangle ABC$ において、辺 BC 、辺 AC の大きさ（それぞれ a 、 b とする）、 $\angle A$ の大きさを選んだとき、それらをどのように選べば $\triangle ABC$ が決定するかを考えた。

筆者らはまず、辺 AC の位置と大きさ、 $\angle A$ の大きさを固定し、 a を連続的に変化させた。頂点 A を始点とする半直線（太線）と、頂点 C を中心とする半径 a の円（点線）

との交点が存在するかを考えたのである (図 3.3)。交点の数だけ三角形が存在することになる。

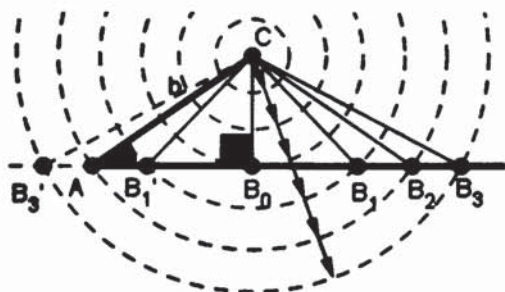


図 3.3 辺 AC, $\angle A$ を固定

図 3.3 より, $\triangle ABC$ は, $a < b \sin \angle A$ のときは存在せず, $a = b \sin \angle A$ のときは決定し (B_0), $b \sin \angle A < a < b$ のときは 2 つ存在し (B_1 と B_1'), $b \leq a$ のときは決定する (B_2, B_3) ことが分かった。これにより, $b \sin \angle A < a < b$ のときは B_1 と B_1' がどちらも A の「右側」にあるため 2 つ存在するが, $b < a$ のときは B_3' が A の「左側」に出てしまうため決定するということに気づいた。そして, $\angle A$ が鈍角のときは A の「右側」に B' をとれないことに気づいた (図 3.4)。よって, 図 3.3 は $\angle A$ が鋭角のときの図であることに気づき, 残りの直角の場合も考えた。



図 3.4 $\angle A \geq 90^\circ$ の場合

以上を考察し, その結果を整理したものが表 3.1 である。なお, 表中の数は存在する $\triangle ABC$ の個数を表している。

表 3.1 「二辺対角」の考察結果

a \ $\angle A$	$\angle A < 90^\circ$	$90^\circ \leq \angle A$
$a < b \sin \angle A$	0	0
$a = b \sin \angle A$	1	0
$b \sin \angle A < a < b$	2	0
$b \leq a$	1	1

また, a と $\angle A$, a と b を固定し, それぞれ b と $\angle A$ を連続的に変化させる場合も考えた。紙面の都合上詳細は割愛するが, それぞれ順に図 3.5, 図 3.6 のようになる。

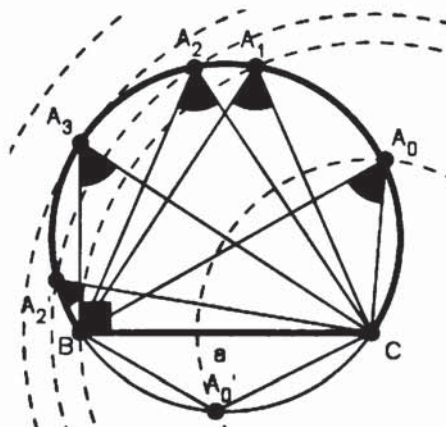


図 3.5 辺 BC, $\angle A$ を固定

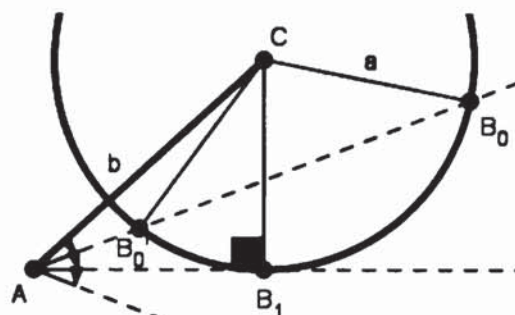


図 3.6 辺 AC, 辺 BC を固定

3.1.2 「二辺対角」の特徴

本章冒頭で述べたように, 「二辺対角」は他の 5 つの場合と異なり, 選ぶ要素によって三角形が決定することもあるがそうでないこともある。実際, 対角が鋭角かどうかで決定の様相が異なる。鋭角でないときは, 選ばれた要素に対応する三角形が存在するならばその三角形に必ず決定するが, 鋭角

