

博士学位論文

算数困難を伴う LD 児における
算数的思考の特徴に関する研究

東京学芸大学大学院連合学校教育学研究科
(東京学芸大学)

学校教育学専攻 発達支援講座

R15-3004 成川 敦子

要旨

文部科学省（2012）が公表した「通常の学級に在籍する発達障害の可能性のある特別な教育的支援を必要とする児童生徒に関する調査結果」では、算数に関連する「計算・推論」に困難をもつ児童生徒の割合は、「読み・書き」困難とほぼ同程度の割合で存在していることが明らかになり、中でも「推論」する力は、算数の学習はもとより、他教科等の学習や日常生活等での問題解決に生きて働くものであるとして、その重要性が指摘されている。これまで、LD 児における算数困難の特徴やつまずきの要因となる認知能力に関する知見は蓄積されつつあるが、計算や基本的な数の知識や概念に関する研究が多く、推論や数学的思考に関する研究は国内外において少ない状況である。「数学的な思考」は数学のみならず、学業や生活全般に必要となることから、通常学級における算数困難をもつ児童の困難の特徴、及びその要因となる認知能力について明らかにすることは、その後の支援のための有効な情報となることが推測される。そこで本論文は、通常学級に在籍する算数困難を伴う LD 児における算数的思考の特徴について検討を行った。

第1章では、多義に使われている「数学（算数）的思考」という用語及び数学において重要な母構造について説明し、その母構造をふまえて本研究で作成した算数的思考能力を評価するための集合分類（クラス化）、集合包摂（推移律）、可逆という3種の算数的思考課題について、数学的解釈と表記を用いて解説した。さらに、算数困難を伴う LD 児におけるアカデミックスキルの特徴、算数的思考と読み・プランニングとの関係、算数的思考の達成順序性について検討することの必要性を論じた。その上で、算数的思考能力の特徴やその背景となる認知的要因について明らかにすることは、教育的支援につながることを指摘し、算数困難を伴う LD 児における算数的思考の特徴を明らかにすることを目的として述べた。

第2章では、通常学級に在籍する児童・生徒を対象に算数困難児をスクリーニングし、標準学力検査の観点別の到達度による指標を用いて、算数の総合到達度と読み書き困難との関係、算数の内容領域別の成績と読み困難との関係、算数の総合到達度と観点別評価（「考

え方」「表現処理」「知識理解」との関係を検討することにより、算数困難児の学習能力（アカデミックスキル）の特徴を明らかにした。その結果、算数と読み・書き能力との間には強い関係が認められ、より強い算数困難を引き起こす原因となっている数学的スキルは「数学的思考方」の能力であることが指摘できた。

第3章では、3種の算数的思考構造をふまえた算数的思考能力を評価する算数的思考課題を作成し、算数困難児と健常児を対象に実施した。LD児の算数的思考課題の得点については、健常児の学年別基準値より標準得点を算出し、達成状況を分析した。ついで、算数的思考の困難を、読みや文の理解、プランニングの困難との関係で検討した。その結果、算数の学力到達が不十分なLD児では、3種の算数的思考のいずれかに困難がある者が存在し、その中に、読み困難もプランニングの困難も認められない事例を認めた。これらの事例では、算数的思考困難の背景として、読み困難やプランニングの著しい弱さを推定できず、算数的思考でつまづいていることが推測された。

第3章では、各思考課題の学年進行に伴う達成率の変化に関しては検討したが、課題間の難易度については検討を行っていない。健常児における算数的思考の達成順序を明らかにした上で、健常児とLD児の算数的思考の達成順序を比較し、どの程度、健常児の達成順序と異なるのか評価することで、LD児の算数的思考の特徴をみる必要がある。そこで、第4章では健常児とLD児における算数思考課題の達成順序の異なりの大きさを思考の偏りとし、その偏りの数を算出することによりLD児の算数的思考の達成順序による特徴を明らかにした。その結果、LD児は健常児と比較して思考の偏りの個数が有意に多かったことから、LD児においては健常児の算数調査課題の達成順序と異なる達成順序で課題を解いていることが指摘できる。つまり、算数における3種の思考構造を理解していなくても、得意な認知能力を用いて苦手な思考を補いながら解決している可能性があることが推測された。代替機能の使用は有効である一方で、ある基礎的な論理構造が身につけていないために苦手なタイプの思考問題の解決が難しく、学年進行に伴い、困難が深刻になる可能性が推察された。また、思考の偏りの個数と算数調査課題の成績との相関は弱

いことから、LD 児の算数的思考を検討する上では、正答率のみで判断するのではなく、健常児の思考パターンとどれくらい異なる考え方をしているのかという思考の偏りに着目して検討する必要があることが示唆された。また、偏りが多い LD 児と偏りが少ない LD 児の WISC-III の群指数を比較し、LD 児における算数的思考の困難の背景要因についても明らかにした。その結果、思考の偏りが多い者は、少ない者と比較して、個人内において VC や PO の得点が低いことが指摘できた。

以上の検討を踏まえ、第 5 章の総合考察では、これらの結果を総合的に考察し、算数困難を伴う LD 児の算数的思考について、読みと実行機能との関連をふまえ、特徴を明らかにした。また、達成順序性の違いについて認知機能の偏りや代替機能の使用の可能性を論じた。その上で、通常学級における算数困難を伴う LD 児の算数的思考能力の特徴を明らかにすること、さらに、その背景となる認知的要因について明らかにすることは、認知に偏りのある LD 児に対し、得意な情報処理を用いた支援を提供するための有効な情報となり、算数的思考困難の軽減や予防につながることを指摘した。

目 次

第 1 章 序論	1
第 1 節 通常学級における算数困難に関する状況	2
第 2 節 算数障害と算数困難	3
第 3 節 算数困難を伴う LD 児の学習能力（アカデミックスキル）について	5
第 4 節 論理的思考について	8
第 5 節 数学（算数）的思考について	10
第 6 節 数学の母構造について	14
第 7 節 本研究における算数的思考課題について	17
第 8 節 算数困難と読み障害	20
第 9 節 算数困難と実行機能	22
第 10 節 算数困難を伴う LD 児の算数的思考の偏り（達成順序性）	24
第 11 節 本研究の目的	26
第 2 章 算数困難を伴う LD 児の学習能力（アカデミックスキル）の特徴に関する検討	36
第 3 章 算数困難を伴う LD 児の算数的思考の特徴に関する検討	
～算数的思考課題と読み・プランニングとの関連による検討～	53
第 4 章 算数困難を伴う LD 児の算数的思考課題における達成順序の基準値に基づく検討	64
第 5 章 総合考察	84
引用・参考文献	90

第 1 章

序 論

第1節 通常学級における算数困難に関する状況

文部科学省（2012）が公表した「通常の学級に在籍する発達障害の可能性のある特別な教育的支援を必要とする児童生徒に関する調査結果」では、「通常学級に在籍し知的発達に遅れはないものの学習面で著しい困難を示す」とされた児童生徒の割合は4.5%と報告された。2002年文部科学省が実施した調査結果における「学習面で著しい困難を示す」割合は4.5%であったことから、10年ぶりに行われた調査結果は前回と同じ結果であったといえる。10年間で特別支援教育が大きく推進してきた一方で、学習困難を示す児童生徒の割合は減少していないことが示された。今回の調査では、「聞く」または「話す」に著しい困難を示す割合が1.7%、「読む」または「書く」に著しい困難を示す割合が2.4%に対し、「計算する」または「推論する」に著しい困難を示す割合は2.3%であった。算数に困難をもつ児童生徒の割合は、「読み・書き」に困難をもつ児童生徒の割合とほぼ同程度の割合で存在していることが明らかになった。

小学校学習指導要領解説算数編（文部科学省,2008）における「算数科の目標」は「算数的活動を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。」である。「基礎的・基本的な知識及び技能の習得」に関しては、国語力と並んで、生活や学習の基盤となるものであり、日常の生活においても、他教科等や総合的な学習の時間における学習においても、様々な活動の基になるものである。また、これから先の算数や数学の学習において発展させていくための基になるものでもあるとして、重要性を解説している。また、「見通しをもち筋道を立てて考える」ことについて、算数科においては、問題を解決したり、判断したり、推論したりする過程において、見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする力を高めていくことを重要なねらいとしている。しかし、全国調査の結果から明らかなように、一定数、算数に困難をもつ児童がいるということは、学習指導要領の指導目標が未達成な状態にあり、算数のみならず将来の学習や日

常生活など多岐にわたって支障をきたす児童生徒が存在していること意味している。通常学級在籍児童における算数困難の特徴と背景となる認知的要因を検討し、算数困難の軽減につなげるための早期予防的支援が必要であろう。

第2節 算数障害と算数困難

算数障害 (Mathematical Disabilities; MD) とは、算数の学習にかかわる障害の総称であり、算数の知識や技能の習得あるいは活用などに見いだされる障害のことである。医学上の定義 (Learning Disorders)、教育上の定義 (Learning Disabilities)、研究者による定義など、その内容や範囲は多義的である。医学的診断基準としては、日本においては、アメリカ精神医学会の「精神疾患の診断と統計のマニュアル (DSM-5)」と世界保健機関 (WHO) の「国際疾病分類第10版 (ICD-10)」の2つが主によく用いられている。

医学的定義では「specific (特異性)」という用語を用いて障害診断基準を設定し、「知的能力障害」における学習困難と区別している。ICD-10においては、学力の特異的発達障害の中の特異的算数障害 (Specific Disorder of Arithmetical Skills in Developmental Disorder of Scholastic Skill) とあり、ただ単に一般的な知的障害あるいは非常に不適切な学校教育だけでは説明できないような算数能力の特異的障害であるとしている。「この障害は、抽象的な数学的能力よりは、むしろ加減乗除のような基本的な計算能力の習得に現れる」とあるように、高度な算数・数学ではなく、基本的な四則演算における問題を取り扱うものである。

DSM-5 では、Specific Learning Disorder (with impairment in mathematics) とあり、「神経発達障害群」の1つとして、「限局性学習障害／限局性学習症」と呼ばれることになった。下位分類としては、数の感覚、数学的事実の記憶、計算の正確さまたは流暢性、数学的推理の正確性がそれぞれの構成要素として挙げられている。「診断を支持する関連特徴」においては、限局性学習症をもつ人は（常にではないが）一般的に、認知処理の心理学検査において低い成績を示す、しかし、これらの認知的異常が、学習困難の原因なのか、関

連したものなのか、あるいは結果なのかは、不明なままである。また、読字の学習困難に関連した認知的欠陥については十分な裏づけがあるが、限局性学習症の他の兆候（例：読解力、算数計算、書字表出）に関連した認知的欠陥は十分特定されていないか、わかっていない。さらに、限局性学習症は他の神経発達症（例：注意欠如・多動症、自閉スペクトラム症、コミュニケーション症群、発達性協調運動症）でも認められるとしている。したがって、認知処理の欠陥の評価は診断的評価に必須ではないと述べられている。通常学級においては、医学的診断に基づく LD 児とともに、医学的診断はないものの、発達の偏りとして算数に困難を有する者が存在する。算数の能力が、当該年齢集団の達成基準と比較して低いという状態は、医学的診断の有無にかかわらず、何らかの支援や配慮が必要であろう。算数障害については、認知的なメカニズムや認知能力との関係が十分に解明されていないことが多く、喫緊の研究課題である。

教育的定義としての算数障害は、学習障害 (learning disabilities) のサブタイプとして、1962 年アメリカの Kirk によって提唱された。日本では、1990 年になって文部省（当時）により「通級学級に関する調査研究協力者会議」が設定され、学習障害児の存在が初めて認知された（文部省初等中等教育局特殊教育課,1992）。1995 年には、「学習障害児等に対する指導について（中間報告）」をまとめ、学習障害児の概念的な定義が初めてなされた（文部省初等中等教育局特殊教育課,1995）。このときの算数に関する内容は「繰り上がりや繰り下がり計算でのつまずき」「計算はできるが図形や文章題で混乱」の 2 つがあげられ、計算以外の領域も含められているが、内容が明確に規定されたわけではなかった。そして、1997 年、学習障害は最終的な定義とともに判断基準ならびに指導形態および場について結果がとりまとめられた（文部省初等中等教育局特殊教育課,1999）。これにより、日本における公的な取り組みの基盤が実現したといえる。文部省による学習障害の定義は、2003 年に「今後の特別支援教育の在り方について」の最終報告が行われ（文部科学省, 2003）、算数に関する領域は「計算」と「推論」として記述された。推論能力の中に、図形や数量の理解や関係などの内容を含むことも明確に示され、推論能力の不全は、たとえば文章題

を解くことの困難として現れるものと考えられた。また、判断基準としては、「評価の観点の中に、著しい遅れを示すものが1以上あることを確認する。この場合、著しい遅れとは、児童生徒の学年に応じ1～2学年以上の遅れがあることとし、標準的な学力検査の結果があれば、それにより確認することとしている。本研究では、文部科学省の判断基準を採用した。医学的定義及び教育学定義は、どちらも知的発達に遅れはないが、知的発達に比して学業の習得が著しく低いことを特徴とした定義となっており、ディスクレパンシーモデルと言われている。近年米国では、RTI (Response To Intervention) モデルが学習障害の判定方法の一つとして導入され、日本においても、学習困難に対する早期予防的支援との関連で注目されている。

研究者による「算数障害」の定義について Watson&Gable (2012) によれば、研究者が算数障害をどのように特定しているかは、かなり異なっていることを指摘している。研究者がカットオフ・スコアまたはパーセンタイルを使用するとき、いくつかのカットオフは非常に厳しく設定されたり、逆に緩く設定されたりしている。また、標準スコアやSD以下のスコアリング、数学的指示に対する非応答などによる定義もみられ、研究者における算数障害の定義や特定方法には、かなり幅があり、捉えている実態も異なっているといえることができる。

算数障害と他の障害との併存性について、熊谷(2000)は、現実には算数に困難を持つ児童生徒のニーズの高さを考慮すると、読み書き困難を含めない算数の特異的障害の児童・生徒のみ研究対象とすることは、学校現場のニーズを積極的に受け止めることにはならないと述べている。本研究では、文部科学省の学習障害の定義から対象生徒を抽出したが、読み書きなどの「他の障害との併存の可能性」も含めた児童を対象とし、算数の特異的障害と区別するため「算数困難」の用語を使用した。

