主体的に「数学する」児童・生徒を育む授業に関する研究（2年次）

―「主体的に数学する」児童・生徒を育む授業における発問や教師の手立ての検証 ―

永山　香織[2)]（代表者）

鈴木　　誠[3)]　矢嶋　昭雄[1)]　稲垣　悦子[2)]　越後　佳宏[2)]　栗田辰一朗[2)]　田原理恵子[5)]　守屋　友紀[6)]

傍士　輝彦[3)]　峰野　宏祐[3)]　岡田　春彦[5)]　蓮沼　喜春[8)]　青山久美子[4)]　井上　哲明[4)]　大谷　　晋[4)]

指田　昭樹[4)]　佐藤　亮太[4)]　菅原　幹雄[4)]　田中満城子[4)]　野島　淳司[4)]　吉岡　雄一[4)]

1）東京学芸大学教育実践研究支援センター

2）東京学芸大学附属世田谷小学校

3）東京学芸大学附属世田谷中学校

4）東京学芸大学附属高等学校

5）品川区立源氏前小学校

6）港区立芝浦小学校

7）文京区立第六中学校

8）荒川区教育委員会

目　　次

主体的に「数学する」児童・生徒を育む授業に関する研究（2年次）

― 「主体的に数学する」児童・生徒を育む授業における発問や教師の手立ての検証 ―

永山　香織[2]（代表者）

鈴木　　誠[3]　矢嶋　昭雄[1]　稲垣　悦子[2]　越後　佳宏[2]　栗田辰一朗[2]　田原理恵子[5]　守屋　友紀[6]

傍士　輝彦[3]　峰野　宏祐[3]　岡田　春彦[5]　蓮沼　喜春[8]　青山久美子[4]　井上　哲明[4]　大谷　　晋[4]

指田　昭樹[4]　佐藤　亮太[4]　菅原　幹雄[4]　田中満城子[4]　野島　淳司[4]　吉岡　雄一[4]

1）東京学芸大学教育実践研究支援センター

2）東京学芸大学附属世田谷小学校

3）東京学芸大学附属世田谷中学校

4）東京学芸大学附属高等学校

5）品川区立源氏前小学校

6）港区立芝浦小学校

7）文京区立第六中学校

8）荒川区教育委員会

1．研究の背景・目的

1．1．研究の背景

世田谷地区算数・数学部は，平成22年度～平成24年度の三年間，「算数・数学的活動を促す教材開発と指導法に関する研究」，平成25年度～平成27年度の三年間，「数学を見いだす活動を促す指導に関する研究」をプロジェクト研究として取り組んできた。最初の三年間の研究においては「児童・生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営み」である算数・数学的活動を促すような新たな教材の開発を行い，それぞれの学校種の授業改善のために，その課題や指導に内在する条件について実践授業を通じて具体的に示してきた。その後の三年間の研究においては，平成20年度改訂の中学校数学科で整理された数学的活動のカテゴリーの一つである「数学を見いだす活動」に焦点を当て，授業づくりを行い，小・中・高における「数学を見いだす活動」の共通点と相違点について研究し，カリキュラムの検討をしてきた。「数学を見いだす活動」に焦点を当てたのは，PISA や TIMSS などの近年の国際比較調査から，日本の児童は数学の成績はよいが，数学が好きではなく，数学を公式の集まりとみており，解き方を覚えるものだと考えている学習観をもっているという傾向を日本の児童の情意面の課題と考え，「数学は自分たちでつくることができる」という意識へと変化させる一助となるような授業改善について研究するためであった。過去六年間の研究については，研究の成果を各学校で実施された現職研修で公開し，学会発表をし，さらに教員養成の指導にも生かしてきた。日本の児童が「数学は自分たちでつくることができる」という意識を育むことができるために，またそのような教員を養成していくために，これまでの研究に続く研究として本研究を位置づける。

平成26年11月20日の中央教育審議会の「初等中等教育における教育課程の基準等のあり方について（諮問）」において，「ある事柄に関する知識の伝達だけに偏らず，学ぶことと社会のつながりをより意識した教育を行い，児童がそうした教育のプロセスを通じて，基礎的な知識・技能を習得するとともに，実社会や実生活の中でそれらを活用しながら，自ら課題を発見し，その解決に向けて主体的・協働的に探求し，学びの成果などを表現し，

更に実践に生かしていけるようにすることが重要である」という認識が示された。その際,「何を教えるか」という知識の質や量の改善はもちろんのこと,「どのように学ぶか」など6つの枠組みが示され，学びの質や深まりを重視することが必要であり，そのための指導の方法の具体例として「いわゆるアクティブ・ラーニング」(課題の発見と解決に向けて主体的・協働的に学ぶ学習）が取り上げられた。この諮問を受けて，平成27年８月26日に発表された「教育課程企画特別部会の論点整理」の「算数，数学」においては，算数・数学の良さを認識し，学ぶ楽しさや意義を実感できるよう，小・中・高を通じて育成すべき資質・能力を，三つの柱に沿って明確化し，各学校段階を通じて，実社会との関わりを意識した算数的活動・数学的活動の充実等を図っていくことが求められている。さらに，算数・数学的活動の定義は「児童・生徒が主体的に活動する算数・数学に関わりのある活動」であったが，平成28年８月26日教育課程部会の「算数・数学グループの審議の取りまとめ」においては,「『事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決し，解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程』といった数学的に問題解決する過程を遂行すること」を数学的活動と再定義された。この「数学的に問題解決する過程」を重視した授業こそ，本研究の「数学する」児童・生徒を育成することを可能にする。また,「自立的，協働的」で表されるように「自分で」行う活動や「みんなで」行う活動にどちらも主体的に自分事として取り組める児童・生徒を育成することをねらっている。

そのためには，これまでも実践されてきた算数的活動・数学的活動を通した学習を振り返り教材研究をすることや，学びの質や深まりを児童・生徒の活動や記述や態度の変容を長期的に評価することを通して検証することが必要になる。そのような検証を通して最終的には教師主導ではなく，算数・数学の学習活動を主体的に進めていくことができるような児童・生徒を育成するための学習をどう展開していくのかを研究する必要がある。平成29年６月に発表された『小学校学習指導要領解説算数編』においては，これまで別々の名称であった算数的活動と数学的活動を数学的活動と改め,「数学的活動とは，事象を数理的に捉えて，算数の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決する過程を遂行することである。(p.23)」と再定義され「数学的活動においては，単に問題を解決することのみならず，問題解決の結果や過程を振り返って，得られた結果を捉え直したり，新たな問題を見いだしたりして，統合的・発展的に考察を進めていくことが大切である。」とある。新たな数学的活動の定義は問題発見や問題解決の過程そのものであり，世田谷地区算数・数学部が研究してきた「主体的に『数学する』児童・生徒を育む」とは，教師の手を離れ数学的活動をする児童・生徒をどう育成していくかの研究であると言い換えることができる。日本では，算数・数学の授業は，一般的に問題解決型で進んでいる。「数学する」児童・生徒を育てるためには問題解決だけでなく，問題設定することを児童・生徒に委ねることを計画に入れた学習を展開していく必要がある。これまでの「算数・数学的活動を促す教材開発と指導法に関する研究」,「数学を見いだす活動を促す指導に関する研究」の成果を生かし，児童・生徒がより主体的に数学の問題を設定し，解決し，実社会の問題に生かしていく姿を育成することを目指して，本プロジェクトは,「主体的に『数学する』児童・生徒を育む授業に関する研究」を進めている。

１．２．研究の目的

児童・生徒が主体的に算数・数学を学び，学びの質を深めていくためには，長期的な指導が必要となる。本プロジェクトでは，各学校種において，単元を通して，年間を通して「主体的に数学する」児童・生徒を育成する授業について研究を進め，さらに小・中・高でそれぞれの研究について互いに深く理解し，各学校段階を通じての研究が求められていると考える。

本研究の目的は，以下の３点である。

(1)「主体的に数学する」児童・生徒を育む授業をつくるための教材開発を行い，授業の実践と理論，児童・生徒の数学的活　動の分析を通して，成果を蓄積すること。

(2) 実践された授業から「主体的に数学する」児童・生徒を育む授業における発問や教師の手立てを明らかにすること。

(3) 研究を通して得られた知見を，各附属学校で行っている現職研修セミナーや学会発表，教育実習の機会を通して，現職教員研修や教員養成に資すること。

2年次は，1年次の教材開発の成果を生かし，目的（2）の発問や教師の手立てを明らかにし，授業実践を行って焦点を当てて研究を進める。そして，目的（3）の研究の成果を各附属学校で行っている現職研修セミナーでの現職教員研修や学会にて発表する。また，教育実践センターの教育実習部門と連携を取り，各校で行われる教育実習での指導に生かしていく。

２．研究の経過・方法

２．１．研究の経過　平成28年度（一年次）教材開発に焦点を当てて

平成28年度は，主に「目的1」に焦点を当て，児童・生徒が「主体的に数学する」ための教材開発を焦点に当てて研究を進めた。まずは，「主体的に数学する」児童・生徒を育むために，これまでにどのような研究がされてきたのか，先行研究を整理し，教材開発や授業の展開計画に生かした。次に，開発された教材は，各学校の授業研究会などの機会を生かし，授業実践をし，検討した。さらに授業を振り返り，分析し，児童・生徒が行った学習活動，発言，記述（ノート・レポート等）を収集し，児童・生徒の主体性を評価し，その成果を蓄積するようにした。各学校で実践された授業実践の振り返りを，毎月の附属研究会で議論し，「主体的に数学する」児童・生徒を育む授業における教材のあり方や指導計画の立て方，重要な発問など，教師の手立てについての仮説を立てた。