のときは、決定するかどうかは2辺の大きさに依存しているのである。

ところで、筆者らによる解決は全て、2要素を固定して残り1要素を連続的に変化させていた。1要素を連続的に変化させたがために、 $\triangle ABC$ が決定するかどうかは $a = b \sin \angle A$, b を境界として変わること気づくことができた。2要素を固定したとしても、残り1要素を連続的にではなく思いつくままに変化させるならば、これら2つの境界を特定することは困難だっただろう。「二辺対角」では決定するかどうかは2辺の大きさに依存するために、連続的に変化させることが解決において決定的な役割を果たしていたのである。

連続的な変化によって問題を解決することができるということを経験することで、児童は連続的な変化のよさを感じ得ると考える。すなわち、「二辺対角」は連続的な変化のよさを感じ得しうという点において優れていると考える。

よって本研究では、「二辺対角」について考える過程で児童に連続的な変化を経験させることも意図した指導を提案する。ただし、どのようなときに決定するかを完全に解決することは小学校5年生には困難であると考え。よって、連続的な変化が決定的な役割を果たす「対角が鋭角のとき、三角形が決定するかは2辺の大小関係に依存する」のみを取り扱う。

3.2 複写の問題で用いる三角形

本研究では、図3.7の複写の問題を用いた指導を提案する。複写の対象とする三角形は現行の東京書籍の教科書の複写の問題

で用いられている三角形（藤井斉亮ら，2015，「新編 新しい算数 5年上」，p.71；図2.1）と合同な三角形である。

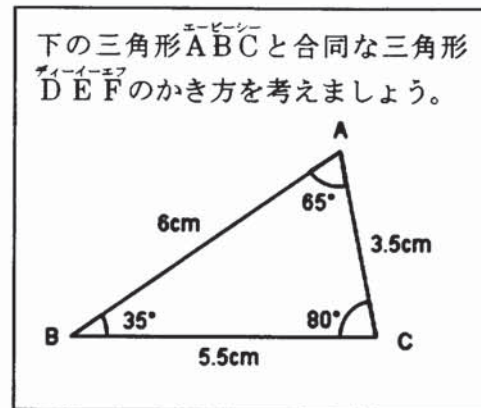


図3.7 取り扱う複写の問題

この三角形を用いる理由は、この三角形が鋭角三角形であり、辺や角の大きさの数値がきれいな値だからである。鋭角三角形を扱うことで、児童の思考が「対角が鋭角のとき」に制限されると考える。

ところで、本研究では、東京書籍で用いられている三角形と合同な三角形を用いるが、5.5cmが下の辺になるように設置した。その背景には、多くの子どもが以下のように「二辺対角」の複写を行うという、筆者らの予想がある。

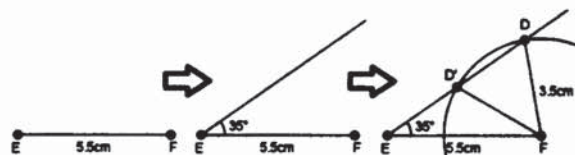


図3.8 「二辺対角」の複写過程

児童はまず下の辺をかく。次に、かかれた辺の両端のどちらかの角を測り、半直線をかく。最後に、2辺目の長さを測って円をかき、半直線と円の交点を最後の頂点とする（図3.8）。2つ目と3つ目の操作の順番については、他の辺を測って円をかいてもその辺の「位置」は定まらないが、角を測って半直線をかくならばその半直線上に

2 つ目の辺の「位置」が定まるため、より「安定」した場合である両端角の一方の角の測定を児童は先に行うと考えた。

この手順で複写したとき、 $5.5\text{cm} < 6\text{cm}$ より三角形が1つだけかける場合と(図 3.1)、 $3.5\text{cm} < 5.5\text{cm}$ より三角形が2つかける場合がある(図 3.2)。つまり、 5.5cm を下の辺とすることで、2つの相反する結論が生じ、「二辺対角」ではどのようなときに三角形が1つだけかけるのかが自然に考察の対象になると考えたのである。