第3節 算数困難を伴うLD児の学習能力（アカデミックスキル）について

「読み」「書き」「算数」の能力は、学習障害の医学的診断基準（DSM-5、ICD-10）に

においても規定されているとおり、学習活動にとって重要な3つの能力であると言える。健常児においては、通常これらの能力は相互に関連しあいながら、バランスよく発達している。しかし、中枢機能障害が想定されるLD児においては、認知的な偏りから特異的な発達障害が起こりうるため、読めても書けない、あるいは読み書きができてでも算数ができないという状況が発生する。「読字障害」や「書字障害」については、先行研究も多く、両者の関連なども数多く報告されている。しかし、算数障害の研究は、DSM-5でも述べられているように読み障害ほど進んでおらず、アカデミックスキルに関する先行研究も少ない。

日本において学力検査を用いた研究としては、熊谷(2000)の健常学齢児における読み、書き、算数に関する研究がある。熊谷は、算数の学力検査における数学的スキル(計算、シンボル変換、文章題)の検討、算数の文章題と国語の学力との関係、国語の各領域の成績と算数の文章題・計算問題の成績との関連性を調べた。その結果、健常児では算数の文章題の成績と国語の学力の関連性はみられなかった。その理由として、算数の平均的な子どもを対象にしたため、LD児のように読み・書きに障害がある子どもの特徴は除外されている可能性が高いこと、文章題が解けないのは国語力以外の要因(文章表現を演算子に直すことや数処理上の変換の問題など)が深く関わっているかもしれないことをあげている。また、文章題・計算と国語の各領域との相関については、計算よりも文章題と国語の各領域との相関係数が各学年を通して全体的に高く、領域別にみると「文章題」と「文字」「ことばのきまり」、「計算問題」と「文字」の相関が高かった。さらに、算数と国語の従来の領域における相互の関連性については、1～3年生に一貫する特徴として、算数の成績が国語に比べて高いグループは、算数、国語の成績に差がないグループに比べて、漢字の読み書きが比較的によくできることであるという結果を得、これらに共通するドリル学習の効果を推測している。しかし、算数と国語の学力はそもそも相関しているものであるから、両成績の間に顕著な差があるとはいっても、これが学習障害児特有の問題を反映しているかについては、さらに議論を要すると結んでいる。熊谷自身が指摘しているように、学習能力に偏りのあるLD児にとっては、健常児の示すアカデミックスキルのパターンと

異なる可能性を含んでいることが推測される。LD 児における学力からのアプローチ、特に読み・書きと算数との関連を分析することは、LD 児の状態像を理解し、学習上の困難の様相を予測する上でも重要であると考ええる。

LD 児の学力のつまずきの要因を認知能力との関連で考察した研究として、海津(2002)の「学力—認知モデル」があげられる。海津は LD を捉える際には状態像として表れる学力と併せて、その背後にある認知能力の面からの正確な把握も不可欠になるとして、学力と認知能力双方によるアプローチの必要性を述べている。しかし、海津(2000)の学力—認知モデルでは、LD 児の学力全般(「話す」「聞く」「読む」「書く」「計算する」「推論する」)に焦点をあてており、算数に関する内容は「計算」と「推論」の大枠での分類になっている。特に「推論する」の内容は、計算以外の多様な領域の内容を含んでいるため、算数の具体的内容とつまずき要因との対応がわかりにくく、学校や教育機関における実際の算数指導に結び付けにくい。算数困難の特徴を理解するためには、算数に視点をあてた、より詳細な分析が必要であると考ええる。また、海津(2002)は先行研究からチェックリスト方式の有効性を述べているが、一方で指導者の主観や観察能力によって見方が異なり、客観性に欠けるというリスクも否めない。それに対し、対象児への直接的なアセスメントであるアチーブメントテストによる分析は、より信頼性の高いものになると考える。

以上より、算数困難児の学力の特徴を的確に把握するためには、信頼性・妥当性が検証された標準学力検査を、LD 児を対象として実施することが必要であろう。さらに、具体的な算数指導に結びつけるためには、教科を総合的にとらえるだけの概観検査や「計算」「文章題」といった内容領域ごとの診断ではなく、教科目標を分析した下位概念(観点別学習状況)が把握できる診断検査を実施する必要がある。柘植(2016)は、日本初の発達障害に関する文部科学省の全国調査により法整備や学校内外の体制整備に大きく貢献した一方で、学習面における「聞く」「話す」「読む」「書く」「計算する」「推論する」の領域ごとの困難の状態別の実態は把握できておらず、個人別の困難状態の分布も不明であるということを指摘した。LD 児における読み・書き・算数のアカデミックスキルの関連および算数の

内容や評価の観点となる「数学的な考え方」「表現・処理」「知識・理解」との関連及び個人内の困難の様相について検討する必要がある。

第4節 論理的思考について

新しく改訂された小学校学習指導要領解説算数編（2017）では、算数科，理科，総合的な学習の時間において，児童がプログラミングを体験しながら，「論理的思考力」を身に付けるための学習活動の取り組みが始まる。「論理的思考力」は数学だけでなく、教科をまたいで理科や国語という教科においても、学習指導要領の中でその能力の育成がねらいとされている。しかし、「論理的思考」という言葉は様々な意味に解釈されていて、用いられ方も多様であることが指摘されている。道田(2003)は、「論理的」という用語は、論理学で使用される場合と日常的な使用においてズレが生じていると考えられると述べている。

数学以外の学問では、「論理」以外にも実験や観測の結果に基づいて理論を組み立てているところが数学と違うところである。実験や観測の結果に基づいた理論は、たとえその時代の人々を納得させることができたとしても、新しい実験結果・観測結果が発見されたとき、それによって否定されることもある。実験や観測の結果を根拠に使わず、「論理」のみに頼って理論を組み立てるのが数学であり、他の学問以上に数学と論理は密接な関係であるということができる。そのため、数学を習得するプロセスの中には、「論理的思考」を身に付けていくための過程が組み込まれている（小田，2011）。

数学者である Mac Lane（1986）は「論理」と同義的な意味で「形式」という言葉で数学を表現している。それによれば、「数学という学問は形式的な形で表示されるものであり、あらゆる形式的処置において意味や応用に関係せず、形式だけを問題にするという。たとえば計算は、あらかじめ特定された規則に従って遂行されるし、証明は前もって定められた公理系から、定められた推論規則に従って行われる。必要な新概念の導入は曖昧さを含まない定義によってなされ、誤りや不一致は論争でなく、関連する諸規則に照らして決着がつけられる。こういった特徴のゆえに、「数学」は絶対的に正確であり、個々の人間の考

え方や判断によらないものとなる」と述べている。

井上(1989)は論理的思考の定義について狭義から広義まで、3つの定義を挙げている。

(1) 形式論理学の諸規則にかなった推論のこと(狭義) (2) 筋道の通った思考、つまりある文章や話が論証の形式(前提―結論、また主張―理由という骨組み)を整えていること(3) 広く直観やイメージによる思考に対して分析、総合、比較、関係づけなどの「概念的」思考一般のこと(広義)。この3つの定義は、広さ(狭義～広義)で分類されているようであるが、(1)は「形式論理学の諸規則にかなう」という、きわめて「論理的」な定義(2)は前提(理由)があって結論(主張)があるという「形式」を強調する(おそらく)国語教育的な定義(3)は「思考一般」に力点がおかれているように見受けられる定義である(道田2003)。数学で用いられる論理的思考は(1)の狭義の推論を意味しているといえる。「推論」とは、辞書的な意味としては「ある事実をもとにして、他の事をおしはかること。推理や推定を重ねて結論を導くこと」である。数学的には「いくつかの命題(前提または仮定という)から他の命題(結論)を導くこと」を指す。推論には、前提が正しければ結果は必ず正しいという演繹推論と、前提が正しくても結果が正しいとは限らないという帰納推論がある。論理学や数学が扱うのは演繹推論のみである。片桐(2004)が挙げた11の「数学的な考え方」には、類推的、帰納的などの考え方が含まれているが、厳密に言えばそれらの考え方を利用して、演繹的な推論ができるようになることが数学の目標であると考えられる。小田(2011)は、「本来「算数・数学」と「論理」の間には切っても切れない関係性がある。中学校の証明問題や高校の「論理」や「集合」の学習のように、「論理」というテーマを掲げていない範囲においても、細かな部分に「論理」の技能が要求されていることが多い。また、小学校の初歩的な算数は論理構造も複雑ではないので、直観で答えることができたとしても、数学の学習が進むにつれ、徐々に複雑な論理構造を組み立てなければ解けない問題が増えてくる」と述べている。つまり、「数学的(算数的)思考」である「論理を組み立てる力」は算数の中核的な能力であり、将来、正しい推論すなわち論理学的意味における論理的思考を可能にするためにも、その基盤となる考

え方を学習し、身につけることは重要である。

一方、認知心理学研究との関連では、Kintsch & van Dijk(1978)らが提唱した読解における階層構造モデルにおけるマクロ処理との関連が指摘できる。Kintsch & van Dijk(1978)によれば、テキストの意味構造は、局所的構造（マイクロレベル）とより包括的構造（マクロレベル）の両方で記述することができ、読み手はテキスト命題のまとめ上げを繰り返すことにより、階層的な理解表象を構築するとしている。文章中の複数の命題を上位命題にまとめ上げる処理はマクロ処理と呼ばれ、相対的に上位の命題はマクロ命題と呼ばれる。本研究における3種の算数的思考課題は、マクロ処理のこの機能レベルに関する研究であるということを指摘できる。マイクロ命題を相互に関係させて、マクロ命題を作るマクロ処理として、算数問題の解決課程を説明することが可能であろう。さらに、Kintsch & van Dijk(1978)、石渡・邑本(2011)は、マクロ処理には認知的リソースが要求されるという観点で、マクロ処理スキル獲得効果と実行機能の関係について報告しており、本研究における算数的思考課題においても、実行機能との関連を検討していく必要がある。

第5節 数学（算数）的思考について

「数学的思考」という用語は一般的に使われているが、その定義や概念は多様である。

わが国の学習指導要領における「数学的思考」については、平成20年6月に文部科学省から出された「学習指導要領解説」算数科の改訂の第三項目において、「数学的な思考力・表現力の育成」を次のように解説している。「『数学的な思考力・表現力』は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため、『数学的な思考力・表現力』を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現

し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。」と解説している。平成32年度から小学校での全面実施に向け、平成29年6月に文部科学省から出された「学習指導要領解説」（文部科学省，2017）の算数科の目標の解説では「数学的な見方・考え方」が冒頭部分で掲げられている。「数学的な見方・考え方」のうち「数学的な見方」については、事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着目してその特徴や本質を捉えることであり、また、「数学的な考え方」については、目的に応じて数、式、図、表、グラフ等を活用し、根拠を基に筋道を立てて考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識・技能等を関連付けながら統合的・発展的に考えることであると説明している。更に、目標の中の用語について、「数理的に捉える」とは、「事象を算数の舞台にのせ数理的に処理できるようにすることであり、事象を理想化したり、単純化したり、条件を捨象したり、ある条件を満たすものと見なしたりするなど課題の定式化すること」であるとし、「見通しをもつ」とは、「幾つかの事例から一般的な法則を帰納したり、既知の似た事柄から新しいことを類推したりすること。また、ある程度見通しが立つと、そのことが正しいかどうかの判断が必要となり、このときは既知の事柄から演繹的に考えたりすること」と具体的に説明している。

「数学的思考」という用語について、片桐(2004)は、「数学的な考え方」を11項目（帰納的、類推的、演繹的、統合的（拡張的な考え方を含む）、発展的、抽象的（抽象化、具体化、条件の明確化）、単純化、一般化、特殊化、記号化、数量化、図形化）挙げ、それぞれの用語の意味を定義した。広義にはこのように「帰納」や「類推」を含む意味の捉え方もあるが、学習指導要領における「数学的な考え方」は「合理的、論理的に考えを進めること」「根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えること」あるいは、「既知の事柄から演繹的に考えたりすること」と説明しており、このことは論理学上の「命題論理」である演繹的推論を説明する表現になっている。

藤村(2012)は、「数学的思考」を「手続き的知識スキルの適用」と「概念的理解」に区分した。さらに秋元(2017)は、「手続き」「概念」の2つの基準で算数のつまずきの症状を分類

し、算数障害のサブタイプの分類を試みた。「概念的知識」と「手続き的知識」の関係については2000年頃からアメリカを中心に認知心理学的な実証的検討が進められた。

Geary(2004,2005)は「算数障害研究をよりよく理解するための概念的枠組み」を提起し、数学分野における能力は、「領域の概念的理解」と「実際の問題解決をサポートする手続き的知識」に依存すると説明している。しかし、藤村(2012)は、「概念的手続き」の指標が事実に基づく知識をはかっているにすぎないことが多く、必ずしも概念的理解を評価できていないため、場面に応じて柔軟に知識を関連づけることによる枠組みの「再構造化」といった視点での概念的理解をはかる研究の促進が望まれると問題を提起している。ここで、「構造」とは一般的には、機能と対比されるものごとの「つくり」あるいは「しくみ」を意味するが、心理学の術語としては構造主義の文脈に即した意味で用いられ、要素間の潜在的体制、事象間の相互関連性(Bruner,1960)などのように定義される。ここで、この体制や関連性は個々の特性とは無関係な普遍性と一般性をもつと想定される。思考の構造としては、課題事態の構造および課題に立ち向かう主体内部における認知構造の両方が関連する。前者は思考の外部条件であり、後者は心理的なモデルであるが、明確に区別しにくい場合がある。また、問題の解決は刺激事態を構成する諸要素が目標達成のための条件を満たすように再配列されることと考え、その過程を「再構造化」「構造転換」「体制化」などと呼んでいるが、主体にとっては突然問題が解決されるようにみえるので、思考は課題に対する見通しができることと考えられる(坂元,1981)。