小学校の実践では，児童が図やきまりを活用できない原因は，図をつくる経験やつくったきまりを活用する経験が不足していることにあると考え，図をつくったり，きまりを発見して活用したりする学習の授業を実践した。第2学年の「たし算・ひき算」の単元では逆思考の場面を扱い，場面を把握し，立式するためには数量関係を表すテープ図のような図が有効に働く。しかし，教師がテープ図を与えてしまうのではなく，児童にとって使える図である素朴な絵やブロックを用いて立式の根拠を説明させることから始めた。公式やきまりを学習するとき，自分たちで見つけ，導き出し，一般化していく過程が大事にされている。そうすることで意味がわかり，活用できるようになる。図も同じようにつくっていく過程で，数量関係を表す図のよさに気付き，つくった図が使える図，他の時にも生きて働く図になるのだと考えた。そして素朴な絵や図から，話し合って変えたり付け足したりしながら，数量関係を表す図をつくりあげていく授業を構想した。実践では，児童が立式の根拠として，問題文や，場面を表す式をよりどころにしていて，なかなか図や絵をかかない姿があった。教師が意識的に，考えていることをブロックで表したりや絵にかく経験を設定することが必要になった。また，絵やブロック図など児童にとって既習の図からテープ図に移行するときに，既習の図に数やその数の意味を書き込んで，その数と数の意味を表した文字はそのままにする手立てをとった。テープ図を初めて見た児童が「新しい図」ととらえるのではなくて，知っている図の一部が変わったととらえられるようにするための手立てである。このように児童なりの分かりやすい図とテープ図と往還しながら，数量関係を表す図へしていくことが大切であるという知見を得た。

第4学年の「2桁でわるわり算」の実践では，単元計画を工夫し，導入でわり算のきまりを学習する計画にした。一般的に，「わり算のきまり」を発見する活動は単元の最後に行われることが多い。しかし，その後の小数や分数のわり算の学習でそのきまりを活用して問題解決に生かすまでには至っていない。そこで，2けたでわるわり算の学習の導入段階で，それまで学習してきたわり算をもとに商一定のわり算のきまりを発見し，それをもとにして未習の2けたでわるわり算を発見し，わり算のきまりを活用できることを実感して，学習を進めていくことでわり算のきまりの有用性に気づかせ，その後も活用していこうとする態度を身につけさせようと考えた。

実践では，既習のわり算を振り返り，教師が適切な問いかけをすることにより，わり算の商一定のきまりを児童が主体的に発見する姿をみることができた。また，発見したきまりが本当に正しいのかどうか不安を持っている児童の姿も見ることができた。このことは，「本当に正しいのか？」という次の課題につながり，「主体的に数学する」児童・生徒を育む授業づくりの一つの示唆となる姿と考える。

中学校では，振り返る活動を重視し，新たな発見をしたり，証明の必要性に気づいたり，既習事項を総括して問題解決を行う授業が実践された。1つ目の実践では，帰納的に命題をつくらせ，ふり返る活動から教科書等で中学校3年「因数分解」の利用場面で，計算の工夫の1つとして取り上げられる方法に見出す展開が構想された。2つ目の実践では，小学校での既習事項であり，生徒たちにとって証明する必要性が薄いと感じる点が問題である「三角形の内角の和が180°になる」ことについて，小学校の学習をふり返り，本当に180°と言ってもよいかを検討する場面を設定した。3つ目の実践は，中学校3年の「円」と「相似」を統合的に利用する問題解決である。解決に苦労するだけでなく，「明快な解法」を自ら発見すること，或いはそれを周囲から学ぶこと，自分とは異なる解法或いは更に美しい数学に触れることを構想した教材である。

高等学校では「主体的に数学する」生徒がもつべき力の一つとして，「課題を発見する力」に焦点をあて，その育成を目指した授業実践を行った。また，現実世界の事象と数学のつながりについて授業で扱うことが生徒の「主体的に数学する」態度を育む方策の一つになると考え実践がなされた。高等学校では，コンピュータを問題解決の道具として用いている。

小・中・高で教材開発を行い，実践を通して明らかになったことは，数学をつくることから始め，「主体的に数学する」児童・生徒を育成するには，一時間の授業だけを考えていては不十分であるということである。単元を通して，さらに単元をまたいで，長期的な目で生徒の主体性を育成していかなければならない。また，生徒の主体性の育成に焦点を当てると同時に，それを適切に評価することの重要性を改めて認識した。児童・生徒が主体的に活動しているところを適切に評価し共有することが，個々の児童・生徒の主体性を高めることに寄与すると考える。

２．２．研究の方法　<u>平成29年度（二年次）「主体的に数学する」児童・生徒を育む授業における発問や教師の手立ての検証</u>

平成29年度は，主に「目的2」を焦点に当て研究を進めた。一年次に得られた「主体的に『数学する』児童・生徒の育成」のためには，1時間の授業の研究では不十分であり，単元もしくは長期的な視点をもった教材を提案することが欠かせない。そこで，単元もしくは長期的な視点をもった教材を提案し，その際の発問や教師の手立てについて明確にし，授業実践を通して検証することとする。それを各附属学校内外で行っている現職研修セミナーでの現職教員研修や学会にて発表したり，公立で実践していただき意見をいただいたりするようにする。また，教育実践センターの教育実習部門と連携を取り，各校で行われる教育実習での指導に生かしていく。

（文責：永山　香織）

３．研究の実際

３．１．小学校における授業の実践

３．１．１．第4学年　単元名「問題を見つけよう・解決しよう（変わり方調べ）」の授業実践

本実践は，信州大学松本キャンパスで行われた平成29年8月11日（金）「平成29年度長野県算数数学教育研究会夏の研修会テーマ：数学的に考える資質・能力を育む授業づくり～数学的活動の質を高めることに焦点を当てて～」のモデル授業（対象は教員）で実践した第4学年の「変わり方調べ」の単元の展開である。この実践は，平成28年2月3日（金）の附属世田谷小学校の公開授業研究会で行った実践をもとになっている。本実践の主体的に「数学する」児童を育てるための手立ては以下の2点であり，参加された教員の方々にモデル授業を体験し

ていただいた。

①問題をつくることを学ぶ単元の学習指導計画の作成

「変わり方調べ」の単元はただ変わり方を調べる方法を学ぶ学習ではないと考える。教科書によくある，マッチ棒の問題や階段の問題のように正方形や三角形が増えていく場面は，「問題を解決すること」を学ぶよい機会となる。ここで言う「問題を解決すること」とは答えが求められることだけでなく，問題を見つけて解決し，それを振り返り，問題場面の構造がよくわかり，それを生かして新たな問題を見つけることにある。その思いを込めて単元名は「問題を見つけよう・解決しよう」とした。一般的に「変わり方調べ」の単元の学習計画は様々な問題を経験することを意図して作られる。それは大事なことであるが，毎時間の問題のつながりがみえないことが課題である。児童が解決を振り返り，自分で問題をつくっていく経験をさせたい。そこで，いわゆる「マッチ棒」の問題である正方形が横一列に増えていく場面から出発し，伴って変わる2つのものに目を向けて，「問題を見直し，問題をつくり，解決する」というサイクルを三回行い，児童が数学的活動を行うことを考え，単元を構成した。また，サイクルを回りながら，徐々に一人一人の児童が数学的活動を自立して遂行できるように単元を計画した。

②問題をつくることを通して児童に経験させたいこと

本実践は，問題を教師が与えるだけでなく，児童がつくることができるように単元を構成している。G. ポリア（1951）は，『How to solve it（日本語訳：いかにして問題を解くか　柿内賢信訳)』において「じぶんでつくった問題をといたことのない学生の数学的経験は不完全なものである．(pp.103-104)」と言っている。問題を自分で発見し，それを解決する経験は問題解決力を育成するために欠かせないものである。本単元では，問題づくりの活動を通して，児童にポリアの言う以下の3つのことを経験させたい。

・一般化，特殊化，類推，分解と結合とかのような，問題を変形する一般的な方法になれていれば，新しい問題を考えることは容易である．与えられた問題から出発してこのような方法により新しい問題を考え，それをもととして又次の問題をという風にいくらでも原理的にはすすんでゆける筈である．しかし実際にはそうして出てくる問題が難しくてとけなくなるので，そんなに再現なしには続けられない．
・すでに解かれた問題の解答をつかって容易にとけるような問題をつくることは可能であるが，それは一般にあまり面白くない問題である．
・面白くて，ときうるような新しい問題をつくることはやさしいことではない．それには経験と嗜好と幸運とが必要である．にもかかわらず，われわれは1つの問題をといたのちにもっとよい問題はないかとあたりを見廻さなければならない．よい問題は松茸のようなものである．それは群をなして生えている．一つみつかったら，あたりを見廻すとすぐ近くにいくつか見つかるであろう．(p.101)

本単元で問題を見つけることは，変化の中でともなって変わる2つの数量を見つけることから始める。ともなって変わる2つの数量を見つけたら，それがいくつ並んでいてもいくつであるかわかるようにしたい。その時，「すぐにわかるもの」と「きちんと考えたいもの」がある。すぐにわかるものは問題にはならないが，よく考察しないとわからないものは問題となる。問題の中には，解決できないものもあるかもしれない。それも経験すべきことであると考える。ただ，問題づくりは，児童が様々な問題を作り，発散し，収拾がつかなくなってしまうことが考えられる。どんなところを学校で行う必要があるのか，児童がつくった問題を大事にし，解かせる場の工夫をいかにつくるのかを考えなければならない。

また，「よい問題とは何か」を教師が判断してしまうことが起こることも考えられる。「よい問題だ」「面白い」ということは児童が実感すべきことである。その工夫が必要になる。この工夫の必要性は平成28年度2月の実践