ただし、ただ複写するだけでよいならば、これは考察の対象となりえない。一意に作図できていないが複写されているからである(図 3.8 の $\triangle DEF$)。決定を学習の対象とするからこそ「二辺対角」の決定の様相が考察の対象となりえ、それにより、連続的考察のよさが感得されうるのである。

4 指導の提案

4.1 仮定される既習事項

現行の教科書での単元「図形の合同」の流れは、6 社ともほとんど共通している。その流れは、大まかには以下の通りである。

- ①ぴったり重なるという経験から「合同」の概念を形成し、その定義をおさえる。
(図形への着目)
- ②対応する頂点、辺、角の意味をおさえ、対応する辺の長さや角の大きさが等しいことをおさえる。(構成要素への着目)
- ③既習の四角形を対角線により2つの三角形に分け、その2つの三角形が「合同」であるかどうか調べる。
- ④合同な三角形のかき方を考える。(複写)
- ⑤合同な四角形のかき方を考える。(複写)

先述のように、筆者らは、合同を指導した後に作図の一意性を指導するのがよいと考えている。また、作図の一意性を指導するための手立てとして、複写の問題を扱うことを想定している。よって、①から③を既習事項と仮定し、④における指導を提案する。

4.2 指導の流れ

以上を踏まえ、問いごとに場面を区切り、指導を提案する。

(I) 3 要素への着目

まず、3.2 で述べた複写の問題を提示する。この問いに対して、「三辺」「二辺夾角」「一辺両端」、あるいは4つ以上の要素を選んで三角形を複写する児童がいると考える。ここで、複写に必要な構成要素の最少数を問うことで、三角形を3要素で複写できるということを児童に意識させる。

この際、複写した三角形を移動させ、与えられた三角形に重ね合わせさせる。そして、「ぴったり重なる」ことを根拠にそれらが合同であることを確かめさせる。

(II) 2 要素についての考察

次に、「2要素では本当に三角形をかき写すことができないのか」を問う。すると、児童は「二辺」「一辺一角」「二角」を選ぶと考える。そして、2要素をもとにかいた三角形を与えられた三角形に重ね合わせることによって、その2つの三角形が合同ではないことが分かり、2要素では複写できないことに児童は気づくと考えられる。

この際、児童が自発的に三角形を連続的に変化させることは困難であると考えられる。そこで、教師が介入し、図形の2要素を固

定し、頂点を連続的に変化させていくことで、児童に連続的に変化する三角形を捉えさせる（例えば図 4.1）。これによって、複写できない理由は、三角形が「いっぱいかける」からであると児童は気づくと考えられる。

以上の活動を通して、児童は「いっぱいかけるからかき写せない」とかける三角形の個数に着目し始めると考える。

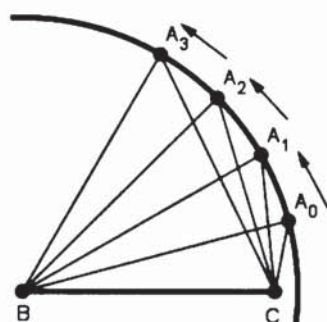


図 4.1 2 要素 (BC, BA) を固定して頂点を連続的に変化させる場合 (「二辺」の場合)

(Ⅲ)3 要素についての再考察

次に、「最初に出た 3 つのかき方では、2 要素のときのように三角形がいっぱいかけないのか」を問う。すると、児童は最初に出た 3 つのかき方では、三角形が 1 つしかかけないことに気づくと考えられる。児童は、(Ⅰ)で「ぴったり重なる」ことから、この 3 つのかき方で三角形を複写することができることを確かめている。ゆえに、児童は複写の根拠を「1 つだけかける」と捉え直すことができると考える。

(Ⅳ)2 要素と 3 要素を関係づける

次に、2.3 で述べたように、児童に連続的な変化を考察させる。ただし、2.3 で挙げた前田 (1979) の例のように、2 要素に 1 要素を加えて三角形の動きを止める活動は行わない。なぜなら、要素の加え方によっては、筆者らが想定している「二辺対角」の比較 (図 4.2 と図 4.3 の比較) ができな

くになってしまうからである。例えば、5.5cm, 6cm の「二辺」に対角を加えるとき、図 4.2 と図 4.4 が比較されるだろう。図 4.2 と図 4.4 を比較したとき、対角が比較の対象となってしまう、二辺の大小関係に焦点が当たりづらくなってしまうと考える。