算数困難と数学的思考の関係については、海津(2016)の研究がある。算数版 MIM-PM の得点傾向から分類された 3 群(算数困難(MD)群、高学力(HA)群、低学(LA)群)を比較検討した結果、学力検査算数得点の MD 群と LA 群間の差において、有意水準($p<.05$)は満たさなかったが、「数学的な考え方」得点で有意傾向が見られた。算数における技能のような自動化され得る能力ではなく、「数学的な考え方」という表象的な能力に関して、MD 群と LA 群間で差が生じる可能性が伺えたことは興味深いと述べている。

数学的思考の育成は学習指導要領においても数学教育における重要な目標であるとともに

に、算数困難を伴う LD 児においては、「数学的な考え方」は算数困難における重要な観点であるといえることができる。しかし、藤村（2012）が指摘するように、算数の概念的手続きの指標が事実に基づいているにすぎないことが多く、数学的思考の問題を評価できていないことは課題である。数学的思考を評価できるような課題の検討が必要であろう。しかし、従来の「数学教育学」における研究においては、指導する単元、領域、学年における指導内容や指導方法に関する研究が主であり、「心理学」における研究では、特定の領域や該当学年の教科書からサンプル的に抜粋した内容と認知についての検討が主である。また、調査課題として用いられる標準化された学力検査においては、「数学的な考え方」の問題は、各学年において領域をまたいで多岐にわたっており、学年が上がるにつれて問題解決に必要な予備知識も多くなり、解決手順も複雑になることから、「数学的な考え方」のどの部分でつまづいているのかが把握することが困難であると考えられる。しかし、一見全く異なる問題に見える領域も異なる文章問題の間に、共通の数学的な考え方を必要とする同じ構造が含まれていることがある。その考え方が身につけていない子どもは、学年を超えた算数の様々な領域や単元において、同じようなつまづきから解決が困難になることが推測される。計算の領域では、前に学習した考え方や手続きが習得できていないと後に学習する計算問題につまづく過程が見つけやすい傾向がある。文章問題では、つまづきの要因が計算よりも複雑なため困難の背景が見つけにくい、文章問題が困難な特定のタイプの子どもにおいては、文章問題に共通する「数学的思考」の部分でつまづいている可能性があるのではないだろうか。そのことを調べるためには、数学における課題の事態の「構造」に着目することが有効であると推測できる。その構造を主体内部の心的構造と同化させたり、発見させたりすることにより、子どもたちが数学的な概念を獲得していくとするならば、認知に偏りがある LD 児においては、あるタイプの数学的構造については自分の内部にその枠組みを作ることができても、異なるタイプの構造については、内部の心的構造に取り込むことができないことにより、問題が解決できないということが起こりうるのではないだろうか。

なお、本研究における「数学的思考」は、学習指導要領で示された説明の中でも狭義で中核的な目標としての「数理論理的思考」を意味する用語として用いた。また、小学校における教科名は中学以降の「数学」ではなく、その前段階としての初期の数学という意味で「算数」を使用していることから、本稿では小学校段階の「数学的思考」を「算数的思考」として定義した。

第6節 数学の母構造について

数学における「構造」という概念を導入したのは Bourbaki(1946)である。Bourbaki とは、10 人ほどのフランスの前衛的数学者たちの集合名詞である。古典的数学においては代数や幾何や解析などのように、異質な事項の集合から成り立っており、数学の土台はいくつかの簡単な要素的性質のもの（たとえば整数、点、線などはそれ自体があたえられたもの）であると考えられてきた。しかし、数学における構造主義学派とも呼ばれる Bourbaki 学派は、その考え方を逆転させ「基本的な要素も決してバラバラに存在しているのではなく、1つの「構造」によってその操作関係を維持している」として「構造」という概念を導入し、数学界に大革命を引き起こした。Bourbaki(1946)は、数学の基本構造を「母構造」とよび、次の3種類の構造を挙げ、数式を用いて表現した。

<p>1 代数構造（群構造）</p> <p>全体集合 X とするとき 演算 \odot があって</p> <p>$x, y \in X$ に対して $x \odot y \in X$ で</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 結合律 $(x \odot y) \odot z = x \odot (y \odot z)$ 2. 単位元の存在 すべての要素 $x \in X$ に対して $e \odot x = x \odot e = x$ となる元 $e \in X$ が存在する。 3. 逆元の存在 どの要素 $x \in X$ に対してもある要素 $x' \in X$ が存在して $x \odot x' = x' \odot x = e$ <p>特に代数的構造の本質的な部分は結合律である。</p>
<p>2 順序構造</p> <p>全体集合 X とするとき $X \times X$ の関係 R があって</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. xRx 2. xRy, yRx ならば xRx 3. (推移律) xRy, yRz ならば xRz <p>順序構造の中で本質的な部分は推移律である。</p>
<p>3 位相構造（開集合族）</p> <p>全体集合 X とするとき、X の部分集合全体 2^X の部分集合 \mathbf{O} で</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\emptyset \in \mathbf{O}$、$X \in \mathbf{O}$ 2. $A_1, A_2 \in \mathbf{O}$ ならば $A_1 \cap A_2 \in \mathbf{O}$ 3. $A_k \in \mathbf{O}$ ならば $\bigcup_{k \in K} A_k \in \mathbf{O}$ <p>とくに、$\mathbf{O} = 2^X$ であるときを離散位相、$\mathbf{O} = \{\emptyset, X\}$ を自明位相または密着位相という。</p>

Piaget(1955)は、心理学の分野で構造という概念を用い、Bourbakiによる数学的母構造をモデルとして、思考における操作的構造の特性とその定向的な発達過程を解明しようとした。精神発達の研究によって見いだされた様々な操作には、分類操作と順序付けの操作と空間操作という3つの型の構造に分けることができると報告し、「Bourbakiの3つの基本構造について、3つというこの数は、きわめ尽くしたものではなく、数学の発達はそれをふやすこととなるかもしれない。しかし、知識の現状では、これらの3つの構造が、相互に還元しえない唯一のものであり、したがって母構造の役割を果たしている」と主張した。

また、一般的に数学の文章題を解くためには、その中に出てくる数的な要素と、演算を決定する論理的な要素の両方の理解が常に関係しているとした。さらに、形式的操作段階になると、仮説を立てて演繹的に考えられるようになるとし、その思考構造を示す論理数学的モデルとして、結合された「群-束」構造（注1）を取り上げた。そして、形式的操作段階に達する前段階である具体的操作段階で獲得される思考の構造として、不完全で未分化な群・束構造である群性体モデル（注2）を考えた。その後、Piagetの論理モデルは、実験方法や実験結果などにおける批判や指摘もなされているが（Dehaene,2011）、Piaget学派の人々が主張するように、論理モデルは統計モデルと異なり、思考のパフォーマンスの研究にとどまらず、そのメカニズムを明らかにしようとした点において、思考の発達過程を解明するための厳密な構造主義的モデル論の樹立という意味での貢献は大きいという評価もある（波多野,1981）。

アメリカの数学者 Mac Lane (1986)は「数学とは、数、時間、空間および運動の科学」であるとし、「このような科学は人間の最も原始的な活動においてさえも必要となるもの」としている。その活動には「物を数え上げたり、時間を測ったり、計測したり、物を動かしたり」することが必然的に伴う。「これらの操作に関するいろいろな事実や考え方が次第に蓄積され」「若干の中心的観念を基礎にもつ広大な知識の一団が発展し」「その知識の一団は、概念、公理、定義、証明からなる形式的体系として組織化されるに至る。」としている。Mac Lane(1986)は、この形式性 (formal) という観念を、集合、変換、群、順序、位相といった基本的構造に関して導入し、数学とはこのような母構造を扱うものだと考える。Mac Lane(1986)においては Bourbaki の集合をベースにした母構造とした群、順序、位相に加えて変換を基本的構造に入れている。順序集合の定義は注3に補足した。

認知言語学者の Lakoff と心理学者 N'úñez(2012) は、認知的視点から捉えた数学的概念の分析学-数学の認知科学-を立ち上げ、人間がなぜ数学を理解できるのかということを知りたいと、認知科学、脳神経科学的アプローチで研究した。数学における概念形成にはメタファー（隠喩）というメカニズムが重要な役割を果たしているという。概念メタファーとは、具

体的な領域の推論構造を用いて抽象的な領域に関する推論を行えるようにするメカニズムのことであり、抽象的な概念がメタファーを介することでより具体的な概念になって理解されているというのである。概念メタファーは数学的思考の本質的部分を占めており、視覚化したり理解を助けたりするだけの補助的メカニズムではなく、日常的な思考における中心的なプロセスであることが最近になって示されてきた。4つの基礎づけメタファーの内容は、「四則演算はものの集まりである」「四則演算はものの組み立てである」「四則演算はものさしを使用する」「四則演算は空間の移動である」と定義した。

このように、数学における基本構造としての母構造に関する知見が蓄積されつつある。

第7節 本研究における算数的思考課題について

子どもたちの算数的思考の能力を検討するために、それを評価する算数的思考課題を設定する必要がある。算数の文章問題は多くの内容領域や单元ごとに難易度も様々、多岐にわたって存在する。しかし、算数的思考の評価課題では、内容に即した問題ではなく、内容領域をまたいで共通に必要なとなる数学的構造に着目した思考課題が、子どもの算数的思考の基礎的な弱さを明らかにするうえで、有用であることを指摘できる。すなわち、低学年児童でも十分に理解できる文章問題で、数学における3種の母構造を軸にした文章問題を提示し、その子どもにおいて、文章中の明示箇所を理解することを確認できるにもかかわらず、文章問題を解決できないことを明らかにできれば、数学における3種の母構造に対応した関係性の把握が困難であることを推測できる。子どもたちは、数学的な構造を適切に把握しながら（たとえ直観的であっても）考えることにより、その問題を解決できる。したがって、その問題の解決は、問題の構造を把握したことを反映したものであると推測できる。算数的思考を通して文章題に登場している対象の相互の関係を位置づけて把握したことを推測できることから、ある種類の思考課題の解決は、その種類の数学的思考の構造を把握していると評価することは、妥当であると、本研究では、仮説的に考えた。

しかし、従来の算数文章題の研究では、数学の母構造に根差して問題作成をした研究は

見当たらない。Riley,Greeno,&Heller (1983)は、簡単な加法、減法から成る文章問題を設定し、子どもの文章題解決に影響を与える要因を検討した。つまりきの要因として、読み能力などの要因だけでなく、問題タイプの意味構造と未知数の位置を上げている。意味構造とは問題スキーマのことであり、足し算や引き算ができるというような手続き的知識をさすのではなく、数に関する概念を指している。また、年齢の違いによって獲得している問題スキーマが異なることを示し、問題が解決できるためには、部分-全体の関係や数の集合に関する知識の獲得が重要であることを示唆した。これらの問題スキーマは数学の母構造と深く関係している可能性が推測されるが、文章問題の数学的構造については明らかにしていない。

Piaget (1955) は、Bourbaki の 3 つの数学的母構造と人間の知能の操作のメカニズムの対応について研究し、形式的操作段階に達する前段階である具体的操作段階で獲得される思考の構造として、不完全で未分化な群・束構造である群性体モデルを考えた。しかし、そのモデルを基盤とした算数の文章問題は設定していない。

杉原 (1989) は、Piaget の群性体理論を応用した論理的思考の研究を行った。人形の操作による数的要素を含まない思考課題の実験を通して、群や束の構造をもつ論理的思考の発達過程を検討した。しかし、杉原の課題は具体物の操作課題であり、算数的概念を扱った算数文章題にはなっていない。

算数の応用問題であっても数学的な枠組みで構造が説明できないものは、数学的な思考問題とはいえない。数学的母構造に関する従来の知見をふまえ、その構造を反映させた数学的なフレームワークを導入することにより、数学的基本構造を把握するための算数的思考の能力を検出できる課題を設定することは有効であると考えられる。

本研究では、数学的母構造としての位相構造、順序構造、代数的構造を算数の文章問題に反映させた 3 種（集合分類、集合包摂、可逆）算数的思考課題を設定し (Table 1)、その内容を示した (Table 2)。さらに、3 種の算数的思考課題を数学的に解説した (Table 3)。設定した算数的思考課題と先行研究における数学的構造との関係を調べるために、

Bourbaki の数学的母構造との関係を Table 4 にまとめた。さらに、算数的思考課題の特徴的な構造について、数学者 (Bourbaki や Mac Lane) が示す数学的基本構造との対応 (Table 5(1))、心理学者である Piaget、言語認知学者である Lakoff が示す数学的基本構造との対応 (Table 5(2)、Table 5(3)) により整理を行った。

このように、本研究における算数的思考課題の集合分類 (クラス化)、集合包摂 (推移律)、可逆という 3 種の思考構造は、数学的には異なる事象の捉え方が必要である。このような 3 種の算数思考課題は、数学的なモデルにおいては相互に異なるものとして表すことが可能であり、基本的には各構造内においてその構造の中でしか存在しない数学的概念や、その構造に必要な数学的な考え方が特徴的に多く存在していることが示された。

したがって、子どもたちが基本的な数学の構造を理解しているかを検討するためには、3 種の思考構造を検出できるような算数的思考課題を実施する必要がある。小学校低学年でもわかるような易しい言語で、更には読み書き困難の可能性を排除するために教師が問題を読み上げる配慮をした上で、算数における基礎的な構造を把握していなければ解けないような文章問題を設定することは、算数的思考の異なるモジュールを検討することにつながると予測できる。健常児と算数困難を伴う LD 児の課題達成状況から算数文章題の背景にある算数的思考の特性を検討することが有効であろう。認知能力に偏りがある LD 児においては、3 種の問題の中で、あるタイプの問題は解けるが、ちがうタイプの問題は解けないというように、ある特定の種類の問題だけ解けないようなタイプが存在することが推測できる。健常児との比較において LD 児は遅れを示すのみならず、異なる機序を示す可能性が高いのではないだろうか。また、LD 児においては、同じ構造の問題においても、難易度の高い問題は解けるが、難易度の低い問題が解けないという現象が起こる可能性があるのではないだろうか。経験的にそういう答えに結びついているかもしれないが、易しい問題の構造を把握していなくても経験的にわかっているだけかもしれない。易しい課題が正解し、さらに難しい課題が正解している場合は構造を理解している可能性がある。しかし、易しい課題ができなくて難しい課題ができている場合には、構造を理解していなく