での反省から出てきたものである。その時の実践では，いわゆるマッチ棒の問題を解決した後に，「面白い問題をつくろう」と原題を変える時間を取り入れた。「マッチ棒の問題」は正方形の数が増えると増えるものを探すことから始めた。「面積」，「横の長さ」，「周りの長さ」以外に「対角線の長さ」が出てきたが，「辺の本数」は出てこなかった。「面積」や「横の辺の長さ」は正方形の数がいくつであっても，いくつになるのかがすぐにわかることに気づき，「周りの長さ」や「対角線の長さ」は考えなければ求めることができないことを整理した。対角線の長さはなぜすぐに求めることができないかを家庭学習で考えてくる児童もいた。周りの長さは，図と式を関連づけて学ぶことができた。また，対角線の長さを考えることを通して，表を用いて予測することを学ぶことができた。一通りの解決を終え，マッチ棒の問題をもとにして，問題を変えて問題をつくることができないかを考えさせた。そのアイディアとして①数を変える②形を変える③増やし方を変える④②③を組み合わせるという案が出た。②は家庭学習で取り組むことにした。正方形を三角形に変えた問題をつくる児童が多く，同じ構造であることに気づいて問題を解決することができていた。また，五角形や2段の正方形などにしていた児童もいた。児童は形を変えたり，増やし方を変えたりすることができることに気づいた。マッチ棒の問題ができれば，形を変えて問題を解決することは自分でもできることであるので「形を変えて問題をつくって解いてみよう」ということは家庭学習にした。

本時は，「元の形の正方形を固定して増やし方を変える」ということを行った。1個ずつ斜めなどに増やしたりする児童や正方形を大きくしたり，階段や表彰台のような形を作っていく児童の姿を予想していた。この実践では1個ずつ増やす児童が出てくるであろうと予想し，その時は「1個ずつではなく正方形が増えていく方法がないか」を考えさせることを手立てと考えていた。実際に児童は，斜めだけでなく，格子状にしたりジグザクにしたり1つずつ正方形を増やし，その並べ方を変えている児童がほとんどで，一気に正方形の数を増やす児童は1人だけであった。そこで自力解決を短めにし，児童が考えた増やし方を紹介した。斜めと格子状に増やす2つのアイディアを紹介すると増やし方は変わって面白そうだと思っている並べ方も，「面積」や「辺の数」を簡単に求めることができて，あまり面白くないのではないかということに気づく児童（ST）が出てきた。そこで，それまで出てきたアイディアが実は，1個ずつしか正方形が増えていないという共通点に気づかせ，そうではない一気に増える増え方がないかどうか考えさせた。そう問うことで，ある児童（MS）は，正方形の一辺が大きくなっていくアイディアを紹介した。これまでの増え方とは違い，正方形が1個ずつでない増え方であることが分かったが，面積はすぐに求めることができることに気づいた。その後，別の児童（YM）が一気に増える別のアイディアを出したが，うまくいかなかった。児童はどうすればうまくいくのかを話しあった。そのようなやりとりの後，1人の児童（YG）が階段の増え方を考え，発表した。階段の形で増えていくのは，これまでとは違う増え方であり，面積や周りの長さが簡単にはわからない場面であった。YG は，MS のアイディアや YM のアイディアのやりとりを聞いて新たなアイディアをつくり出したことを学習感想に書いた。

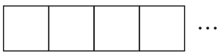
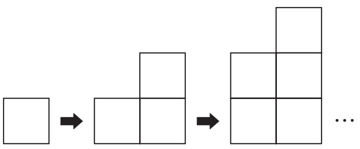
この授業の協議会では，講師の清水静海先生（帝京大学教授）に児童の問題を同等に扱っていないというご指摘を受けた。「児童が『面白そう』と思ってつくった問題ならば，それを同等に扱って解決させてあげればよい。児童は表に表し変化を捉える経験をしている。同じようにやってみて何に気づくかが大事である。」というご指導をいただいた。あまり面白くなさそうだと考えた SM はすぐに「面積」や「辺の数」を求めることができたが，他の児童は実際に解決していないので，「ああそうか。」と思っていただけかもしれない。また，斜めのアイディアを出した児童は学習感想に「私のアイディアは面白くないかもしれないけれど，何か面白いことがあるかもしれない。」と学習感想に書いていた。そこで次の時間は，表に変化を表す活動を取り入れた。増やし方を変えたつもりでも，同じ増え方になるということに気づく児童がいたり，それはなぜかを考える児童がいたりした。また，その結果，問題そのものの面白さではなく，問題同士の関係や構造を見抜く面白さに気づかせることができた。

3．1．2．問題をつくり，解決する面白さに気づかせる教師の手立て

本実践では，マッチ棒の問題を原題として問題づくりをする単元を計画した。何を変えれば新しい問題ができるかを話し合い，正方形の増やし方を変える問題づくりの時間を取り入れた。その際，児童は，正方形を1つずつしか増やさず，1つずつ以外の増え方をつくり出すことが着想の変換として大事な場面であると考えた。

本時は，問題づくりの実践をした。マッチ棒の問題づくりから出発し，階段の問題を発見させたいと考え，本時は問題場面を変化させ，「面白い」問題をつくらせた。問題が面白いかどうかは解決してみる必要がある。解決することで，「面白そう」だった問題はそうではなかったり，「簡単そう」な問題は問題の関係を考えるとよい発見があることに気づいたりする。そうやって問題の関係に着目し「面白さ」が変化することがわかった。

表1　単元の指導計画（全6時間）

単元の目標	・変われば変わるものに目をつけて，問題をつくることができる。 ・図や表，式などを用いて問題を解決したり，図や表，式などを互いに関連付けて事象の構造を理解したりすることを通して，図や表，式に表すよさや問題をつくる面白さを実感する。	
時	○数学的活動　T：主発問　C：主な反応	学習サイクル　※留意点　☆評価
第1時	場面　「正方形が横一列に増えていくと」  ○正方形の数と同じように変わるものは何かを見つける。 C　正方形の面積　　C　正方形の辺の長さ（数） C　周りの長さ ○正方形の数が増えた時，いくつになるのかすぐにわかるものとわからないものを整理する。 ○100個の場合を考えて，問題をつくる。 ○自力解決・話し合い	第1サイクル 教師が提示した場面から変わると変わるものを見いだし問題設定と問題解決をする活動。 ※10個の時など例えて考えている態度があれば共有していく。 ☆100個の時の辺の数を図や表，式などを用いて求めることができる。（ノート） ☆前時の解決を生かして，図，表，式を行き来し，問題の構造をより深く知ろうとする。（発言・ノート）
第2時	○「正方形が横一列に増えていく場面」を振り返って問題を変える方法を考える C　元の形　　C　方向　　C　増やし方 ○元の形を変える問題をつくる	
第3時 本時 第4時	○場面を変えて増やし方を変えて問題をつくる T　どのように増やし方を変えるか C　正方形の置き方を変える C　正方形を大きくしていく C　階段状に増やしていく ○表を用いて変化に着目し捉え，つながり方や数の増え方などの共通点や相違点を見出す。 ○階段の問題の周りの長さを解決し，形に着目して，工夫して全体を数える数え方などを考える。 	第2サイクル 第1サイクルの問題を元に問題を変える。仲間とともに問題をつくる活動。 ☆増やし方を変えて問題つくり元の問題やつくった問題を関連付けて，問題の構造を理解したり，解決したりする。（発言・ノート） ☆これまでの解決の仕方を生かして主体的に問題に取り組んでいるか。（ノート）
第5時 ・ 第6時	○問題をつくろう，出し合おう ○つくって解決した問題をまとめた本を作ろう。	第3サイクル 自分で問題をつくって解決する活動。 ☆自分がつくった問題や友達がつくった問題を図，表，式などを用いて解決することができる。 ※第2時や第3時の問題も扱う。

この実践をもとに改善した授業の単元計画が表1である。また，本時案が表2である。長野県で行ったモデル授業では，問題をつくったら，表を使って問題を解決し，作った問題同士の関係や問題の構造を見抜くことに目を向けることを提案し，実際に教員の方々に児童役として体験していただいた。体験していただいた先生方からも児童同様，1つずつ増やす方法（斜め，縦，ジグザグなど）が出てきた。いくつかを取り上げ，どのように辺の数や面積が変わるのかを表にまとめることで，同じ増え方になるものに気付き，なぜそうなるのかという議論になった。参加された先生から「はじめはなぜこんな単純なものを取り上げ，表にするのかわからなかったけれど，同じになることに気付き，なぜ同じになるのかを考えると面白かった。」という感想をいただいた。先に挙げたポリアの本の中に「じぶんの力で問題をとくことは1つの発見である．問題がやさしければ，発見もまたささやかなものであるが，それでも発見は発見である．どんなつつましい発見でも，発見したあとでは，なにかそれ以上のものが背後にひそんではいないかをよく考えてみることが大切である．（p.101）」という言葉がある。児童の発見をどう生かすのか，教師はその背後にひそんでいるものを探し，それを児童自身が気付くようにするための手立てを考えることが大切で，本実践においては，児童がつくった問題を表を用いて関係を調べ，比べることが児童自身で面白さを発見する手立てとなった。

表2　本時案（第3時）

本時のねらい	正方形が横一列に増えていく問題の増やし方を変え，ひごの本数や周りの数の増え方に着目して，つながり方や数の増え方などの共通点や相違点を見出す。	
時	●主な学習活動　T：主発問　C：主な反応	※留意点　☆評価
増やし方を変えた場面づくり （10分）	●課題把握  … T　これまで正方形がこのように増えた時の辺の本数や，周りの長さを考えてきました。前回形を変えてみたけれど，増やし方を変えてみることはできるかな。増やし方を変えてみましょう。 ※形は正方形。1つ目は正方形が1個からスタートする。 ●増やし方を変えて場面をつくる。 C　縦にする。 C　斜めにする。 C　いろんな方向に増やす。 C　ぐるぐる回って増えていく。 C　正方形を大きくしていく。 C　階段状に増やしていく。	※変化がわかるように書かせる。 ※後でみんなに発表してもらうことを伝える。 1個ずつしか増やすことができないかを問う。階段などが出てきた時は，個数が1個ずつ増えているわけではないことに気づかせて，何が1つずつ順に増えているかを問う。 ※階段が出てこない場合は，教師が提示する。
問題場面の発表	●発表する。 A　縦1列 B　いろんな方向に増やす。 C　斜めにする。 D　格子状にする。 E　ぐるぐる回る。 F　正方形を大きくしていく※ G　階段状に増やす※ T　どうしてこうしようと思ったのかな。	※着想を問う。 ※FやGが出ない場合は無理には出さず，表を用いて正方形の変化に目を向けた時に考えさせる。
表を用いて変化を調べる	T　みんなが考えたように増えると，なにが一緒に増えるのかな。 C　正方形の数，面積，辺の数，周の長さ T　表を使って調べてみましょう。 （自力解決）	※表を作っている時には「同じになる」などのつぶやきを大事にする。 ※F，Gが出ている時には本時はA～Eに焦点をあてる。