そこで、図 4.1 のような図形の 2 要素を固定した図 (「二辺」「一辺一角」「二角」の 3 つの場合の図) と、「三辺」「二辺夾角」「一辺両端」の図を児童に比較させ、要素を加える位置を制限する。

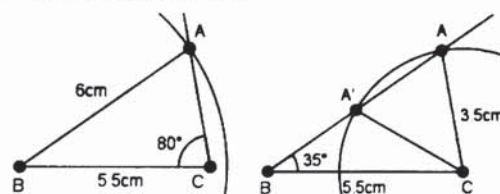


図 4.2 (図 3.1 再掲) 図 4.3 (図 2.2 再掲)

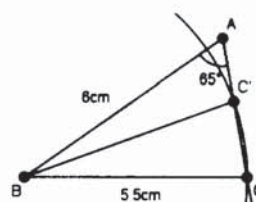


図 4.4 $BC=5.5\text{cm}$, $AB=6\text{cm}$, $\angle A=65^\circ$ の $\triangle ABC$

児童は図の比較を通して、2 要素に 1 要素を加えることによって、三角形を「1 つだけかける」ようにすることができることに気づくと考えられる。また、2 要素に 1 要素を加えた計 3 要素は「三辺」「二辺夾角」「一辺両端」のいずれかであることに気づくと考えられる。このときも、教師が介入し、図形の 2 要素を固定し、残りの 1 要素を連続的に変化させていくことで、児童に三角形の連続的な変化を捉えさせる。そして、その 1 要素を決めることで、三角形の変化が止まる様子を見せる (例えば図 4.5)。これによって、2.3 で述べたように、児童の図形の決定に対する理解がより深まることを期

待する。

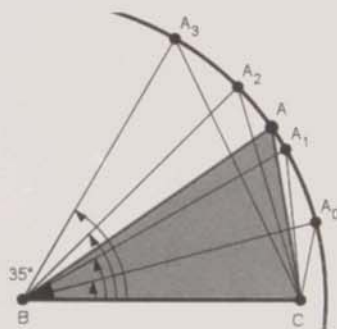


図 4.5 2 要素 (BC, BA) を固定し、残りの 1 要素 ($\angle B$) を連続的に変化させる場合 (V)他の 3 要素についての考察

次に、「三角形が 1 つだけかける 3 要素の取り方は他にないか」を問う。すると、児童は「三角」「二角対辺」「二辺対角」について考察すると考える。しかし、「三角」は三角形が「いっぱいかける」こと、「二角対辺」は「一辺両端」に帰着できることに児童はすぐに気づくと考える。それに対し、「二辺対角」では、児童は複写の根拠を「1 つだけかける」と捉え直しているため、図 4.3 と図 4.4 が児童から出された後、「二辺対角」では、どのようなときに三角形が 1 つだけかけるのか」が議論の対象となると考えられる。こうして、「二辺対角」の考察に移行していく。

(VI) 飛び出すことへの着目

次に、「なぜ三角形が 1 つだけかけるときと 2 つかけるときがあるのか」を問う。児童は、図 4.3 と図 4.4 を作図する過程で、円が半直線を飛び出さない場合と飛び出す場合を経験している。その経験から、円が半直線を飛び出さないときには三角形が 2 つかけ、飛び出すときには三角形が 1 つだけかけることに気づくだろう。

(VII) 2 辺の大小関係への着目

三角形が 1 つだけかけるかどうか、円

が半直線を飛び出すかどうかには依存することに気づかせた後、「どのようなときに飛び出し、どのようなときに飛び出さないのか」を問う。児童は、図 4.3 と図 4.4 より、2 辺の大小関係に着目すると考える。そして、初めにかかれた辺 (5.5cm) より円の半径 (3.5cm) が小さいときには飛び出さず、円の半径 (6cm) が大きいときには飛び出すことに気づくだろう。もし児童が 2 辺の大小関係に着目できないようであれば、着目させるためのデータとして、初めに辺 AB, AC をかいた場合についても考えさせる。

(VIII) AC の長さの連続的な変化

かける三角形の数が 2 辺の大小関係に依存することは、少数の例を基に推測されたことであるため、その依存はまだ確信されないだろう。そこで、「AC の長さを 4cm, 4.5cm としたときはどうなるか」を問う。児童は (II) と (IV) において図形を連続的に変化するものとして捉えてきた。よって、AC の長さが 3.5cm, 4cm, 4.5cm と 0.5cm ずつ増えていることから、さらに AC の長さを 5cm, 5.5cm, 6cm と連続的に変化させていくと、筆者らは期待する (図 4.6)。