でも経験的に経験値から割り出している可能性が考えられる。健常児においては、そのようなケースは少ないことが推測されるが、認知能力にアンバランスさがある LD 児においては、苦手な能力を得意な能力で代替する方略を用いることで、健常児の示すパターンから外れる現象が起こることが考えられる。数学の母構造を反映した易しい算数の文章問題においてその構造を把握していないまま経験値の中で答えを出している可能性があるならば、その構造を使って解かなくてはならないその後の算数の学習において、大きなつまずきを示す可能性が高いことから、早期支援の必要性を指摘できる。

第 8 節 算数困難と読み障害

算数困難と読み障害との関連については従来国内外で研究されており、算数障害をもつ子どもの場合には読み書き障害も合併していることが多く、算数という特定領域のみが障害されている例は少ないと報告されている (Fletcher, Foorman, Boudousquie, Barnes, Schatschneider & Francis (2002)、Lembke, Hampton & Beyers (2012)、Robinson, Menchetti, & Torgesen (2002))。DSM-IV(1994)の「数学の障害の基準」によると、「数学の障害は、読み障害や書き障害とともに表れることがよくある」「数学の障害のみの発症率は、学習障害の 5 人におよそ 1 人と推定される。従って、数学の障害のみをもつ子どもは学齢児の 1 % と推定される」と記されている。Robinson, Menchetti, & Torgesen (2002) は、算数につまずきのある子どもの 43% は読みにもつまずきがあり、読みにつまずきのある子どもの 56% は、算数にもつまずきがあったことを報告している。

このように算数が苦手な子どもたちは、「読み (読解含む)」の弱さも併せ持つことも多いため、文章問題のできなさは、しばしば「読みの問題」として捉えられ、それから先の問題に発展しないことも少なくない。しかし、読みの困難を伴わない算数のみに困難があるタイプも存在することが指摘されており、算数困難のみの児童と、算数困難に読み困難を合併した児童との比較も数多く検討されている (Rourke & Finlayson, 1978; Jordan and Montani, 1997; Hanich, Jordan, Kaplan, & Dick, 2001; Jordan, Kaplan, & Hanich, 2002;

Jordan,& Hanich,2003)。Rourke & Finlayson(1978)は、算数のみにつまづきのあるタイプ (MD) は、読み、綴り、算数全てにつまづきがあるタイプ (MD/RD) や、算数はできるが読みと綴りにつまづきがあるタイプ (RD) に比べ、言語的、聴覚的認知は優れているものの視空間的な認知力が落ちていたと述べている。Jordan and Montani(1997)は様々な算数領域における読みの困難がもたらす影響について、読みと算数の達成テストの結果に基づき小学 3 年生の算数困難児を、算数のみの困難群 (MD 群)、算数と読みの困難群 (MD/RD 群)、読みのみの困難群 (RD 群) とに分け、同年齢の健常児との比較を行った。文章題の解決と加減算九九の想起の 2 課題が用いて時間制限条件と時間無制限条件を設定し、課題の基本的理解や方略適用に関連する困難と、すばやい想起に関連する困難を区別して検討した。その結果、MD 群は時間制限条件では健常児より成績が悪かったが、時間無制限条件では差がなかったのに対し、MD/RD 群はどちらの条件でも健常児より成績が悪いことが明らかになった。時間無制限条件においては、MD 群、MD/RD 群ともに、健常児群よりも代替方略に頼る傾向があることがわかり、MD 群は MD/RD 群以上に代替方略を巧みに使いながら健常児と同等の達成を示すことを明らかにした。以上より MD 群の不全は知識の検索に限定されているが、MD/RD 群は、問題の概念化や計算の実行に関連する、より基礎的な遅れがあると考察した。Jordan and Hanich (2000)の研究では MD、MD/RD、RD の 3 グループの LD 児における算数能力とその発達について検討し、MD/RD 児の不全は数学的思考における広範囲の欠陥であるのに対し、MD 児の場合は問題解決に限定した不全であることが示された。

さらに、年少児における算数能力の発達を縦断的に検討した一連の研究(Hanich et al,2001; Jordan ,Kaplan,& Hanich,2002; Jordan,& Hanich,2003; Jordan ,Kaplan,& Hanich,2003)では、2 年生から 3 年生にかけての読みと算数の発達を、発達曲線モデルにより分析した。その結果、2 年生では MD 児と MD/RD 児はほぼ同等であったが、2 年生後半では MD 児の成績が MD/RD 児を上回り、3 年生ではその差が更に広がった。一方、読みの発達では MD/RD 児と RD 児の間に差が見られなかったことから、MD 児の

もつ読み能力が、算数能力の発達に影響したと考えられる検討結果がみられた。また、MD 児は言語がかかわる領域では MD/RD 児より優れているが、その他の領域、すなわち数の大きさや視空間の処理、自動化が関与する領域では差がないと考察された。

このように、算数困難と読み困難の関連についてはこれまで検討されているが、算数困難の評価は計算や図形などを含む多様な内容を含む算数問題や標準化テストなどを用いてされているため、「算数的思考」の困難と「読み困難」との関係は明らかになっていない。算数的思考の困難と読み困難との関連について検討する必要があるだろう。

第9節 算数困難と実行機能

実行機能は遂行機能とも呼ばれ、将来の目標を達成するために、目的に関連する情報を処理し、非関連情報による干渉を抑えながら、適切な処理系列を計画し、目標達成の構えを維持する機能である。実行機能のモデルは諸説存在するが、実行機能には、反応抑制、作業記憶、計画、構えの変換（維持）、カテゴリーの切り替え、という5つの要素が含まれている(Pennington and Ozonoff,1996)。森口(2012)は、最近広く受け入れられているのは、Miyake, Friedman, Emerson, Witzki, Howerter & Wager (2000)のモデルであると指摘した。このモデルでは、実行機能は「抑制機能 (inhibition)」, 「シフティング (shifting)」 「アップデATING (updating)」の3要素から成り立つと捉えることができ、高次の認知的制御において特に重要だと主張した。

ワーキングメモリ (working memory:WM) やプランニングは算数との関連が指摘されている。Geary(2005)は、将来の MD 研究に焦点を当て、数、カウティング、および算数的な障害をよりよく理解するための概念的枠組みを提示した。それによれば、あらゆる領域の数学分野における能力は、「その領域の概念的理解」と実際の問題解決を支える「手続き的知識」に依存し、これらの概念的または手続き的な能力の障害は、根底にある中央実行系（実行機能）および（または）言語または視空間領域における情報の「表現」または「操作」システムの障害のために起こり得るとの説明している。WM と算数困難との関

連性については、Gathercole, Alloway, Willins, & Adams(2006)の研究がある。Gathercoleら(2006) は、WM・読み・算数能力との関係を、言語や記憶などの能力との関連性から検討した。行動的・情緒的問題を有していないが付加的教育支援を必要とする平均年齢 9 歳(6-11 歳)の子どもたち 46 名が参加し、Wechsler Object Reading Dimension (WORD) など数種類の言語、記憶、音韻などの検査を受けた。その結果、読み困難度は、複雑記憶(WMT B-C : 逆唱、点数え、リスニングスパンからなる児童用 WM テストバッテリーにより測定)、言語、音韻 STM、音韻覚知能力と関連していた。他方、算数困難度は、複雑記憶、音韻短期記憶(STM)、音韻覚知能力と関連していた。これらのことは、複雑記憶課題で示された WM スキルが、読みと算数の技術と知識の獲得において重大な制約となることを示唆している。また、Schuchardt, Maehler, and Hasselhorn,(2008)は、特異的学習障害(specific learning disorders)のある 27 名の子ども(2-7 学年)を対象とし、ディスレキシアと算数障害の有無を変数として WM 機能を調べた。その結果、算数障害では視空間記憶が、ディスレキシアでは音韻ループと中央実行部がそれぞれ障害されていたことを指摘した。中島・奥住・國分(2013) は、知的障害児におけるプランニングの弱さを報告している。中道(2013) は、WM に加えてプランニングと算数との関連についても検討した。小学 6 年生を対象に、算数問題解決、WM 容量、プランニング能力の測度として、全国学力・学習状況調査に基づいた算数文章題(基礎問題、応用問題)、リーディングスパンテスト、Porteus 迷路課題がそれぞれ用いられた。その結果、基礎的な文章題の遂行、WM、プランニング能力は応用的な文章題の遂行に有意に関連すること、そして、月齢と基礎的な文章題の遂行を統制した場合でさえ、WM やプランニング能力の寄与が持続することが示された。また、WM が相対的に小さい児童は問題文の誤読や計算ミスをする傾向があった。これにより、算数文章題の遂行における WM とプランニング能力の重要性が示された。プランニングを評価する代表的な課題にハノイの塔やロンドン塔がある。幼児を対象にした先行研究から、プランニングが 3 歳から 5 歳の間に発達的变化を遂げること、特に 5 歳以降になるとより複雑で柔軟なプランニングができるようになることが共通して指摘され

る。また、知的障害児・者におけるプランニングの研究では、課題成績が MA や CA から期待される成績より低い傾向があることが示され、健常児と同様なプランニングの発達段階を経るとは言い難いことが報告されている。特に、知的障害児・者の課題の成績は、パーソナリティや態度に大きく影響される懸念や(Masson, Dagnan, & Evans,2010)、個人によって各認知機能の発達にばらつきがあることに影響を受けている可能性が指摘されている(Danielsson, Henry, Messer & Ronnberg ,2012)。しかし、算数困難を伴う LD 児における算数的思考とプランニング能力については検討されていない。認知能力に偏りのある LD 児の算数的思考課題の成績を検討するにあたっては、プランニングの遂行レベルとあわせて検討する必要があるだろう。

LD 児の情報処理の特性は、WISC—III検査などにより評価されてきたが、情報処理の特性の偏りもまた、算数的思考の困難に関与することが推測される。情報処理の特性を考慮した問題提示によって LD 児の課題解決が促進されることが報告されている（熊谷，2000）。これより、LD 児において、算数的思考の困難と情報処理の特性との関係が指摘できるならば、情報処理の特性に配慮することで算数的思考の支援が可能になることが考えられる。読みや文の理解、プランニングに偏りが無いにもかかわらず、特定の思考課題が解決困難な事例が認められた場合、特定の算数的構造を把握する能力の弱さが推測できる。

第 10 節 算数困難を伴う LD 児の算数的思考の偏り（達成順序性）

計算と文章題における達成状況の乖離は、従来から多くの研究で指摘されてきた。計算では、アルゴリズム（algorithm）に関する知識を適用するが、文章題ではアルゴリズムが明示されず、ヒューリスティックス（heuristics）に関する知識の適用が多く求められる。アルゴリズムとは、一定の手続きに従えば必ず解決に到達する方法である。それに対して、ヒューリスティックスとは、「問題解決において必ず成功するという論理的必然性はないが、経験的にみて成功の確率が高いと思われる過程にそって思考を進める方法」であ

る（辰野，1997）。見通しをもち筋道を立てて考えることは、ヒューリスティックな思考と言える。LD 児ではヒューリスティックな思考について十分研究されていないが、認知能力に偏りがある LD 児は、ゴールにたどり着くために得意な能力を活用して独自の解決方法を使用している可能性が推測される。

LD 児の算数的思考能力の検討では、3 種の課題の達成状況による検討のみならず、課題を解くプロセスの検討も重要であろう。どの算数的思考が易しいのか、または難しいのかといった課題間の難易度を検討するためには、健常児における算数的思考の達成順序を明らかにすることが必要であろう。また、健常児の算数的思考の達成順序と LD 児事例の算数的思考課題の達成を比較し、どの程度、健常児の達成順序と異なるのか評価することで、LD 児の算数的思考の特徴をみることができだろう。もし、健常児の算数的思考課題の達成順序との異なりが多かった場合、算数的思考がアンバランスに発達し、偏りが生じている可能性が推測される。この偏りの大きさを LD 児において評価することで、LD 児における算数的思考の偏りの特徴を明らかにできると考えられる。熊谷（2016）は算数障害の背景要因として、認知能力のアンバランスを指摘している。計算は、手続きさえ踏まえば、概念的に理解できていなくても答えは出せることがある。そのため、数概念（基数性）の理解の困難については、通常の算数・数学の教科指導の中では非常に見えにくい部分であり、算数障害があっても手続きで、概念理解の困難さをカバーしている子どももいる。本研究において、ある種の難易度が低い課題ができなくても、別の種の難易度が高い課題が達成しているような、達成順序が健常児と逆転しているような可能性が LD 児には考えられる。健常児のパターンであれば、より基本的な算数概念を理解して次の課題へと理解が進むのに対し、きちんと基本概念を理解していなくても得意な認知機能を生かして代替的に難しい課題を解いている可能性があると考えられる。個々における課題達成順序の逆転現象（偏り）とその背景要因としての認知機能との関連を検討することにより、算数的思考が困難な LD 児に対する有効な学習支援の手がかりになる情報を得ることができると推測される。

人間が数学的構造を習得していくプロセスは、自然の事象の中で習得している可能性があり、その在り方というのは発達的な変化として捉えることができる。したがって、初期段階の算数的思考能力における発達的な基準から外れてくるということは、その後の学習の習得にかなり大きい影響を及ぼし、重篤な算数困難をひきおこすことが推測される。様々な発達的な遅れ方が認められる可能性が考えられるが、LD 児が基準値と異なる遅れの様相を示す場合には、異なる認知的要因が関与している可能性が予想される。

第 11 節 本研究の目的

以上より、本研究では、まず、通常学級における算数に困難をもつ子どもの学習能力（アカデミックスキル）の特徴に関する検討を行う（第 2 章）。次に、算数困難をもつ LD 児における算数的思考の特徴について、読みとプランニングの評価をふまえ、算数的思考課題の達成状況より検討する（第 3 章）。また、算数困難をもつ LD 児における算数的思考課題の達成順序性について、健常児と異なる達成順序を思考の偏りとして検討し、偏りの背景要因を認知能力との関連で検討する（第 4 章）。以上の検討に基づき、算数困難を伴う LD 児における算数的思考の特徴について明らかにすることを目的とする。