表を用いて変化について話し合う	T　表にして気づいたことはあるかな。 C　同じになるものがある。 C　AとBと元の問題 C　CとD C　Eの周りの長さは変わらないところがある。 T　増やし方を変えても増え方が同じということですね。なぜ同じになるのだろう？ C　AとBは一つの点が重なっている。 C　一つも辺が重なっていない。 C　CとDは一つの辺が重なっている。 C　Eは一つ重なる時と二つ重なる時がある。 T　A～EとF，Gの違いはなんだろう。 C　正方形の個数が一つずつ増えているのと，そうではなく一気に増えるもの。 T　正方形が1個の時，2個の時と言えない。どのように言えばいいだろう。 C　Fは正方形の1辺の長さが1の時，2の時…。 C　Gは階段の段数が1段，2段…。 T　表にまとめてみましょう。	※終わった児童に表は埋めてもらう。 ※FやGは次時に扱う。 時間によっては表を作り，気づいたことを書かせたりする。
振り返り	●学習感想を書いて振り返る。 C　縦一列にしなくても増え方が同じであることが表にすることでわかりました。 C　なぜ増え方が同じになるのかがわかったことが面白かったです。重なる部分が同じなんだ。 C　一気に増える方法を考えていたFさんがすごかったです。 C　Fの辺の数やGは100個の時を考えるのが難しそう。きまりを見つけたい。	☆表を用いて問題の間の関係や辺の重なりとの関係について書いている。前時までの学習と関連付けて次にやりたいことを書いている。

（文責：永山　香織）

３．２．中学校における授業実践

３．２．１．２年　式の計算「９の魔法」～事象に働きかけ，命題を自身の「問題」として見る～

(1) 教材の概要

本時で扱う題材「9の魔法」は，教科書にも記述があるポピュラーな話題である（啓林館，図1）。本時では桁数ではなく「一般の2桁の数への発展」を考える。以下の問いから考察をはじめる。

$45+9=54$，$23+9=32$，$78+9=87$
この3つの計算から何が見えるだろうか。

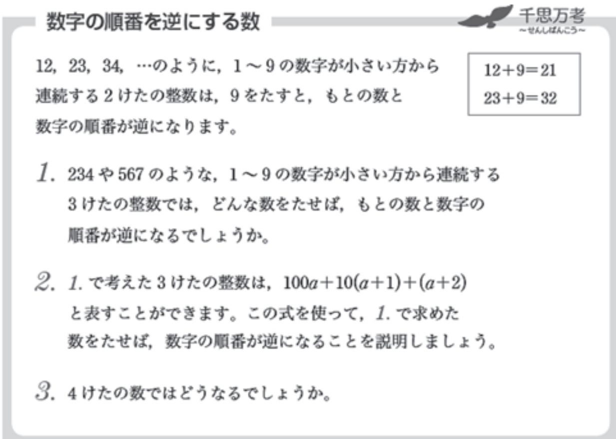

数字の順番を逆にする数
千思万考
～せんしばんこう～
12，23，34，…のように，1～9の数字が小さい方から連続する2けたの整数は，9をたすと，もとの数と数字の順番が逆になります。
12＋9＝21
23＋9＝32
1. 234や567のような，1～9の数字が小さい方から連続する3けたの整数では，どんな数をたせば，もとの数と数字の順番が逆になるでしょうか。
2. *1.* で考えた3けたの整数は，$100a+10(a+1)+(a+2)$と表すことができます。この式を使って，*1.* で求めた数をたせば，数字の順番が逆になることを説明しましょう。
3. 4けたの数ではどうなるでしょうか。

図1

この計算からは，例えば「ある2桁の数に9を加えると，その2桁の数の一の位と十の位を逆にした数になる」といった命題が見えてくる。しかしこの命題は真ではない。なぜなら反例として $33+9=44$ が挙げられるためである。そこで命題を見直してみる。はじめの3つの計算で扱われている数はすべて十の位と一の位が連続している数である。他の数を考えてみると，$56+9=65$，$67+9=76$，$12+9=21$，文字による証明を入れなくてもすべて提示できる量だが，文字を置いてみると，aを

1 ～ 8までの自然数とすると，$10a+(a+1)+9=10a+10+a=10(a+1)+a$ よってもとの2桁の数の一の位と十の位を逆にした数になることがわかる。

連続しない場合には何か規則性は見えてこないか，すなわちある数を一般的な2桁の数まで考えることを，発展の視点として見いださせる。先の $35+9=44$ だが，もう一度9を加えてみると $35+9+9=53$ よってもとの2桁の数の一の位と十の位を逆にした数になることがわかる。このように2回加えると他に一の位と十の位を逆にした数になる数はないか。例えば $57+9+9=75$，$24+9+9=42$ である。このことから，(十の位)－(一の位) が2である数ならば，9を2回加えれば一の位と十の位を逆にした数になる，といえる。するともっと大きいことが見えてくる。2つの数の差が，9を加える数に影響を与える，ということである。連続する2数は差が1であるから1回だけ加えればよいと読みかえられる。ではもう少し一般の場合を考えて差を n とおくと，$10a+(a+n)+9n=10a+10n+a=10(a+n)+a$ となることがわかる（ただし，ここでの a のとりうる値の範囲は n の値に依存する）。

(2) 本実践における「主体的に数学する」ための手立て

ここでは特に命題の導入場面における「事象の取り扱い方」に着目して，指導の手立てについて述べる。生徒が主体的に数学しようとするためには，生徒自身が如何に題材（事象）に働きかけ，命題を自身の「問題」として見ることができるかが，一つの鍵になる，と考える。

命題を自身の「問題」として見るために，本実践では**Ⅰ．帰納的に法則を発見する活動**，**Ⅱ．条件を明確化する活動**を活動として位置づけることを試みる（以下，下線部はそれぞれの活動における手立て）。

Ⅰ．帰納的に法則を発見する活動では，具体的な数による計算から，「どんなことが言えそう？」と見通しをもたせることで，9の魔法に潜むルールを見つけさせる。具体的な数による計算は，ルールを見いだす際の手がかりとして，また文字式の計算をしている中で行き詰まった際の戻る場所として，（文字より）操作しやすい具体的な数で計算させることが手立てになると考える。見通しをもたせることは，その後の条件の明確化や，一般の場合への演繹的な説明への契機になりうると考える。

Ⅱ．条件を明確化する活動では，すぐに命題化せずに，成り立たない場合を考えることで適用範囲を明確化する。ここでも具体的な数で成り立たない例を挙げさせることで，「成り立つ場合」を明らかにし，生徒自身が命題をつくる際の手がかりとする。

(3) 実践の実際

Ⅰ．帰納的に法則を発見する活動

導入では，まず「9という数には，実は魔法がある」といって，$23+9$，$67+9$ の2つの計算を提示した。生徒はすぐにそれぞれの計算結果を回答していくが，それらを受けて「今の時点で9の魔法がわかった？」と発問した。ここでは生徒が直感的にどう理解しているかを見ている。すると生徒は，「2と3が3と2になって，6と7が7と6になった」といったように，一見するとその構造がわかっていそうに答えている。

Ⅱ．条件を明確化する活動①

そこで「次に何を計算する？」と問うた。もし「9の魔法」の構造を正確に理解していれば，「34！」とか言いそうなものであるが，ある生徒が「11！」と答えた（この時点では構造を理解していないのか，適用範囲を明らかにしようとしているのかは不明である。「それはダメでしょ」と言う生徒もいる）。当然計算してみると $11+9=20$ より，十の位と一の位がひっくり返りはしない。そこで別のひっくり返る計算をさせた上で，「どういうときにひっくり返るだろうか？」と問い，ペアで話し合いをさせた。

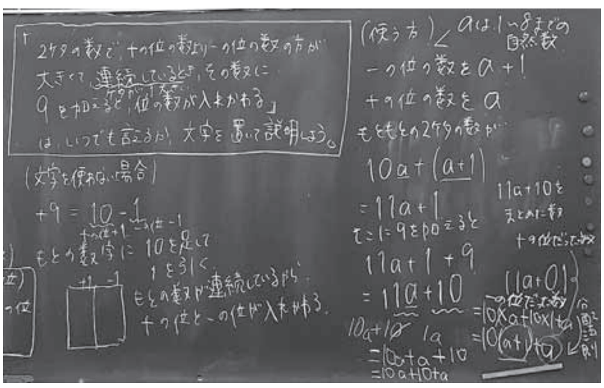


図2

Ⅱ．条件を明確化する活動②

その後もう一度「どういうときにひっくり返る？」と問うと，生徒は「十の位よりも一の位が大きくて，連続している」と述べた。するとここでまた生徒は適用範囲が気になりだした。ある生徒は連続しているが一の位よりも十の位が大きい数（98）を挙げ，ひっくり返らないことを確認する。またある生徒は3桁の数でもうまくいかないことを確認した。以上のやりとりを受け，命題を明らかにし，「このことがいつも成り立つことを示すにはどうすればいい？」と問い，文字を使って説明する活動に移行した。

(4) 実践の考察

その後の実際に文字を置いて説明していく際には，生徒がそれぞれに文字を置いて，主体的に取り組む姿が見られた。その点では，生徒自身が命題を自身の「問題」としてとらえていたといえるのではないか。また命題を命題として与えず，生徒が試行錯誤しながら考えていった展開は1つの「主体的に数学する」生徒の姿であったように思う。