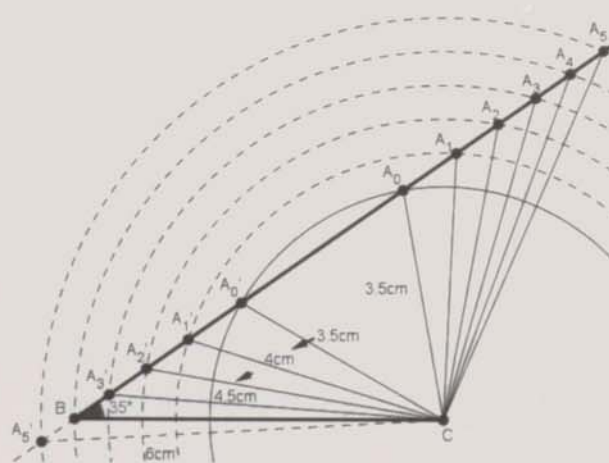


図 4.6 AC の長さを変えたときの $\triangle ABC$ の変化

図 4.6 から、児童は、AC の長さが 5.5cm

のときを境界として、かける三角形の数が異なることを確信するだろう。すなわち、三角形が、 $AC < 5.5\text{cm}$ のときは2つかけ、 $AC \geq 5.5\text{cm}$ のときは1つだけかけることを確信するだろう。連続的な変化によって、三角形の数が2辺の大小関係に依存することが確信でき、その境界を特定することができたため、児童は連続的な変化のよさを感じることができると考える。

(IX) 授業のまとめ

「三辺」「二辺夾角」「一辺両端」ではいつでも三角形が1つだけかけ、「二辺対角」では、1つだけかけるときも2つかけるときもあるということをまとめる。

5 まとめと今後の課題

本研究の目的は、小学校第5学年の単元「図形の合同」における、三角形の決定条件に焦点を当てた、作図の一意性の指導を提案することであった。

そこで、作図の一意性と「二辺対角」に関する考察を行った。複写の問題が作図の一意性を指導する上で効果的であること、及び、「二辺対角」の解決においては連続的な変化が決定的であることを指摘した。

以上を踏まえ、複写の問題を用い、三角形の決定条件に焦点を当てた指導を提案した。特に、複写の問題の解決において児童に作図の一意性を指導する過程、連続的な変化を用いて「二辺対角」を考察する過程に焦点を当てた。

しかし、本提案を実践することはできていない。より考察を重ね、実践を行い、その分析を行うことが今後の課題である。

引用・参考文献

- 藤井斉亮ら (2015), 「新編 新しい算数 5 上」, 東京書籍
- 藤井斉亮ら (2015), 「新編 新しい算数 5 上 教師用指導書 指導編」, 東京書籍
- 前田隆一(1961), 『算数教育論—図形指導を中心として—』, 金子書房
- 文部科学省 (2008), 「小学校学習指導要領 解説 算数編」, 東洋館出版社
- 村岡武彦 (1969), 「第4章 図形の構成により性質を理解させる指導」, 川口延他編集, 『算数教育現代化全書 5 図形』, 金子書房, pp.145-166
- 中島健三 (1968), 『小学校新教育課程講座』, 帝国地方行政学会
- 中島健三 (2015), 『復刻版 算数・数学教育と数学的な考え方 その進展のための考察』, 東洋館出版社
- 小原豊 (2014), 「多様な考えを活かし練り合う開かれた問題解決授業の展開」, 日本数学教育学会誌, 96 (7), pp.28-31
- 小倉金之助 (1973), 『数学教育の根本問題 小倉金之助著作集 4』, 勁草書房
- 清野佳子 (2015), 「対角線に注目した四角形の連続変形による図形指導の改善」 日本数学教育学会誌, 数学教育学論究 (臨時増刊), pp.113-120

(ありくに そう, こばやし りょう,
ながせ りょう, なんば れお,
にしむら かずや

東京学芸大学大学院教育学部研究科
修士課程 数学教育専攻

〒184-8501 小金井市貫井北町 4-1-1)