（注 1）

群（group） とは、有限または無限の要素 a, b, \dots の集合で、次の 4 つの条件を満たすものである。

- （1）合成：任意の 2 つの要素 a, b について、その結合 c ($=a+b$) が定まる。
- （2）結合： $a+(b+c)=(a+b)+c$ が成立する。
- （3）単位元：任意の要素に対して、 $a+e=e+a=a$ なる逆元 e が存在する。
- （4）逆元：任意の要素 a に対して、 $x \cdot a=e$ なる逆元 x が存在する。

束（lattice） とは、1 つの集合の任意の 2 要素 a, b について、結び（meet ; $a \cup b$ ）、交

わり (join ; $a \cap b$) とで表わされる要素が存在し、次の3つの属性を満たすものである。

(1) 交換 : $a \cup b = b \cup a$, $a \cap b = b \cap a$

(2) 結合 : $a \cup (b \cup c) = (a \cup b) \cup c$

(3) 吸収 : $a \cup (a \cap b) = a$, $a \cap (a \cup b) = a$

Piaget は束構造もまた、論理的思考構造の論理モデルとなりうるとした。論理的思考の本質的な特質は、仮説演繹的という点である。束構造は、集合の順序関係を問題にしており、この順序関係とは、「集合の分類」 ($A \cap B$, $A \cup B$) や「集合の包摂関係」 ($A \subset B$, $B \subset C$ ならば $A \subset C$) のような順序関係をまとめた思考構造である。

(注2)

Piaget は、群構造を論理的思考構造の論理モデルとなりうるとした。群構造は操作そのものを問題にしており、一度行った操作を反対の操作を行うことによって元に戻すことができるという要素間の操作にあたる「可逆性」や、2つの操作のうちどちらを先に行っても結果は同じになる「結合性」を備えた構造体系である点を特徴とした思考構造である。

Piaget は群の構造と束の構造の属性を混合した「群性体」モデルを考えた。

群性体は5つの条件を満たす。

(1) 群性体に属する任意の2個の要素を定められた操作によって結合した時、得られる要素は、この群性体に属する (合成性)。

(2) すべての操作には、その逆操作が存在する (可逆性)。

(3) どの要素とどの要素とを先に結合するかは、結果に影響しない (結合性)。

(4) ある操作は、その逆方向の操作と結合すれば0になる (一般的同一性)。

(5) 同じ操作を繰り返しても変化は起こらない (同義性「特殊同一性」)。

(1) ~ (4) は群構造の属性であり、(1), (3), (4), (5) は束構造の属性である。

つまり群性体とは、一部分が群、一部分が束である群と束の混合体である。

(注 3)

順序集合

集合 A に、次のような条件（順序の公理と呼ばれる）を満たす二項関係 \leq が定まっている時、対 (A, \leq) のことを**順序集合** (ordered set) という。

反射律 (reflexivity): 任意の元 a について $a \leq a$ が成立。

推移律 (transitivity): $a \leq b$ かつ $b \leq c$ ならば $a \leq c$ が成立。

反対称律 (antisymmetry): $a \leq b$ かつ $b \leq a$ ならば $a = b$ が成立。

この二項関係のことを**順序関係**（または**順序**）という。文脈によっては 1 や 3 を条件に入れないこともある。

$a \leq b$ を「 a は b と等しいかまたは小さい」または「 b は a と等しいかまたは大きい」などと読む。これは $b \geq a$ とも書く。 $a \leq b$ かつ $a \neq b$ である時、単に $a < b$ （または $b > a$ ）と書き、「 a は b より小さい」または「 b は a より大きい」と読む。

1 の反射律はあまり説明を要さない。2 の推移律はいわゆる三すくみが起こることはない、ということを示している。3 の反対称律は等号と不等号を関係付けるものである。

全順序集合

順序集合 (A, \leq) が更に次の条件を満たすとき、 (A, \leq) のことを**全順序集合** (totally ordered set) という。この順序(関係)のことを**全順序(関係)**あるいは**全体的順序** (total order) もしくは**線形順序** (linear order) という。

完全律 (totalness): A の任意の元 a, b について $a \leq b$ か $b \leq a$ のどちらかが成り立つ。これは、 A の任意の元が、順序関係 \leq によって必ず「比べられる」ということを示している。

必ずしも全順序ではない場合、特にそのことを強調して順序を**半順序関係** (partial order relation)、集合を**半順序集合** (partially ordered set) と呼ぶこともある。

Table 1 算数的思考課題

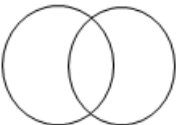

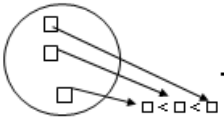
文章問題 (事象の抽象化 一般化)	集合と集合の 関係 (包摂関係)	ベン図構造		問題	
				問題1	にわに、バラとチューリップ 2しゅるいの花がさいています。 赤いバラが2本、白いバラが4本、赤いチューリップが3本、 白いチューリップが5本あります。 ①バラの花は ぜんぶで 何本 さいていますか。 ②赤い花は ぜんぶで 何本 さいていますか。
				問題2	こうえんで 小学生が あそんでいます。 1年生は5人、2年生は9人 います。 ①1年生と2年生では、どちらが 何人 おおいですか。 ②1年生の女の子は3人でした。1年生の男の子は何人ですか。 ③1年生と2年生の女の子をあわせると 7人でした。 2年生の男の子は 何人ですか。
				問題3	3人できょうそう しました。 よしこさんは たかしくんより おそかった。 まさおくんは よしこさんより おそかった。 では、いちばん はやかったのは だれでしょう。
				問題4	赤、青、白の3本のテープがあります。 赤いテープは 青いテープより 長く 白いテープは 青いテープより みじかかった。 長い順に テープのいろを かきましょう。
	集合の 要素と要素の 2項関係 (大小関係)			問題5	はるこさんは 300円もって 2つのお店にかいものいきました。 パンや> サンドイッチをかったので、のこりは50円に なりました。 ぶんぼうくや> 100円のノートを買ったので、 のこりは200円になりました。 ①はるこさんが はじめにいったおみせは どちらですか。 ②サンドイッチのねだんは いくらでしょう。
				問題6	なおこさんは 500円もって 3つのお店にかいものいきました。 ケーキや> シュークリームと100円のクッキーをかったので のこりは10円になりました。 ぶんぼうくや> 30円のえんぴつを1本と120円のノートを 1つ買ったので、のこりは350円になりました。 ゆうびんきょく> 50円の切手を2まいかったので、のこりは 250円になりました。 ①なおこさんがいった お店のじゅんばんを かきましょう。 ②シュークリームのねだんは いくらでしょう。

Table 2 算数的思考課題の内容

<p>「集合分類」課題 （問題 1、問題 2）</p> <p>包括関係に基づく半順序構造の課題であり、集合の要素の不必要な属性を捨象し、必要な属性に注目して、カテゴリー分類によるクラス化を行う。次に、そこにはたらいっている属性を全て捨象し、外部から導入した新しい操作としての系列化の原理を介入させ、数の演算操作を行う。</p>
<p>「集合包摂」課題 （問題 3、問題 4）</p> <p>包括関係に基づく全順序構造の課題であり、集合に速さや長さなどの量概念を持ち込むことにより、推移律により演繹的に順序関係を推論する。</p>
<p>「可逆」課題 （問題 5、問題 6）</p> <p>数の大小関係と時間という数量概念について、それらの関係を、可逆思考により推論する。さらに、その推論から数の演算操作を行う。</p>

Table 3 算数思考課題の数学的解説

集合分類の問題 <問題 1 の解説>

$F = \{R \text{ (バラ)}, T \text{ (チューリップ)}\}$: 花の種類集合

$C = \{r \text{ (赤)}, w \text{ (白)}\}$: 色の種類集合

N : 自然数の集合

このような集合を考えたとき、本問題の設定は 3 つの集合の直積 : $F \times C \times N$ の

部分集合 X ($X \subset F \times C \times N$) $X = \{(f, c, n) \mid f \in F, c \in C, n \in N\}$

の問題と考えることができる。

①バラの花の本数を求める問題は、

集合 X に次の関係 \sim_1 (同値関係 1) を入れて類別をすることになる

$$(f, c, n), (f', c', n') \in X \text{ に対して、} (f, c, n) \sim_1 (f', c', n') \Leftrightarrow f = f'$$

すなわち、花が同じなら同じ類に入ることである。

同値関係 \sim_1 によってできる商集合 $X/\sim_1 = \{R, T\}$ とすると、

$R = \{(R, r, 2), (R, w, 4)\}$, $T = \{(T, r, 3), (T, w, 5)\}$ である。

本問題はこのように、類別してできた R の中から数の部分を取り出して加えることになる。

②赤い花の本数を求める問題も同様である。

集合 X に次の関係 \sim_2 を入れて類別をすることになる

$$(f, c, n), (f', c', n') \in X \text{ に対して、} (f, c, n) \sim_2 (f', c', n') \Leftrightarrow c = c'$$

すなわち、色が同じなら同じ類に入ることである。

同値関係 \sim_2 によってできる商集合 $X/\sim_2 = \{r, w\}$ とすると、

$r = \{(R, r, 2), (T, r, 3)\}$, $w = \{(R, w, 4), (T, w, 5)\}$ である。

本問題はこのように、類別してできた r の中から数の部分を取り出して加えることになる。

◆、集合分類の課題は、与えられた直積の部分集合から「属性が同じ」と言うことに着目し、集合を分割していく問題と捉えることができる。

集合の包摂の問題 <問題3の解説>

きょうそうした3人のかかった時間の集合を $L_0 = \{y, t, m\}$ 、 $L_0 \subset \mathbb{R}$ (実数) とする。

(y : よしこのかかった時間、 t : ただしのかかった時間、 m : まさおのかかった時間)

ただし、本問題では具体的な時間の数値は書かれていないため、 y, t, m はある幅を持った時間として考えられる。

速さは競争している時間と考えると

$Y = \{x \mid 0 < x \leq y\}$, $T = \{x \mid 0 < x \leq t\}$, $M = \{x \mid 0 < x \leq m\}$ と表すことができる

$L = \{Y, T, M\} \subset \mathbb{R}$ (実数) とすると、 (L, \subset) は順序集合 (注3) となる。

問題文に書かれている集合間の関係より、 L の要素の2項関係の順序が定まり、

$Y \supset T$, $M \supset Y$ から $M \supset Y \supset T$ を想起する問題である。

- ◆ 集合の順序は与えられていて、順序のルール (推移律) に従って順序間の関係を繋げる問題と捉えることができる。

可逆思考問題 <問題 5 解説>

① $X=\{e,n,s\}$ を買ったものの集合とする。

e : 買ったものがなし (empty) 、 n : ノート、 s : サンドイッチ

$A=\{300,200,50\}$ は残金の集合とする。

ここで考えるのは、 $\mathbf{X} \subset X \times A$ (買ったものの集合と残金の集合の直積の部分集合) で、問題文より $\mathbf{X} = \{(e,300),(n,200),(s,50)\}$ である。

\mathbf{X} には順序の構造 \geq が次のように入っている。

$$(a,b) \geq (a',b') \Leftrightarrow b \geq b'$$

この順序は金額 A に関する整数の順序を満たす順序関係 \leq を定めたものであるが、これが可逆的に時間軸をさかのぼって、残金が少ないほど後買ったということに気づき行った店の集合 $L=\{\text{パンや、ぶんぼうぐや}\}$ の順序と対応できるかがポイントである。

$$(\mathbf{X}, \geq) \rightarrow (L, \geq)$$

◆可逆的思考により集合の要素間の順序を作る問題と捉えることができる。

② 残金の集合 A から、使った金額の集合 B

$$B=\{a-b \mid a>b, a,b \in A\} \text{ を導出できる。}$$

買ったものの集合 X から、買ったもののべき集合 2^X の部分集合 Y

$$Y=\{\{n\},\{s\},\{n,s\}\} \subset 2^X \text{ を導出できる。}$$

ここで $\mathbf{Y} \subset Y \times B$ (\mathbf{Y} は買ったものと使った金額の直積集合の部分集合) とすると

$$\mathbf{Y} = \{(\{n\},100),(\{s\},150),(\{n,s\},250)\} \text{ となる。}$$

本問では可逆的思考により A から B の導出 ($A \rightarrow B$)、 X から Y の導出 ($X \rightarrow Y$) により、 B と Y から \mathbf{Y} の導出 ($B \rightarrow \mathbf{Y}$ 、 $Y \rightarrow \mathbf{Y}$) が重要なポイントとなる。

◆可逆的思考により直積の部分集合を作る問題と捉えることができる。

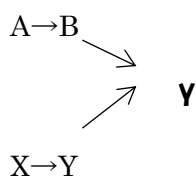


Table 4 算数思考課題と Bourbaki の数学的母構造との関係

<p>1 集合分類の問題（位相構造として捉えられる）</p> <p>$F = \{R, T\}$ に \emptyset と全体集合 X を付けくわえた集合 $F' = \{\emptyset, R, T, X\}$ は開集合族である。</p> <p>同様に C に \emptyset と全体集合 X を付けくわえた集合 c' も開集合族である。</p> <p>このように、集合分類の問題は、思考の対象 X に位相構造を与える部分を含んでいる。</p> <p>また、最終的な結果を求めるには代数的構造としての加法が必要である。</p>
<p>2 集合包摂の問題（順序構造として捉えられる）</p> <p>これは $X \times X$ の関係 R を \geq あるいは \supset と考えれば順序の構造の把握が必要である。</p>
<p>3 可逆思考の問題（代数構造として捉えられる）</p> <p>順序の構造の把握が必要であるが、それに加えて、逆元の存在する群の構造（代数的構造）としての加法が必要である。</p>