（文責：峰野　宏祐）

３．２．２．解決の中で新たな課題が次々に生じる問題解決の例～「円の知識」の活用と「作図」の復習

(1) ねらい

中学校3年の「円」が修了したところで実施した，既習事項の復習を兼ねた円の知識の活用をねらいとした課題解決場面の例である。場面は，図3によれば，A1の流れからB，Cの流れに相当する。木円板に色彩を施して絵柄時計を作る授業用にキットを買ったが木円板に針穴が開いていない。穴を開けたいが，木円板の中心が解らない，という場面選定である。この現実世界の問題を数学化し，1年次の内容の復習も兼ねて数学化された問題を解決する。

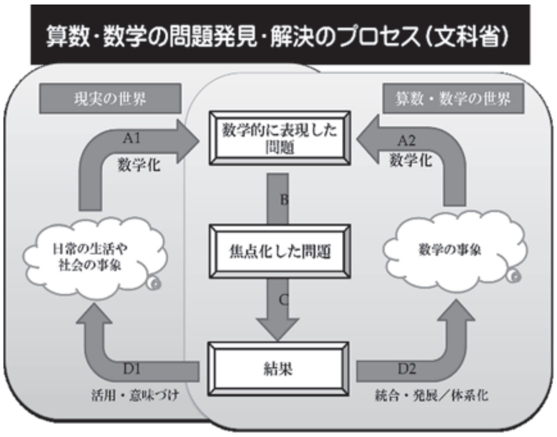


図３

生徒が主体的に学ぼうとする態度を育てるための手だてとして，「解決することによって新たな課題が次々に生じる」ような課題と，そのような新たな課題が生徒側から出るような，或いは導くような教師の発問を用意して問題解決の授業を試みた。

(2) 実際の授業【冒頭課題】

時計針の穴の空いていない木円板の実物を見せて教師が「時計を作りたいが，どうする？」と問うと，即座に「穴がないですよ。」と生徒。穴の位置を見つけようということになる。多少のやり取りによって①【木円板の針穴の位置を知りたい】という意識は，②【円の中心を見つける】という課題に数学化される。「直径は？」と生徒が聞くので，「15cm 位かなぁ…でも正確に判らない。」と教師。すると，「あっ，コンパスがあればできますよね。」と生徒が有用な既習事項を探し当てる。③【作図で円の中心を求める】という課題が生じた。「それ，それ！」ということで，1年生の垂直二等分線の作図による求め方の復習も兼ねて，板書発表する。ここまでで15分程度である。

その後，教師は④【でもね，コンパスが壊れてて使えない場合，どうする？】と投げかける。生徒は，直にしばらく考える。しかし思いつかない。教師がヒント「三角定規を使ってね。」を出す。生徒は「え～～っ！三角定規っすか？」と驚く。生徒は⑤【三角定規を用いた円の中心の同定】を目指してしばらく考えるが，個人思考ではアイデアが出ない。そこで教師は，隣同士2人組で策を考えるように言う。2人で三角定規を動かしながら考えていたが，円の学習直後の突然の「三角定規」と「円」や「角」，「弧」などと結びつけ，着眼点を移して円周角の定理を利用する方向に向けないようであった。

そこで問題解決の方向に大きく向けるヒント「円周角の定理，使えないかな？」を与える。それでも，彼らの円周角のイメージは鋭角であるから，これが災いしてやはり円周角と直角が結びつかない。それでも，時間が経つと気が付く生徒が少しずつ出てくる。生徒が「直径の円周角は直角だ！」と叫べば「オ〜！」と拍手。直径の円周角が90度であることから，図4のように考えて直径を見出し，「中心は，直径の中点です。」と付け加えた。

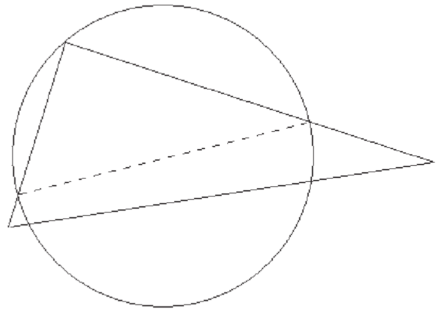


図4

教師が「ナルホド！いいねぇ。直径が見つかったよ。」と喜び，しかし続いて「じゃ，誰かツッコミのある人，いるかな？ツッコミ？…ない？　誰か。」と生徒を挑発する。次の新たな問題を生徒から引き出そうする挑発である。

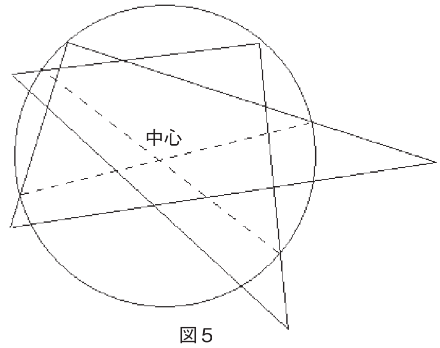


図5

S；中点，どうやって求めるんだ？

S；垂直二等分線の作図で。

S；でも，コンパスは使えないよ。

S；あっ…そうか……。

T；はい，じゃあ誰か，今度は中点の見つけ方だな…。

といったやり取りの後，⑥【見出した直径の中点を求める方法】について考える。個々で興味深いのは，授業の前半で，『垂直二等分線を2回作図することでその交点として円の中心を求める』という学習経験がここで多くの生徒にとって生かされなかったことであろう。したがって，この段階の解決には，多少の時間を要した。生徒が「紙を折る。」と言うので「木の円盤は折れないな。」と助言。しばらくすると，数名の生徒が挙手。そして，「さっきの方法を2回やって2本の直径を重ねる。」と発言する。再び拍手。しかしまだ，終わりではない。教師は「どうして？」と聞く。直ちに，新たな課題⑦【2直径の交点が円の中心であることの説明】が生じる。なぜ，2直径の交点は円の中心なのかについて考えることで，交点の意味も同時に思い起こすこと（学び直し）も可能になる。

以上，「主体的に学ぶ」ことを「更に質の高い効果的で新たな問いを持つ」ことと考えると，新たな課題が【　】カッコで示したように丸数字の順で次々に出てくる，そのような課題の解決や教師の発問は，生徒の興味を引きつける一つの手だてとして効果的ではないだろうか。但し，困難な課題ばかりでは，むしろ生徒の興味を削ぐ結果になろう。適度の困難性と容易さを持ち合わせているべきであろう。　（文責：傍士　輝彦）

３．３．高等学校における授業実践

３．３．１．授業実践Ⅰ　高校1年　２次関数

(1) 教材の概要

平成29年6月に行われた公開研究大会で実施した数学Ⅰの研究授業で，次のような2次方程式の解の配置に関する問題（第一学習社　数学Ⅰ）を扱った。

問題　2次方程式　$x^2-2mx-m+6=0$ が異なる２つの正の解をもつように，定数 m の値の範囲を定めよ。

《解答》 $f(x)=x^2-2mx-m+6$ とおくと $f(x)=(x-m)^2-m^2-m+6$

であるから，$y=f(x)$ のグラフは下に凸の放物線で，軸は直線 $x=m$ である。

与えられた２次方程式が異なる２つの正の解をもつための条件は，次の（ⅰ）〜（ⅲ）が同時に成り立つことである。

（ⅰ）$y=f(x)$ のグラフが x 軸と２点で交わる

与えられた２次方程式の判別式を D とすると

$D=(-2m)^2-4\cdot 1\cdot(-m+6)=4m^2+4m-24>0$

よって $m<-3$，$2<m$ ……①

（ⅱ）$y=f(x)$ の軸が y 軸の右側にある $m<0$ ……②

（ⅲ）$f(0)>0$ である　$-m+6>0$　よって $m<6$ ……③

①，②，③の共通範囲を求めて $2<m<6$

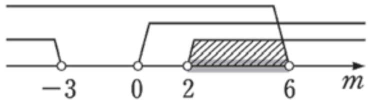


図６

この問題は教科書に載っている例題だが，それまでの学習した平方完成や判別式，そして数学Ⅲで学習する中間値の定理に関する要素が盛り込まれたものであると捉えている。この問題の要点は，（ⅰ）判別式 D > 0，（ⅱ）軸の位置が解の存在範囲に含まれる，（ⅲ）解の存在範囲の端点での関数の値が正である，の3つの条件が同時に満たされることが，問題の条件と同値であることである。この3つの条件を天下り的に教えても，その理解や定着は不十分なものになるように感じる。そこで3つの条件を発見的に学習できるような展開を目指すことにした。「なぜそのようなことを考えるのか」と問いかけながら授業を進めることで，生徒の課題を発見する力を育てることにつながり，それが主体的に数学する生徒を育むことにつながるだろうと考えている。

⑵ 本実践における「主体的に数学する」ための手立て

まず数学Ⅰの2次関数の単元全体の指導において，GeoGebra を積極的に利用することを心掛けた。それにより，式の表現とグラフの表現との関連を強調した指導が行えると考えたからである。特に，GeoGebra のスライダー機能を活用して，係数の変化の様子とグラフの変化の様子の関係を視覚的に理解してから式変形による理解を深める，という順序を心掛けた。

3つの条件を見いだす過程においては，グラフ上での考察が不可欠となるので，生徒二人に対して一台の MacBookAir を配布し，そこにインストールされた GeoGebra5を使って考察することにした。

実際の授業場面における手立てとしては，まず定数 m の値の範囲を，GeoGebra を用いて調べることから行わせることにした。スライダー機能を用いることで，2から6のあたりであることがわかる。しかし，その範囲の端点を含むのか，含まないのかは不明瞭であるし，実数全体について調べたわけでもない。そこで，