Table 5 (1) 算数思考課題と Bourbaki・Mac Lane の数学的構造との対応関係

番号	Mac Lane による活動、アイデア、定式化			Bourbaki による母構造	集合分類 問題1, 2	集合包摂 問題3, 4	可逆 問題5, 6
	活動	アイデア	定式化				
1	集める	集まり	(元の)集合	集合	○		
2	勘定する	1つ次のもの	後者、順序、順序数	順序、代数	○	○	
3	比較する	番号付け	全単射、基数	順序、代数		○	○
4	計算する	(数の)結合	加法規則、乗法規則、アーベル群	代数	○		○
5	並べ替える	置換	全単射、置換群	代数			○
6	時間を測る	前後	全順序	順序			○
7	観察する	対称性	変換群	代数			
8	形づくる	図形、対称性	点の集まり	集合			
9	測る	距離、広がり	距離空間	位相		○	
10	動く	変化	剛体運動、変換群、変換率	代数			○
11	評価する(1)	近似	連続性、極限	位相			
12	評価する(2)	近接	位相空間	位相	○		
13	選び出す	部分	部分集合、ブール代数	順序		○	
14	論証する	証明	論理結合記号	順序、代数			
15	選び取る	機会	確率	代数			
16	引き続く動作	後続	合成、変換群	代数			○

Table 5 (2) 算数思考課題と Piaget の群性体理論との対応関係

	分類 (準順序関係)	包摂 (全順序関係)	可逆性 群構造	数演算操作 群構造
集合分類1-①	○			○
集合分類1-②	○			○
集合分類2-①	○			○
集合分類2-②	○		○	○
集合分類2-③	○		○	○
集合包摂3		○		
集合包摂4		○		
可逆思考5-①			○	
可逆思考5-②			○	○
可逆思考6-①			○	
可逆思考6-②			○	○

Table 5 (3) 算数思考課題と Lakoff の概念メタファとの対応

	集合分類	集合包摂	可逆
Lakoffにおける4つの 基礎付けメタファ	問題1, 2	問題3, 4	問題5, 6
a 物の集まり	○	○	○
b ものを組み合わせる	○		○
c 物差しを使う		○	
d 空間内を移動する			○

第 2 章

算数困難を伴う LD 児の学習能力（アカデミックスキル）の
特徴に関する検討

1. 目的

DSM-IVや多くの研究者が「算数障害の子どもは算数学習のみに問題を有する例は少なく、読み書きの障害を併することが多いことを指摘している（Johnson and Myklebust,1967; 熊谷,2000; 東原,1996）。算数困難の要因を明らかにするためには、算数の困難が「読み」「書き」の困難から生じているのか、あるいは「読み」「書き」ができても特異的に算数の困難が見られるのか、またそれは算数のどのような領域内容で起こりやすいのかということをまず明らかにしなければならない。そのためには、算数困難と「読み」「書き」困難が、どのような関係で生じているのかを検討が必要であり、学習到達度を診断する学力テスト（CRT-II）を用いた検討することが求められる。具体的には、LD児を対象として、算数困難の内容と、「読み」「書き」困難の内容を調査し、「読み」「書き」困難の程度と、算数困難の領域の関係について検討する研究が必要とされる。そこで、通常学級に在籍する児童・生徒を対象に算数困難児をスクリーニングし、標準学力検査の観点別の到達度による指標を用いて、算数の総合到達度と読み書き困難との関係、算数の内容領域（「数概念」「計算」「量と測定」「図形」「数量関係」）の成績と読み困難との関係、算数の総合到達度と観点別評価（「考え方」「表現処理」「知識理解」）との関係を検討することにより、算数困難児の学習能力（アカデミックスキル）の特徴を明らかにする。

2. 方法

2.1 対象児

東京都近郊にある小学校の言葉の教室（計4箇所）に協力を得て、標準学力検査を実施した。言葉の発達の遅れ、学習の遅れ等の理由により指導に通っている児童のうち、構音障害、難聴の児童は除外した。その中で、WISC-IIIの群指数のいずれか1つは70以上（知的遅れを伴わないものとする）である70名（小1～小6）の児童を検討の対象とした。学年の内訳は、1年生3名、2年生8名、3年生19名、4年生17名、5年生15名、6年生8名である。

2.2 調査課題

学習能力検査として教研式標準学力検査（C R T－Ⅱ）の算数と国語を実施した。実施と利用の手引き(辰野・北尾,2005)によれば、本検査は、目標基準準拠検査として標準化された学力検査である。通常、学力検査は概観検査と診断検査に分類することができるが、本検査は指導要録における「評定」のような教科を総合的にとらえた概観検査と、「観点別学習状況」のように教科を分析した下位概念についての診断検査の両方の資料を提供できるよう作られている。

2.3 評価方法

評価方法は、各観点ごとに個人の得点を指数に換算し、指数から観点別評定を算出する。また指数の合計を観点数で割って教科全体の評定を算出することができ、教科全体についての到達度の目安が求められる。

問題の実施学年は、文部省（1999）のLDの判断基準に基づき、2・3年生は1学年下、4年生以上は2学年下の学年の検査を実施した（ただし1年生については当該学年の検査を実施した）。その評定をもとに、算数全体の評定と3種の観点別評定（①数学的な考え方、②数量や図形についての表現・処理、③数量や図形についての知識・理解）を算出した。評定の基準は1（努力を要する）、2（おおむね満足）、3（十分満足）の3段階である。本研究において、算数全体の評定が1か2の児童については、実施学年（つまり実際の学年より1～2学年下）の学習能力に到達していないとして「算数困難」と定義した。先に述べたように、算数に特異的な困難を示す算数障害児の数は比較的少なく、読み書きなどの困難を併せ持つ児童生徒の方が多いと考えられるため、今回の研究では特異的な障害に限定せず、知的な遅れが見られないにも関わらず算数の学習が困難な者を対象とした。国語についても同様に5種の観点別評定の中の2種（「読む能力」「書く能力」）の評定が1か2であった場合は、「読み困難」「書き困難」または「読み書き困

難」として定義した。さらに、同一検査から算数領域別の得点率を算出するため、各学年の問題を5つの算数領域「数概念」「計算」「量と測定」「図形」「数量関係」に再分類し、問題数に応じて得点率を算出した。分類の基準は、検定教科書会社が出版している「領域別系統表」による領域設定と内容分類に基づいた。

2.4 分析

2.4.1 算数困難と読み・書き困難との関係

①読み困難と書き困難の併存性

「読み」の総合到達度の各評定（1～3群）における人数と「書き」における総合到達度の各評定（1～3群）の人数のクロス集計表を作成し、独立性の検定により、「読み能力」と「書き能力」2つの能力の間に関連があるか検討した。

②算数困難と読み困難の併存性

「算数」の総合到達度の各評定（1～3群）における人数と「読み」における総合到達度の各評定（1～3群）の人数のクロス集計表を作成し、独立性の検定により、「算数能力」と「読み能力」の2つの能力の間に関連があるか検討した。

③算数困難と書き困難の併存性

「算数」の総合到達度の各評定（1～3群）における人数と「書き」における総合到達度の各評定（1～3群）の人数のクロス集計表を作成し、独立性の検定により、「算数能力」と「書き能力」の2つの能力の間に関連があるか検討した。

2.4.2 算数の5種の内容領域（「数概念」「計算」「量と測定」「図形」「数量関係」）の成績と読み困難との関係

①算数困難と算数の内容領域別平均得点率との関連

算数困難群と非算数困難群における算数の5種の内容領域別平均得点率の差についてt検定により比較検討した。

②算数の内容領域の成績と読み困難との関係

算数困難群と非算数困難群において、読み困難を伴う群と伴わない群に分類し、各算数領域における平均課題得点率の特徴を検討した。

2.4.3 算数の総合到達度と5種の観点別評価（算数3観点「考え方」「表現処理」「知識理解」、国語2観点「読み」「書き」）との関係

①算数困難群と非算数困難群(2群)における5種の観点別評定の差に関する検討

算数困難群と非算数困難群における算数の3種の観点（①数学的な考え方、②数量や図形についての表現・処理、③数量や図形についての知識・理解）と国語の2種の観点（①書き能力②読み能力）の計5種の算数と国語の観点別評定の差について、t検定により比較検討した。

②算数の総合到達度が評定1～3の3群間での算数と国語の5種の観点別評定の差について一元配置分散分析により検討した。

③算数の総合到達度の評定1～2群間における算数の観点別能力の判別

より強い算数困難を引き起こしている算数の学習能力について調べるため、算数の3種の観点別評定における判別分析により、算数の総合到達度が1群と2群を区別するのに影響の大きい算数の観点別能力について検討した。

3. 結果

実施対象者70名に関して、算数困難児と非算数困難児、および算数の全体評定1～3の学年ごとの人数を、Table6に示した。「読み」と「書き」、「算数」と「読み」、「算数」と「書き」に関する総合到達度の各評定（1～3群）における人数のクロス集計表をTable7に示した。

3.1 算数困難と読み・書き困難との関係

①読み困難と書き困難の併存性

人数比による独立性の検定の結果、読み能力と書き能力の間には 1%水準で有意な関係が見られた ($\chi^2(4, N=70)=31.7015, p<0.01$)。

②算数困難と読み困難の併存性

人数比による独立性の検定の結果、算数能力と読み能力の間には 1%水準で有意な関係が見られた ($\chi^2(4, N=70)=34.6368, p<0.01$)。

③算数困難と書き困難の併存性

人数比による独立性の検定の結果、算数能力と書き能力の間には 1%水準で有意な関係が見られた ($\chi^2(4, N=70)=32.1020, p<0.01$)。

クロス表の結果は、table 7 に示した。

3.2 算数の 5 種の内容領域（「数概念」「計算」「量と測定」「図形」「数量関係」）の成績と読み困難との関係

①算数困難と算数の内容領域別平均得点率との関連

算数困難群と非算数困難群(2 群間)における算数の 5 種の内容領域別平均得点率の差について t 検定により比較検討した。その結果、全ての領域において、算数困難群と非算数困難群の平均得点率に有意な差がみとめられた。算数困難児は全ての領域で得点が低く、非算数困難児は全ての領域で高得点を示した (Fig.1)。

②算数の内容領域の成績と読み困難との関係

算数の各領域における算数困難群と非算数困難群の成績を、読みが困難な者と読みが困難でない者とに分けて検討した。

数概念：算数困難児においても読みの能力が高群では、低群より数概念の領域の得点が高い。数概念の課題は読みの能力の影響が大きいといえる。

計算：算数困難児では、読みの能力が高群においても低群と計算の領域の得点は変わらない(低い)。計算の課題は読みの能力の影響をうけにくいといえる。

量と測定：算数困難児では、読みの能力が高群においても低群と量と測定の領域の得点

は変わらない(低い)。量と測定の課題は読みの能力の影響を受けにくいといえる。

図形:算数困難児においても読みの能力が高群では、低群より図形の領域の得点が高い。

図形の課題は読みの能力の影響が大きいといえる。

数量関係:算数困難児においては読みの能力が高群においても低群と数量関係の領域の

得点は変わらない。数量関係の課題は読みの能力の影響を受けにくいといえる。

このように、「数概念」と「図形」領域に関して、算数困難群では、読み困難な者で成績が低かった。非算数困難群では、読み困難な者と非読み困難な者とで成績が異ならなかった。他方、「計算」「量と測定」「数量関係」に関しては、算数困難群・非算数困難群ともに、読み困難な者と非読み困難な者とで成績が異ならなかった。

3.3 算数の総合到達度と5種の観点別評価（算数3観点「考え方」「表現処理」「知識理解」、国語2観点「読み」「書き」）との関係

①算数困難群と非算数困難児の観点別評価の平均の差について

算数困難群と非算数困難群において、算数の3種の観点（①数学的な考え方、②数量や図形についての表現・処理、③数量や図形についての知識・理解）と国語の2種の観点（①書き能力②読み能力）の計5種の算数と国語の観点別評価の平均の差をt検定により比較検討した。その結果、算数困難群は非算数困難群よりも全ての観点において低く、1%水準で有意差が見られた（Fig.2）。

②算数の総合到達度（1～3群）における算数・国語の観点別評価の平均の差について

算数の総合到達度が評価1～3の3群間での算数と国語の5種の観点別評価の平均の差について一元配置分散分析により検討したところ、5観点全てにおいて1%水準で有意な主効果がみられた（Table8）。Tukey法による多重比較の結果、算数の3種の観点（考え方、表現処理、知識理解）全てにおいて1群と2群、2群と3群の間で観点別評価の平均の差に有意差が見られた。しかし、国語の2観点（「読み」と「書き」）については、2群と3群の間では1%水準で有意差が見られたものの、1群と2群の間

に有意差は認められなかった(Fig.3)。

③算数の総合到達度の評定 1～2 群間における算数の観点別能力の判別

より強い算数困難を引き起こしている算数の学習能力について調べるため、算数の 3 種の観点別評定における判別分析により、算数の総合到達度が 1 群と 2 群を区別するのに影響の大きい算数の観点別能力について検討した。判別関数に関する集計結果および判別クロス表と判別率を Table9、Table10 に示した。標準化された線型判別関数における 3 つの標準化された係数を比べると、「数学的思考」の係数が大きいことから、算数評定 1 群と 2 群を判別する上で影響力がある説明変数は「数学的思考」であることが示された。

4. 考察

本研究では算数の困難の背景を検討するために、算数困難が教育的基準における国語の「読み」「書き」の困難とどのような関連があるのか、あるいは「読み」「書き」ができていても特異的に算数の困難が見られるのかについて調べた。さらにその困難は、算数のどのような内容領域（「数概念」「計算」「量と測定」「図形」「数量関係」）や観点別能力（考え方、表現処理、知識理解）で起こりやすいのかということを検討した。具体的には、算数の到達度と読み書きの成績との関連や、算数の内容領域（「数概念」「計算」「量と測定」「図形」「数量関係」）との関連、さらには算数の観点別能力（考え方、表現処理、知識理解）との関連について検討した。

まず、本研究における算数の到達度と読み書きの成績との関連結果は、読み能力と書き能力、算数能力と読み書き双方の能力との間に強い関係があることが明らかになった。算数の総合的な能力に、読み・書き能力の影響が大きく関わっていることは、DSM-IV の記述や多くの先行研究(Rourke & Finlayson(1978)、Jordan and Montani(1997)、Hanich, Jordan, Kaplan & Dick (2001,2002,2003))においても指摘されている。今回の調査は標準学力テストによる分析であるため、算数や国語の総合的な力の関連が認められたといえる。