「m の値の範囲は本当に $2<m<6$ で良いのだろうか？」

という発問を行った。

3つの条件を見出した活動においては，2次方程式 $x^2-2mx-m+6=0$ から $f(x)=x^2-2mx-m+6$ とおいて平方完成すると $f(x)=(x-m)^2-m^2-m+6$ とできる。GeoGebra にこの2次関数を入力し，そのグラフが，x 軸の正の部分と異なる2つの点で交わるようにして，グラフが満たす条件を考えることを期待したい。判別式の条件は他の2つの条件と比較すると見出しやすいことが予想される。だから，それらを見出すことを促すような発問を，事前の指導案検討で考えた。そこで考えたのが，

「異なる2つの解のうち，小さいほうが正の値であればよいだろう」

という発問である。2次方程式 $x^2-2mx-m+6=0$ の解 $x=m\pm\sqrt{m^2+m-6}$ がともに正の値であればよい，ということは小さいほうが正の値であればよいので，$m-\sqrt{m^2+m-6}>0$ という不等式を得ることができる。この不等式は厳密には数学Ⅱの範囲なので数学Ⅰの段階で解くことはできない。そこで，この不等式の含まれる各項についてグラフ上で解釈をしてゆくことを促せるのではないか，と考えた。

⑶ 実際の授業について

「m の値の範囲は本当に $2<m<6$ で良いのだろうか？」という発問に対して，判別式 $D>0$ の条件は多くの生徒が気づくが，そこで止まった。机間巡視をすると，異なる2つの解 $x=m\pm\sqrt{m^2+m-6}$ の小さい方に着目した生徒がいたので，それを取り上げると，

$m-\sqrt{m^2+m-6}>0$ より $m>\sqrt{m^2+m-6}$

と変形し，両辺を2乗して

$m>m^2+m-6$ よって，$6>m$

とする生徒が数多くでた。「$6>m$」という条件を導けたので，判別式より導いた m の範囲との共通部分を考えて，「$m<-3$，$2<m<6$」としたところで，再び手が動かなくなってしまった。

やり方はともかく，計算から導いた「$6>m$」という条件が「y 切片が正の値」という条件と同値であることを見出すことが難しかった。そのため，「y 切片が正の値」という条件は，こちらが紹介するような形で授業を終えることになった。

同じ授業計画で進めていたクラスがもう一つあり，そのクラスではこの公開授業の結果と，その後の協議会での検討を踏まえた授業を行った。まず，判別式の条件までは同じように授業を行い，そこまでは非常にスムーズに進んだ。判別式の条件が得られたあと，改めて GeoGebra の画面に注目させ，m の値を変化させたときの2次関数のグラフの位置に着目させた。すると「軸の位置が右側にある」ということに気づく生徒がでた。さらに GeoGebra 上で m の値を変化させると，「y 切片が正」という条件に気が付いた生徒が出てきた。

公開授業においては m の値を変化させて考察することを生徒の手元の PC で行わせたが，その後の授業においては，軸の条件や y 切片の条件を引き出したいときは，教師側がスクリーン上で m の値を「ゆっくり」と変化させたことが効果的だったように感じた。

(4) 今後の課題

GeoGebra のスライダー機能を用いて問題の状況に適する値の範囲を調べさせ，それを代数的に求めることができるように，その条件について考えさせた。公開授業においては，見出して欲しかった3つの条件のうち2つが代数的に求まったが，それをグラフ上で解釈することが難しかった。その後に行った別のクラスの授業では，3つの条件がグラフ上の考察から求まったようになっているが，それは教師側の提示の仕方で誘導的に行ったものであった。やはり，生徒が自分で GeoGebra 上でグラフを動かすことから3つの条件を見出して欲しかったと思っている。

「$2<m<6$」というゴールが見えている状態で，必要な条件を考えていくという授業展開により，生徒の関心を集めることが出来ていたように感じた。さらに実践を重ね，生徒自身の気づきによって3つの条件を見出せるような問題の提示の仕方や発問などを研究したい。（文責：菅原　幹雄）

３．３．２．授業実践Ⅱ　高校２年　数列の漸化式

(1)「主体的に数学する」ための手立て

「どのように学ぶか」「どのように数学をつくっていくか」の質を高める「数学的に問題解決する過程」を重視した授業が，主体的に数学する生徒を育むこととなると考える。数学Bの数列の単元において，漸化式で定義された数列の一般項を求めることを学習指導する際，「この場合はこうする」と形式的になっていないだろうか。形式的に指導すれば，「数学は自分たちでつくることができる」という意識にはなりにくい。つまり，主体的に数学する生徒を育むことにはつながりにくい。主体的に数学する生徒を育むためには，形式的に指導するのではなく，生徒が一般項の求め方を発見的に学習できればよいと考える。生徒が一般項の求め方を発見することは，もちろん主体的に数学している姿であろうが，発見できなくても発見しようとしていることも，主体的に数学している姿であろう。

漸化式で定義された数列の一般項の求め方を生徒が発見的に学習することを意図して，本単元を計画した。生徒の予想を端とする2つの方法$\boxed{1}$と$\boxed{2}$を軸に，3項間漸化式で定義された数列の一般項を求めることを目標とした。3項間漸化式で定義された次の数列 $a_1=1$，$a_2=5$，$a_{n+2}=5a_{n+1}-6a_n$ の一般項を求める（提案する単元計画の

第19時）際，$a_{n+2}=5a_{n+1}-6a_n$ を $a_{n+2}-3a_{n+1}=2(a_{n+1}-3a_n)$ と変形することが肝要である。そこで，上記のように変形する要素をア～カ（右表）と考え，単元を計画した。この単元計画が，「主体的に数学する」生徒を育むための教師の手立ての一つである。以下に，ア～カについて述べ，手立てである単元計画について述べる。

式を変形することは，アとイを行うことである。しかし，ウ～カという目的をもっていないと，アとイを行うことができない。ウ～カという目的に応じて，アとイのように式を変形することが，本課題の「目的に応じた式変形」である。本課題の「目的に応じた式変形」に必要な力は，アとイの「式変形の技術」，ウとエの「変形した式を読み取る力」，オとカの「見通す力」に大別されると考える。「これまで学習した漸化式（等差数列や等比数列の形）に帰着できないか」という考えが重要であり，最終的に「等比数列」に帰着させるためには，どのように式変形すればよいか，という逆向きの「解析的思考」が重要である。目的ウ～カをもつために，考えたことをまとめる。

表３　$a_{n+2}=5a_{n+1}-6a_n$ を $a_{n+2}-3a_{n+1}=2(a_{n+1}-3a_n)$ と変形する要素

	要素	既習事項
ア	$3a_{n+1}$を移項すること	移項（中学1年より）
イ	2でくくること	因数分解（中学3年より） 分配法則
ウ	$a_{n+1}-3a_n$ を b_n とみること	$y=(x-2)^2-1$を $y=X^2-1$とみること $x^4+2x^2+1=0$を $X^2+2X+1=0(X=x^2)$とみること $a_{n+1}-a_n$，a_n-a，$\frac{a_n}{r^n}$をb_nとみること
エ	$a_{n+2}-3a_{n+1}$を b_{n+1}とみること	※これは，この単元で新出。 一般項 a_n から a_{n+1}を求めること 数列の和 S_n から S_{n+1}を求めること $a_{n+2}-a_{n+1}$，$a_{n+1}-a$，$\frac{a_{n+1}}{r^{n+1}}$をb_{n+1}とみること
オ	$b_{n+1}=2b_n$ から $\{b_n\}$ が等比数列であることを読み取ること	等比数例の定義。2項間漸化式 $\{b_n\}$ の表を書く
カ	$\{b_n\}$ の一般項がわかれば，$\{a_n\}$ の2項間漸化式がわかり，$\{a_n\}$ の一般項がわかること	2項間漸化式

<u>目的ウをもつために</u>

$x-2$を A とみることは，因数分解や展開，方程式・不等式を解く場面で学び，習得している者は多い。しかし，A を x の値によって変わるとは，あまり見ていないように思う。目的ウは，$a_{n+1}-3a_n$ をひとまとまりの B とみるだけでなく，n の値によって変わる b_n とみる（$=b_1=a_2-3a_1$，$b_2=a_3-3a_2$，…）ところが，難しい部分だろう。こうみることができなければ，目的エにつながらない。

<u>目的エをもつために</u>

目的ウ～カの中で持つことが最も難しいと思われる。$a_{n+1}-3a_n$ を n の値によって変わる b_n とみた（$=b_1=a_2-3a_1$，$b_2=a_3-3a_2$，…）上で，$a_{n+2}-3a_{n+1}$ を b_{n+1} とみるのである。こうみるためには，$a_{n+1}=pa_n+qn+r$ の際，$c_n=a_n+an+\beta$ を考える方法を扱っておく（第17時の2問目）。

<u>目的オをもつために</u>

等比数列の定義の際，等比数列の定義を式で表す活動を行った。また，2項間漸化式の際もよく扱っている。

<u>目的カをもつために</u>

2項間漸化式から一般項がわかることを知っていなければならない。そのために，この授業の前に，2項間漸化式の課題をいくつか行っている必要がある。

上記の考えを元に単元を計画した（表4）。以下に，漸化式以降の授業（第14時以降）の概要を示す。

第14時　ハノイの塔（1）漸化式に表する。

ゲーム「ハノイの塔」を紹介し，実際ゲームをしながら各自，n 枚のときの最小の手数を a_n とし表にする。

n	1	2	3	4	5	…
a_n	1	3	7	15	31	…

「a_4は本当に15なのか説明せよ」という問いをきっかけに，「$a_{n+1}=2a_n+1$，$a_1=1$であること」，予想「階差数

列が初項2，公比2の等比数列かも」，予想「$a_n=2^n-1$かも」を確認した。

第15時　ハノイの塔（2）漸化式を解く

前時にでた2つの予想が正しいことを示すことを課題とした。1つ目の予想は「$\{a_n\}$の階差数列$\{b_n\}$は初項2，公比2の等比数列か」である。2つ目の予想「$a_n=2^n-1$かも」を「$a_n+1=2^n$かも」と読み替え，「$c_n=a_n+1$とおくと，$\{c_n\}$は初項2，公比2の等比数列か」と読み替えた。これら予想が正しいことを示せれば，それぞれ中間考査以前の知識で$\{a_n\}$の一般項がわかることを確認し，「$a_{n+1}=2a_n+1$，$a_1=1$であること」を用いて2つの予想が正しいことを示すことを課題とした。

1「$\{a_n\}$の階差数列$\{b_n\}$は初項2，公比2の等比数列か」

各々様々な方法（a_nのみで表したり，a_nとa_{n+1}で表したり，図で表したり）で$b_{n+1}=2b_n$か$\dfrac{b_{n+1}}{b_n}=2$を示した。その後は，階差数列$\{b_n\}$の一般項がわかれば，$\{a_n\}$の一般項がわかる（中間考査までの内容）ことを確認した。

2「$c_n=a_n+1$とおくと，$\{a_n\}$は初項2，公比2の等比数列か」

各々，$c_{n+1}=2c_n$か$\dfrac{c_{n+1}}{c_n}=2$を示した。$\{c_n\}$の一般項がわかれば，$\{a_n\}$の一般項がわかることを確認した。

第16～18時は，各問に対し，方法1と2を基に一般項を求める。

(2)「主体的に数学する」ための発問

第19時の主課題　$a_1=1$，$a_2=5$，$a_{n+2}=5a_{n+1}-6a_n$で定まる数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

表4　提案する単元計画

数	内容
1	数列とは
2	一般項
3	等差数列とその和
4	等比数列とその和（1）
5	等比数列とその和（2）
6	記号Σとその性質
7	Σk^2
8	Σk^3
9	階差数列
10	中間考査
11	中間考査返却
12	うまい差をつくり，和を求める
13	等差数列と等比数列のかけ算の数列の和
14	ハノイの塔（1）漸化式に表す $a_{n+1}=2a_n+1$
15	ハノイの塔（2）漸化式を解く $a_{n+1}=2a_n+1$
16	2項間漸化式を解く（1）$a_{n+1}=pa_n+q$
17	2項間漸化式を解く（2） $a_{n+1}=pa_n+n+r$，$a_{n+1}=pa_n+qn+r$
18	2項間漸化式を解く（3）$a_{n+1}=pa_n+q\cdot r^n$
19	3項間漸化式を解く $a_{n+2}=5a_{n+1}-6a_n$
20	フィボナッチ数列 $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$
21	数学的帰納法（1）
22	数学的帰納法（2）
23	期末考査
24	期末考査返却

第19時　発問

・$\{a_n\}$の3項間漸化式だが，$\{a_n\}$の2項間漸化式にできないか。$a_{n+2}=5a_{n+1}-6a_n$から$\{a_n\}$の2項間漸化式をつくる。【見通しを持たせる（15分）】

・$\{a_n\}$の3項間漸化式から$\{a_n\}$の2項間漸化式をつくることは，今までに皆さんも実はやってきています。ノートを振り返ってみてください。今までの1の方法で，特に前回の2です。振り返ってみてください。【既習の内容を振り返る（20分）】

・$a_{n+2}-3a_{n+1}=2(a_{n+1}-3a_n)$に変形した生徒を紹介。○○くんはどうして$a_{n+2}-3a_{n+1}=2(a_{n+1}-3a_n)$と変形したのでしょうか？ 考えてください。【目的に応じた式変形を全体で共有する（27分）】

・同じような形の漸化式$a_{n+2}=pa_{n+1}+qa_n$（$a_1=1$，$a_2=5$）の場合に，どのように式変形を行えばよいか。なぜそのように変形すればよいか。各自まとめよ。【プロセスに焦点を当てたまとめ（40分）】

「目的に応じた式変形」の質が高まっているかを「パフォーマンス評価」により評価する（**第20時**）。具体的には，3項間漸化式で定められた数列の一般項を求める場面で，$a_{n+2}=5a_{n+1}-6a_n$を$a_{n+2}-3a_{n+1}=2(a_{n+2}-3a_n)$と変形することを通して，$a_{n+2}=pa_{n+1}+qa_n$を$a_{n+2}-○a_{n+1}=□(a_{n+1}-○a_n)$の形に変形すればよいことに気づき，○や□が整数でなく，無理数でも見つけることができ変形することができるかを，以下の課題で評価する。

課題

次の式で定義される数列 $\{a_n\}$ をフィボナッチ数列という。フィボナッチ数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。 $a_1=a_2=1$，$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$

表５　本課題の評価基準（ルーブリック）

4	$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ を $a_{n+2}-\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}a_{n+1}=\frac{1\mp\sqrt{5}}{2}\left(a_{n+1}-\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}a_n\right)$ と変形し，$\{a_n\}$ の一般項を求めることができる。
3	$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ を $a_{n+2}-\alpha a_{n+1}=\beta(a_{n+1}-\alpha a_n)$ と変形しようとして，$\alpha+\beta=1$，$\alpha\beta=-1$ の連立方程式を立てている。
2	$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ を $a_{n+2}-\alpha a_{n+1}=\beta(a_{n+1}-\alpha a_n)$ と変形しようとして，α や β にいろいろ代入している。
1	n と a_n の表をかいている。

その結果は次であった。122人中 4：48人（39.3%)，3：23人（18.9%)，2：19人（15.6%)，1：32人（26.2%）段階1の生徒が26.2% いる。その生徒の多くは，$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ を $a_{n+2}-\alpha a_{n+1}=\beta(a_{n+1}-\alpha a_n)$ と変形しようとするのではなく，今までの①や②の方法でやってみてうまくいかなかった段階で手が止まった生徒であったが，①や②の方法では主体的に取り組んだとも言えよう。（文責：佐藤　亮太）

４．研究の成果と課題

４．１．公開授業研究会と学会発表

本研究の２年次に当たる今年度は，「主体的に数学する」児童・生徒を育む授業における発問や教師の手立てについての仮説を，授業実践を通して検証する。検証の仕方は一年次と同様であるが，授業実践は，本学附属だけでなく，公立校での研究協力を求めるようにした。小学校では，第3学年の「はしたの量の表し方」の学習で，児童が小数と分数を関連づけて柔軟に主体的に学ぶためにはどうすればよいのかを11月11日（水）の世田谷授業討論会で稲垣悦子と守屋友紀が実践した。単元計画を提案し，小数から学ぶのか分数から学ぶのかを討議した。また，守屋は自校（港区立芝浦小学校）でもその実践を行った。また，3. 1. の実践を行った平成29年度長野県算数数学教育研究会（平成29年８月11日（金））は，永山香織が小学校，鈴木誠が中学校のモデル授業を行い，参加者は長野県全体の小中学校の教員が主であった。このように，研究の過程や成果を公開し，広めたり，協力していただいたりすることに努めた。この研究であられた知見は，教育実習の指導にも生かしており，その成果は，稲垣が日本数学教育学会春季大会で永山が WALS で発表している。

また，研究メンバーは，それぞれの公開授業を参観するようにし，授業後の研究協議会や定例の附属研究会において主体的に「数学する」児童・生徒を育成するための授業のあり方や教材などについて議論した。平成29年度に各校で実施した公開授業研究会や学会での発表は以下の通りである。

公開授業研究会

小学校

平成29年８月25日（金）３年「長さ」（授業者：栗田辰一朗）６年「分数の割り算」（授業者：永山　香織）
平成29年11月11日（水）３年「はしたの量の表し方」分数から導入（授業者：稲垣　悦子）
小数から導入（授業者：守屋　友紀）
平成30年２月３日（金）３年「はしたの量の表し方　分数」（授業者：栗田辰一朗）
６年「比例と反比例」（授業者：永山　香織）

中学校

平成28年６月18日（土）１年（授業者：峰野　宏祐）　２年（授業者：鈴木　　誠）

３年（授業者：傍士　輝彦）

高等学校

平成29年６月24日（土）数学Ｂ「数列」（授業者：佐藤亮太）　数学Ⅰ「二次関数」（授業者：菅原　幹雄）

平成29年10月３日（土）数学（授業者：吉岡　雄一）

学会などの発表

また，日本数学教育学会春季大会では小学校の稲垣悦子が，日本数学教育学会全国大会では，小学校から３名（稲垣悦子，越後佳宏，永山香織），中学校から１名（峰野宏祐），附属高校から１名（菅原幹雄）が，日本教大教全国研究集会と全国附属連合大会では中学校の傍士輝彦が，WALS では小学校の永山香織が研究の成果の一部を発表した。

４．２．研究の成果と課題

平成29年度（二年次）は主体的に「数学する」児童・生徒を育む授業における発問や教師の手立ての検証に焦点に当て研究を進めた。一年次に得られた「主体的に「数学する」児童・生徒の育成」のために単元もしくは長期的な視点をもった教材を提案することが欠かせないという知見より単元もしくは長期的な視点をもった教材を提案し，その際の発問や教師の手立てについて明確にし，授業実践を重ねた。

小学校の第4学年の「変わり方調べ」の実践は，単元名を「問題を見つけよう・解決しよう」という名称に変え，児童が解決を振り返って新たな問題を「問題を見直し，問題をつくり，解決する」というサイクルを三回行い，最終的に児童が主体的に「数学する」ことを考え，単元を構成した。具体的には，マッチ棒の問題を原題として問題づくりをする単元を計画した。何を変えれば新しい問題ができるかを話し合い，正方形の増やし方を変える問題づくりの時間を取り入れた。

本時はマッチ棒の問題の正方形の増やし方を変化させ，「面白い」問題をつくらせた。その際，児童は，正方形を1つずつしか増やさず，1つずつ以外の増え方をつくり出すことが着想の変換として大事な場面であると考えた。また2月の実践の反省からそこにも面白さがあることに気づいた。問題が面白いかどうかは解決してみる必要がある。解決することで，「面白そう」だった問題はそうではなかったり，「簡単そう」な問題は問題の関係を考えるとよい発見があることに気づいたりする。そうやって問題の関係に着目し問題をつくって解決する「面白さ」が変化する。長野県で行ったモデル授業では，問題をつくり，表を使って問題を解決し，問題同士の関係や問題の構造を見抜くことに目を向けることを提案した。児童の発見をどう生かすのか，教師はその背後にひそんでいるものを探し，それを児童自身が気付くようにするための手立てを考えることが大切で，本実践においては児童がつくった問題の関係を，表を用いて調べた変化の仕方を比べることが，児童が主体的に問題をつくり解決する面白さを発見する手立てとなった。