ついで、読み書き能力と算数内容の領域との関連について検討するために、まず、学習到達度を診断する学力テスト（C R T－Ⅱ）内の問題を内容領域別に再構成し、領域別正答率を算出した。これにより、非算数困難児が算数のどのような領域で高い得点をとれるのか、算数困難児が算数のどのような領域で得点しにくいのかということを検討した。その結果、算数困難児は全ての領域で得点が低く、非算数困難児は全ての領域で高得点をとっていることがわかった。次に、算数—読み能力と算数内容領域の関係を検討するため、算数困難と非算数困難群それぞれにおいて、読み困難を伴う群と伴わない群に分類し、算数困難群と非算数困難群において、読みの能力の違いにより算数領域ごとの正答率はどのような違いがみられるか検討した。その結果から、「計算」「量と測定」「数量関係」の領域においては、算数が困難な子どもは読みの能力が高い群でも得点率は変わらないことから、これらの領域の学習は読みの能力の影響をうけにくく、逆に、たとえ読みの問題が改善しても各領域の課題が解けるようになるとはいえないことが予測される。一方、「数概念」と「図形」領域では、読みと算数が困難な子どもでも読みの能力が高い群では得点率も高く、読みの能力が低い群では得点率が低かったことから、読みの能力の影響が大きいと推測された。算数障害と読み障害を併せ持つ子どもと、算数障害のみの子どものみでは、算数困難の内容が異なり、算数障害のみの子どものみは言語がかかわる領域で、算数障害と読み障害を併せ持つ児より成績が優れるが、数の大きさや視空間の処理、自動化が関与する領域では差がないことが報告されている(Hanich et al,2001;Hanich,2002; Jordan& Hanich,2003; Jordan, Hanich & Kaplan,2003)。本研究結果との関連としては、「数概念」は言語的な理解と密接な関係があることから、読みの能力に関係することが推測でき、「計算」は自動化する能力、「量と測定」「数量関係」は「数の大きさ」や「視空間の処理」などに関連していると考えられる。「図形」領域は、視空間の処理とも関係していると思われるが、問題文の中に説明文を含むため、読みの影響を受ける結果につながった可能性がある。先行研究においても研究者によって「図形」課題の定義の違いが結果に反映された

可能性が考えられるため、読み困難と「図形」領域との関係については、「図形」課題の内容を含めて、今後検討する必要がある。

ついで、算数の総合到達度と観点別能力（考え方、表現処理、知識理解）との関連について検討した。算数困難群と非算数困難群の間、また、算数の総合到達度が評定2群と評定3群間での5種の観点別平均評定に差があったことは予測されたことであるが、算数困難群の中の比較において、算数困難がやや弱い群（評定2群）とより困難が強い群（評定1群）の間には、読み書き能力の有意差は認められなかったことは予想外の結果であった。算数の困難が読み書きの困難のみを背景とするならば、算数困難の程度に応じて読み書き能力の成績も連動するはずである。しかし、本結果は、算数困難における読み書き困難以外の要因の可能性を示唆している。そこで、算数困難がやや弱い群（評定2群）とより困難が強い群（評定1群）を分けるのに一番大きな要因となっている算数の下位能力をしらべるため、両群間で算数の3種の観点別能力の成績について、判別分析を行った。その結果、より強い算数困難を引き起こす原因となっている数学的スキルは「数学的考え方」の能力であることがわかった。海津（2002）は学力—認知モデルの研究において、算数困難児は、既存の知識を根拠に論理的に推論を用いるような内容は困難であると述べており、服部・上野（2002）は、算数困難児は「論理的な思考」を要する困難が大きく、算数学力全体を通じて大きなつまずきの特徴を示していると説明している。さらに、海津（2016）は、3群（算数困難(MD)群、高学力(HA)群、低学(LA)群）を比較検討した結果、学力検査算数得点のMD群とLA群間の差において、「数学的な考え方」得点に有意傾向が見られたと報告している。このことは、学力全体が低い子どもと比べて、算数が低い子どもの場合、特徴として数における技能のような自動化され得る能力ではなく、「数学的な考え方」に弱さがあるということを示すものであり、本研究の結果と重なるものである。すなわち、算数困難の中でもさらに深刻な遅れの認められる子どもの中には、算数的思考の弱さの問題が潜んでいる可能性があるため、読みや手続き的スキルのつまずきをカバーしても困難の解決につながらないケースが存在することが考えられ、彼らにおいては「数学的考え方」

や「算数的思考能力」を身につけることが必要であると推測できる。

以上より、本研究の結果は、読み書きスキルが算数能力に大きな影響を与えていることを示す一方で、算数困難をもたらすアカデミックスキルは読み書きの困難のみが関与するものではないことを示すものであり、「数学的思考方」についての検討が必要であることが指摘できる。

Table 6 算数総合到達度の各評定における学年の人数

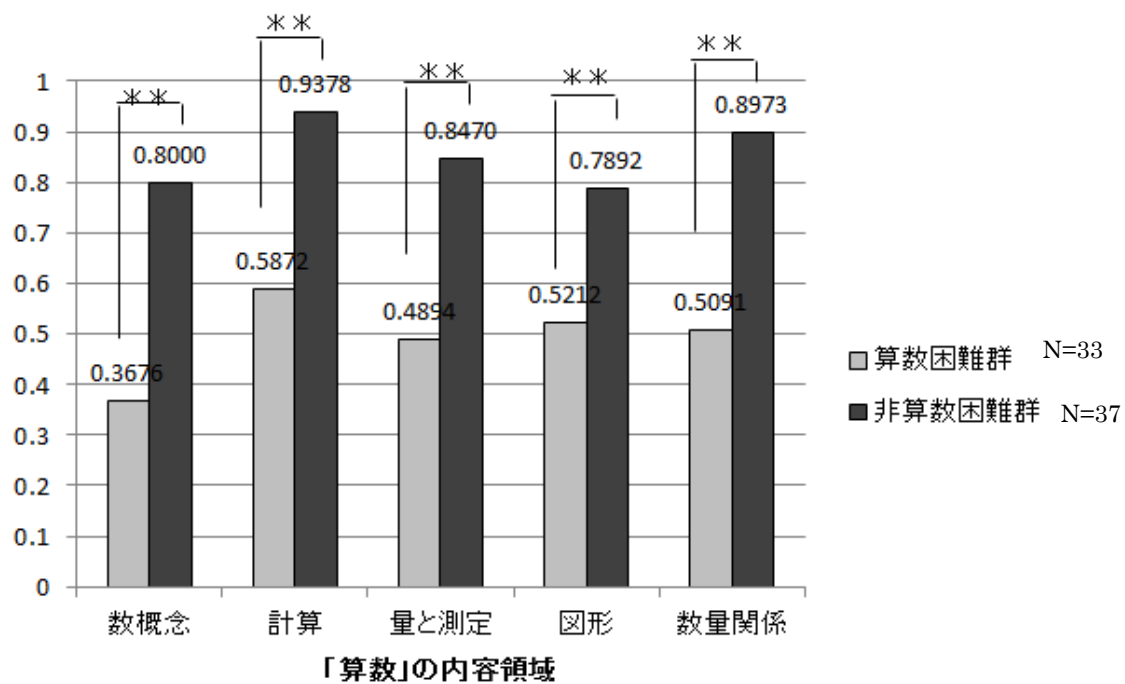
(人)				
学年	算数困難群		非算数困難群	
	評定 1	評定 2	評定 3	
1 年	1	1	1	3
2 年	0	5	3	8
3 年	2	5	12	19
4 年	2	5	10	17
5 年	3	3	9	15
6 年	6	0	2	8
計	14	19	37	70

Table 7 読み能力・書き能力・算数能力の関係（クロス表）

		書く力			合 計
		1	2	3	
読む力	1	18	3	2	23
	2	12	6	7	25
	3	1	3	18	22
	合 計	31	12	27	70

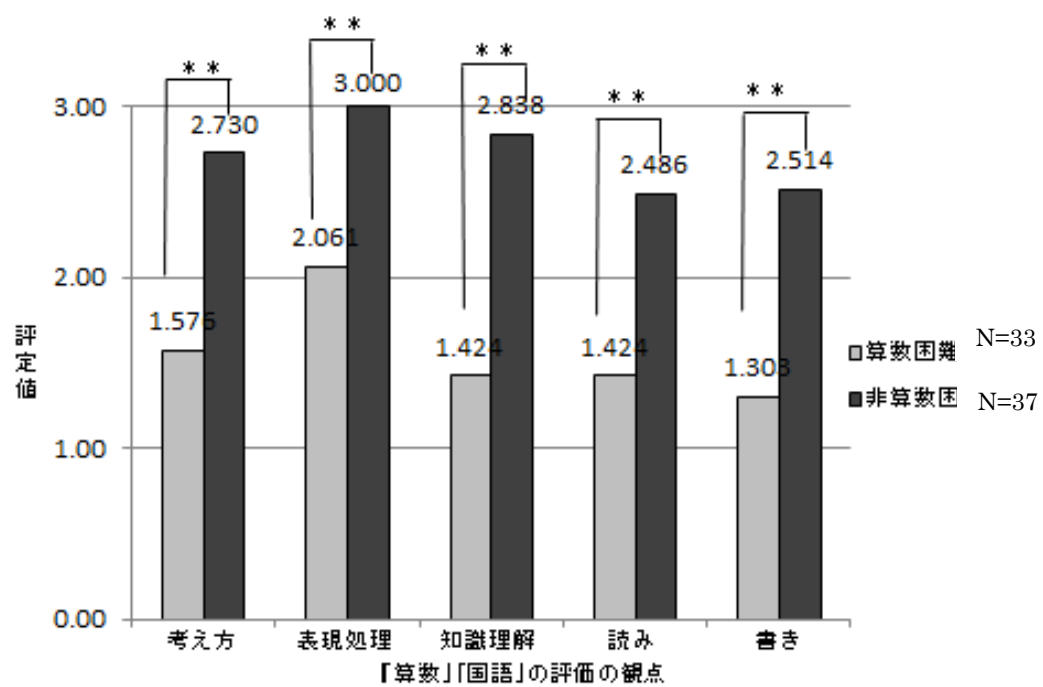
		読む力			合 計
		1	2	3	
算数	1	11	3	0	14
	2	9	9	1	19
	3	3	13	21	37
	合 計	23	25	22	70

		書く力			合 計
		1	2	3	
算数	1	12	2	0	14
	2	13	4	2	19
	3	6	6	25	37
	合 計	31	12	27	70



* : $P < 0.05$ ** : $P < 0.01$

Fig.1 算数の内容領域別平均得点率



* : $P < 0.05$ ** : $P < 0.01$

Fig.2 算数困難群と非算数困難児の観点別評定の平均

Table8 算数観点別平均評定の差の検定（算数困難群と非算数困難群）

算数	考え方	$F(2,67)=63.8366, \text{Mse}=0.0000, p < .01$	**
	表現処理	$F(2,67)=50.5384, \text{Mse}=0.0000, p < .01$	**
	知識理解	$F(2,67)=71.7935, \text{Mse}=0.2562, p < .01$	**
国語	書き	$F(2,67)=27.7661, \text{Mse}=0.4715, p < .01$	**
	読み	$F(2,67)=30.0615, \text{Mse}=0.3915, p < .01$	**

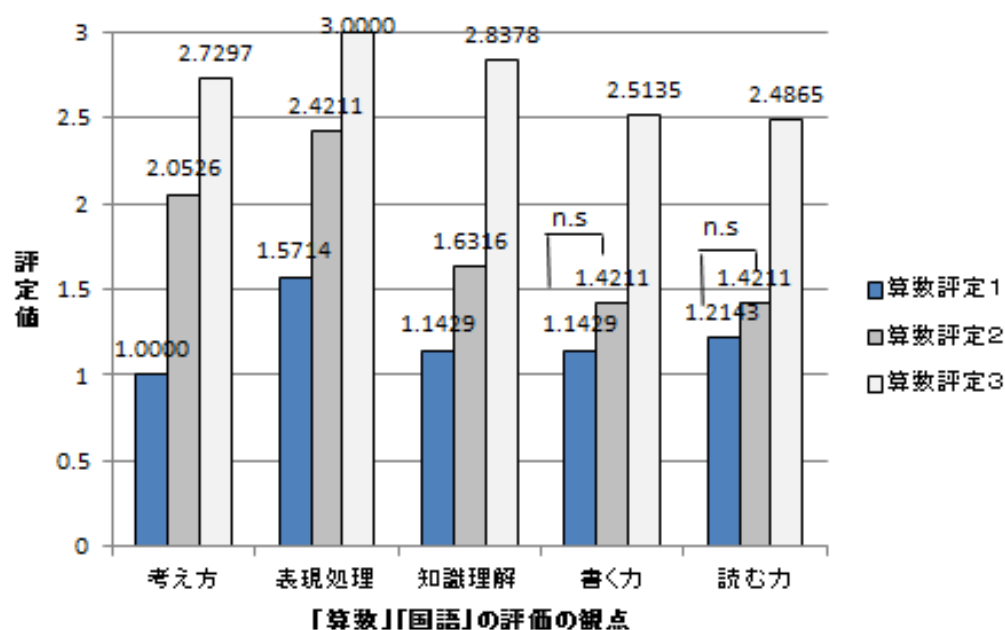


Fig.3 算数の総合到達度（1～3 群）における算数・国語の観点別評定の平均

Table9 判別分析に関する集計結果

説明変数	判別係数	標準化判別係数	F 値	P 値	*: P<0.05 **: P<0.01
考え方	0.7509	0.7509	14.1584	0.0008	**
表現処理	0.5203	0.5203	5.4912	0.0262	*
知識理解	0.3024	0.3024	1.6174	0.2136	

Table10 判別クロス表と判別の中率

		予測値		計	判別の中率
		評定1	評定2		
観測値	評定1	13	1	14	92.86%
	評定2	4	15	19	78.95%
	計	17	16	33	84.85%