中学2年の「式の計算」の実践では，特に命題の導入場面における「事象の取り扱い方」に着目して，生徒が主体的に数学しようとするためには，生徒自身が如何に題材（事象）に働きかけ，命題を自身の「問題」として見ることができるかが，一つの鍵になると考え，命題を自身の「問題」として見るために，Ⅰ．帰納的に法則を発見する活動，Ⅱ．条件を明確化する活動を位置づけ展開された。Ⅰでは，具体的な数による計算から，「どんなことが言えそう？」と見通しをもたせることで，ルールを見つけさせた。具体的な数による計算は，ルールを見いだす際の手がかりとして，また文字式の計算をしている中で行き詰まった際の戻る場所として，文字より操作しやすい具体的な数で計算させる手立てであった。見通しをもたせることは，その後の条件の明確化や，一般

の場合への演繹的な説明への契機にする手立てであった。Ⅱ．では，すぐに命題化せずに，成り立たない場合を考えることで適用範囲を明確化させた。ここでも具体的な数で成り立たない例を挙げさせることで，「成り立つ場合」を明らかにし，生徒自身が命題をつくる際の手がかりとした。その後の実際に文字を置いて説明していく際には，生徒がそれぞれに文字を置いて，主体的に取り組む姿が見られた。

中学3年の「円」の実践では，「主体的に「数学する」こと」を「更に質の高い効果的で新たな問いを持つ」ことと考え，生徒のそのような態度を育てるための手だてとして，「解決することによって新たな課題が次々に生じる」課題と，新たな課題が生徒側から出るような，或いは導くような教師の発問を用意して問題解決の授業が試みられた。扱われた問題は時計針の穴の空いていない木の円盤を見せて，「時計を作るけれど，どうするか。」というものであった。生徒とのやりとりの結果以下のような①～⑥の新たな課題が出てきて⑦の課題が明確になった。①【木円板の針穴の位置を知りたい】②【円の中心を見つける】③【作図で円の中心を求める】❹【でもね，コンパスが壊れてて使えない場合，どうする？】⑤【三角定規を用いた円の中心の同定】⑥【見出した直径の中点を求める方法】課題⑦【2直径の交点が円の中心であることの説明】が生じた。現実場面からの展開は，生徒の問題意識を高め，主体性を育てる一つの手だてとして効果的であったと言える。また，既習事項を学び直すよい機会ともなった。このような問題は適度の困難性と容易さを持ち合わせているべきであり，そのための教材研究の重要性も明らかになった。

数学Ⅰの2次関数の実践では，式の表現とグラフの表現との関連を強調した指導を行うためにGeoGebraが活用された。特に，GeoGebraのスライダー機能を活用して，係数の変化の様子とグラフの変化の様子の関係を視覚的に理解してから式変形による理解を深める，という順序で展開された。実際の授業場面における手立てとしては，まず定数mの値の範囲を，GeoGebraを用いて調べることから行わせた。スライダー機能を用いて2から6のあたりであることがわかる。しかし，その範囲の端点を含むのか、含まないのかは不明瞭であるし，実数全体について調べたわけでもない。そこで，「mの値の範囲は本当に$2<m<6$で良いのだろうか？」という発問を行った。それを代数的に求めることができるように，その条件について考えさせた。公開授業においては，見出して欲しかった3つの条件のうち2つが代数的に求まったが，それをグラフ上で解釈させることが難しかった。その後に行った別のクラスの授業では，3つの条件がグラフ上の考察から求まったようになっているが，それは教師側の提示の仕方で誘導的に行ったものであった。生徒が自分でGeoGebra上でグラフを動かすことから3つの条件を見出して欲しかった。「$2<m<6$」というゴールが見えている状態で，必要な条件を考えていくという授業展開により，生徒の関心を集めることが出来ていたように感じた。さらに実践を重ね，生徒自身の気づきによって3つの条件を見出せるような問題の提示の仕方や発問などを研究したい。

高校2年の数列の漸化式の実践では，「どのように学ぶか」「どのように数学をつくっていくか」の質を高める「数学的に問題解決する過程」を重視した授業が，主体的に「数学する」生徒を育むこととなると考え，学習指導する際，「この場合はこうする」と形式的にせず，生徒が一般項の求め方を発見的に学習できるように指導計画が提案された。その際，変形する要素を6つの視点で捉え，単元を計画している。この単元計画が，「主体的に数学する」生徒を育むための教師の手立ての一つである。この実践では生徒が一般項の求め方を発見することは，もちろん主体的に数学している姿であろうが，発見できなくても発見しようとしていることも，主体的に数学している姿だと捉えている。さらに「目的に応じた式変形」の質が高まっているかを「パフォーマンス評価」により評価することも単元計画の中に組み込まれた。その中には無回答の生徒はおらず，主体的に取り組んだ姿が見られた。

以上の通り，平成29年度'（2年次）には5つの実践が実施された。平成28年度（1年次）の研究も踏まえ，主体的に「数学する」児童・生徒を育む授業に関する2年間の研究の成果として言えるのは，次の2点である。

①単元や授業の構成について　発見や振り返り，評価を大事にする単元づくり

1年次の研究の成果から，1時間の授業ではなく，単元や1つの問題の展開など長期的な視点を考えることが

主体的に「数学する」児童・生徒を育むために欠かせないことを挙げていた。1年次の研究では小学校4年の「2桁でわる割り算」の実践，2年次の研究では，小学校4年「問題を作ろう・解決しよう」，高校2年「数列の漸化式」の実践では単元の提案をしてきた。その際大切にしたのは児童・生徒自身に発見させるにはどうしたらよいのかを考える授業展開である。「2桁でわる割り算」では単元の最初にきまりを見つける時間を作り，その後そのきまりを使っていく展開にした。「問題を作ろう・解決しよう」では，問題のつながりを意識させ，1つの問題からスタートして問題づくりの時間を取り入れた。「数列の漸化式」の実践では，変形に必要な視点をあらかじめ見出し，それを指導計画に生かした。

また，主体的に「数学する」ことができたかどうかを評価する時間を計画に取り入れていることも特徴である。「問題を作ろう・解決しよう」では，3回サイクルを回し，3回目は自分で問題を作り，友達に出して解決し合う時間を設けた。「数列の漸化式」の実践でパフォーマンス評価の時間を設けた。

②主体的に「数学する」児童・生徒を育むための発問や手立て

2年間の実践の積み重ねにより，児童・生徒が主体的に「数学する」手立てがいくつか見えてきている。単元の構成とも関わるが，児童・生徒自身の発見を大切にしているところである。それはうまくいこうがいくまいが，そこへチャレンジしていることが大事であるというのは私たちの1つの見解である。そのための手立てとして以下の4点にまとめることができる。

(1) 児童・生徒ができる素朴な考えを生かし，新たな課題に結びつける。

1年次の小学校2年生「たし算・ひき算」の実践では，図をつくる経験を大切にし，素朴な図からスタートすることをテープ図を新しい図と見るのではなく知っている図の一部が変わった捉えさせる手立てとしていた。2年次の中学3年の「円」の実践では，現実の問題から出発し，数学の舞台に乗せる展開が実施された。現実場面の問題を数学の舞台に乗せて解決することで既習事項が想起され，学び直しの機会となるだけでなく「更に質の高い効果的で新たな問いを持つ」ことを可能にすることがわかった。

(2) 本当に正しいのかを問う

1年次小学校4年生「2桁のわり算」では，「わり算のきまり」を発見する経験を大切にした。見つけたきまりが「本当に正しいのか」と発問する手立てとし，より多くの数値で帰納的に確かめる姿が見られた。2年次高校1年2次関数の実践においては，「2次方程式 $x^2-2mx-m+6=0$ が異なる2つの正の解をもつように，定数 m の値の範囲を定めよ。」という問題を解決する際に GeoGebra を用いて解の範囲を調べさせ，その上で「m の値の範囲は本当に $2<m<6$ で良いのだろうか？」と発問し，代数的な処理をして解を求めさせ「異なる2つの解のうち，小さいほうが正の値であればよい大ろう。」ということをグラフを用いて解釈させるという手立てを考えた。公開授業では後半の展開がうまくいかなかったが，実践を重ねることで軸の条件や y 切片の条件を発見させるには，m の値を「ゆっくり」と変化させたことが効果的だったことがわかった。

(3) 振り返りを生かす

1年次の中学の3つの実践では振り返る活動を取り入れることを手立てとし，そのことにより新たな発見をしたり，証明の必要性に気づかせたり，統合したりすることを大事にしていた。その際の手立ては具体的な数値で考えさせることや「本当に180°と言ってよいか」を問うことが手立てとなった。

2年次は小学校4年「問題をつくろう・解決しよう」の学習では，マッチ棒の問題を原題として振り返ることで子どもたちに新たな問題をつくらせた。問題を解決する方法も振り返ることで児童が一人でできることや発見する内容も豊かになっていくことがわかった。

(4) 発見を促すツール

2年次小学4年「問題をつくろう・解決しよう」の実践では，つくった問題の面白さを児童に発見させるために表を用いて調べさせた。そうすることで「解決しがいがある」という面白さだけでなく「同じ増え方のものが

ある」「何故だろう」と構造を考えていく面白さに転換していくことがわかった。中学2年「式と計算」の実践では具体的な数値からスタートし見通しを持たせることで法則を生徒に気づかせ，成り立たない場合も明らかにするような手立てによって生徒自身が命題をつくり文字を用いて解決する姿が見られた。2年次の高等学校2年間に渡ってコンピュータを利用して発見させる活動を取り入れていた。（文責：永山　香織）