第 3 章

算数困難を伴うLD児の算数的思考の特徴に関する検討

～算数的思考課題と読み・プランニングとの関連による検討～

1. 目的

第 2 章では、読み書きスキルが算数能力に大きな影響を与えていることを示す一方で、算数困難をもたらす学習スキルは読み書きの困難のみが関与するものではないことが示され、「数学的思考方」の関与の検討が必要であることが指摘できた。文章は読め、書かれている文章の意味は理解できても、正解に至らない子どもたちは数多く存在する。標準テストの結果より、強い算数困難の要因は「数学的な考え方」の観点、他の「知識理解」や「表現処理」の観点よりも大きいことが明らかとなった。したがって、支援にあたっては「数学的な考え方」に視点をあてたアプローチが重要となる。

そこで、第 3 章では、3 種の算数的思考構造の発達を測定する算数的思考課題を作成し、算数困難児と健常児を対象に実施する。達成状況の分析により、算数的思考能力の特徴について考察することを目的とする。

2. 方法

2.1 対象児

算数困難児 21 名と健常児 230 名、計 251 名を対象とした。算数困難児は、第 2 章の調査でスクリーニングされた児童（標準化テストの算数全体の評定が 1 と 2 の者）の中からデータの欠損の無いものを対象とした。

健常児は小学校 1 年生から 6 年生までの健常児 230 名を対象とした。担任からの聞き取り調査を行い、算数と国語の学習に著しい遅れを示す対象者はいないことを確認した。対象児は、全員、構音に問題がないと、担任によって判断された。対象児の学年の内訳は、Table.11 に示した。調査と研究の実施、調査と研究の結果発表に関しては、小学校を通して研究協力と結果発表の同意を得た。調査結果については、個別の情報として小学校に報告を行い、あわせて、低成績者に対する指導や支援方法を提案した。

2.2 調査課題（算数的思考課題について）

算数的思考課題は序章で解説した問題を実施した。問題 1 から 6 の解決に必要な計算スキルを評価する「計算課題」により、LD 児は、問題 1 から 6 の解決に必要な計算スキルを有していることが確認された。

2.3 手続き

LD 児に対しては問題を個別に行い、健常児には、学級ごとに検査者が一斉実施した。問題を配布した後、検査者は一問ずつ、問題文を読み上げ、解答の記入を確認しながら、順次、問題を実施した。これによって、問題文の読みが困難なために、解答に支障が生じないように配慮した。実施時間は、およそ 15 分であった。

2.4 分析

2.4.1 算数的思考課題の正答率

3 種の算数的思考課題については、正解を 1 点、不正解を 0 点として得点化し、正答数を算出した。さらに、LD 児の算数的思考課題全体の得点については、健常児の平均正答数と標準偏差より標準化し標準得点を算出した。

2.4.2 算数困難を伴う LD における 3 種の算数的思考課題の成績の相互の関係

LD 児の算数思考課題の得点については、健常児の学年別基準値より、平均 100、標準偏差 15 の偏差値として標準得点を算出した。これに基づき、3 種の算数的思考課題の成績の相互の関係を検討した。

ついで、算数的思考能力の特徴を、読みや文の理解、プランニングの困難との関係で検討した。読みと文の理解の困難の程度は、K-A B C 検査における下位検査「ことばの読み」「文理解」の評価点を指標とした。プランニングの困難は、小林(2005)のハノイの塔課題検査の成績を指標とし、健常児の基準値に基づき評価した。

3. 結果

3.1 健常児について

Fig.4 は健常児群における算数的思考課題の正答率を、各学年について、平均（黒丸）と 1 標準偏差（1SD）で表示したものである。各文章題とも学年が進行するにつれて正答率が増加した。3～4 年生では各課題正答率は 80-90%以上を示し、ほぼ達成に近づいていることがわかった。「集合分類」課題について、平均正答率は 1 年から学年と共に順調に伸び、4 年ではほぼ 9 割（89%）に近づいた。また、2 年と 3 年の間で有意差を示した（ $t=-2.36$ $p<.05$ ）。「集合包摂」課題は、1 年ですでに 83%の正答率を示しており、学年進行に伴い発達的に変化しながら、高学年では 100%に達した。「可逆」課題について、平均正答率は、1 年では約 47%だが 2 年になると約 80%まで急激に上昇し、1 年と 2 年の間で有意差を示した（ $t=-5.24$, $p<.05$ ）。「可逆」課題を実施した 1 年生 40 人が各自 2 問ずつ、のべ 80 問解答したうち、立式は正しいが、答えは不正解だったのは 2 問であったことから、1 年生での正答率の低さは、計算の失敗によるものではないことが指摘できた。

3.2 算数困難を伴う LD 児について

LD 児の算数的思考課題の成績を、標準得点の成績－2SD を基準に対象児を分類した。Table .12 は、その結果を示したものであり、□は成績が健常児の平均－2SD より高い課題、■は平均－2SD より低い課題を示している。これより、1 種あるいは 2 種の問題が健常児の平均－2SD より低い成績を示した事例は 13 名、3 種の問題全てが低かった事例は 5 名、3 種の問題全てが平均－2SD 以内である事例は 3 名、認めた。これより LD 児では、3 種の文章題のいずれかに困難を示した事例は、21 名中 18 名と多いことが指摘できる。誤答を調べた結果、「集合分類」課題、「可逆」課題ともに、立式ができて計算を間違えた誤答は 1 問もなかった。これより、誤答の原因は計算の失敗ではないことを確認できた。

Fig.5 は、3 種の算数的思考課題のうちいずれか 1 つ以上が基準値の平均－2SD より低い成績を示した LD 児 18 名について、読みとプランニングの成績との関係を示したもの

である。読みの成績は、「言葉の読み」と「文理解」のどちらかの標準得点が健常児群の平均 $-2SD$ より低い場合に読み困難と評価した。プランニングも同様に、平均 $-2SD$ より低い場合にプランニング困難と評価した。対象児では、読みとプランニングが共に困難でない事例 9 名、プランニングのみが困難な事例 5 名、読みのみが困難な事例 4 名を認め、読みもプランニングも困難な事例は存在しなかった。これより、LD 児では、3 種の算数的思考課題のいずれかに困難を示した事例の中に、読みとプランニングが共に困難でない事例が有意に多い傾向であることを指摘できた ($\chi^2=11.33$ $df=3$, $p<.01$)。

3 種の算数的思考課題の標準得点を従属変数、WISC—III の群指数を独立変数として重回帰分析を行った。その結果、「可逆」課題に影響をあたえているのが VC (言語理解) であり、有意傾向 ($p=0.097$) を示した。また、「集合分類」については、PS (処理速度) が有意傾向 ($p=0.086$) を示した。「集合包摂」と群指数の間に有意な関係は認められなかった。

4. 考察

4.1 健常児における算数的思考の発達について

本研究の「集合分類 (クラス化)」課題は、杉原 (1989) の束構造関連課題に対応する課題である。本研究の結果より、平均正答率は小学 1 年から学年と共に発達的变化を示し、小学 4 年ではほぼ 90% に近づくことが明らかになった。杉原 (1989) の束構造関連課題もまた、小学 4 年で大幅に発達する傾向を認めた。

「集合包摂」課題は、正答率は小学 1 年ですでに 83%、2 年では 92%、高学年では 100% に達した。この課題は数値計算を必要とせず、数量の大小関係 (速さや長さ) を言語で表現した課題である。健常児においては 1 年生で既に、本研究の課題に必要な推移律的思考パターンを獲得していることが指摘できた。

「可逆」課題は、杉原 (1989) の群構造関係課題に対応する。本研究では、平均正答率は小学 1 年では約 47% だが 2 年になると 79% まで急激に上昇し、1 年と 2 年の間で有意差を示した。さらに、3 年では 85%、4 年では 90% を超え、急速な発達とともに 100% の

正答率に近づいていることが確認された。杉原（1989）の群構造関係課題でも、下位課題の種類によって、最も急激な伸び率を示す学年は多少異なるが、全般的に小学4年までに急速な発達認められた。以上より、具体的な操作活動を通して検討した杉原（1989）の結果と本研究の結果が類似したことは、思考構造を反映した算数文章題によりLD児の特性を検討する上で、本研究の健常児データが基準として妥当であることを示すものである。

4.2 算数困難を伴うLD児における算数的思考課題の特徴について

本研究では、算数の学力到達が不十分なLD児を対象として検討を行った。LD児の算数的思考課題の得点については、標準得点の成績 $-2SD$ を基準に対象児を分類した結果、3種の算数的思考に関する文章題のうちのいずれかの問題が健常児の平均 $-2SD$ より低い成績を示した事例は21名中18名存在した。これより算数の学力到達が不十分なLD児では、3種の算数的思考のいずれかに困難がある者が存在することが指摘できる。

本研究では、LD児の情報処理における特異的な困難を検討するため、従来文章題に影響をあたえているといわれている「読み」と「プランニング」課題との関連で、3種の算数的思考課題の標準得点プロフィールを検討した。その結果、算数的思考に弱さがみられた18名のうち、プランニングに困難がある事例が5名、読みに困難がある事例が4名であった。これらの事例については、算数的思考の成績の低さが読みやプランニングの困難に起因している可能性が考えられる。しかし、プランニングと読みに著しい困難がなかった9名の事例については、算数的思考困難の背景として、読み困難やプランニングの著しい弱さを推定できず、文章問題における個々のミクロ命題からマクロ命題を構築する発達のプロセスとしてのマクロ処理スキルの困難性が推測できる。

文章題解決における認知メカニズムとしては、スキーマ理論がある（Mayer, 1992 ; Kintsch ; 1994）。それらによれば、文章題を解くプロセスは、問題理解と解決実行の過程に大別され、さらに、吉田・多鹿(1995)によると、問題理解過程は「変換」「統合」過程、解決実行過程は「プラン化」「実行」の4つの下位過程に分かれるとしている。「変換過程」

は、問題文から文単位に個々のスキーマを構成する過程、「統合過程」は、変換過程において構成された文単位のスキーマを、算数・数学に関して学習者が有するスキーマに統合し、問題状況について意味のあるスキーマを構成する過程、「プラン化過程」は、理解過程で構成された問題スキーマに基づいて、正解を得るための方略を選択する過程、「実行過程」は、プラン化過程で構成された数式に演算を適応する過程である。伊藤（1997）は、健常児では統合過程で誤りが多く見られたのに対し、LD 児では統合過程とプラン化過程の両方に誤りが多く見られることを指摘した。本結果より、LD 児における算数困難の背景には、読みやプランニング以外の要因として、算数課題を解くための算数的思考の困難が指摘された。すなわち、「統合過程とプランニングの両方」に困難を示すタイプだけでなく、「統合過程」のみ独立して困難を示すタイプが存在することが指摘できた。石田・多鹿（1993）は、文章題を解決するには、文章題の理解における統合過程の役割が重要であることを示している。多鹿（2015）は、児童が算数問題を解けない理由の一つとして、統合過程における算数・数学における数理解のための知識が、不十分であることを指摘した。児童が文章内容を理解して構成した知識表現を児童のもつ論理数学的知識に統合する過程に、問題解決の失敗を求める結果を見出した。また、伊藤（2016）は、算数の文章題につまずく子どもは、統合過程でつまずいていることが多く、言語表現そのものの読解に失敗しているのではなく、読解した内容と算数の既有知識の統合に失敗していることを指摘した。これらの研究から、算数困難を伴う LD 児は、問題文の内容を理解する力や問題文は理解できても、理解した内容を子ども自身の算数に関する知識を結び付け、統合していく力に弱さが生じている可能性が予想される。また、熊谷（2016）は、算数障害の子どもは、文章題を解くことにあたる数的推論において、言語で理解したことを視覚的なイメージに置き換えるという統合過程の段階でつまずくことが多いように思われると述べている。具体的には、言語能力のみが弱い場合、言語は理解できていてもイメージ化する能力のみが弱い場合、言語理解もイメージ化も問題ないが、言語からイメージへの変換過程のみがうまくいかない場合の3通りのつまずきのために統合過程がうまく進まないことを示唆した。本研

究に即して考えると、算数的思考課題を解くために必要な3種類の基本的な思考操作、「属性に注目してカテゴリー化すること」「数や量を順序付け、集合の包摂関係をとらえること」「時間や現象をさかのぼり、可逆的に考えること」によりスキーマを構成して課題の解決を図ることが困難であることが推測される。しかし、第3章では、算数的思考課題の達成率は明らかにできたが、課題の難易度については検討されていない。認知能力に偏りがあるLD児は、易しくても解けない課題や難しくても正解できてしまうことが考えられる。課題の達成率だけでなく、課題間の難易度や課題の達成順序について検討することにより、算数に困難を伴うLD児の論理的思考の発達的特異性について予測することが可能になるであろう。

また、算数困難を伴うLD児において算数的思考の困難が認められた背景に、子どもの情報処理の偏りが関与した可能性が考えられる。本研究では、この点について、WISC-IIIの群指数に反映される情報処理特性と算数的思考課題の成績の関係について検討を行った。その結果、LD児において、「可逆」思考と群指数VC（言語理解）、「集合分類」と群指数PS（処理速度）に関連傾向を認めた。これよりWISC-IIIの群指数に反映される情報処理特性と論理的思考の偏りの間に、一定の関連を認めることができた。この点について、「可逆」は言語活動が媒体となっており、一方、「集合分類」は、視覚的イメージの記憶操作が媒介になっている可能性が考えられる。このことはまた、算数的思考課題の遂行の上で、言語処理が関連する課題とともに、視覚イメージ処理が関連する課題の2種があることを示しており、子どもの認知情報処理の特性によって、算数的思考が影響を受ける可能性が考えられる。藤田(2000)は、子どもの情報処理特性に合わせた支援手続きが効果的であると指摘している。本研究の結果から、子どもの情報処理特性に合わせた支援手続きが、算数的思考の改善を促す上でも有効であることが推測できる。言語処理と視覚イメージ処理による支援を含めて、算数的思考の支援手続きに関して、今後検討する必要がある。

Table11 各算数思考課題における成績の特徴と対象児数

学年	小1	小2	小3	小4	小5	小6	合計
健常児群	40	39	37	37	39	38	230
算数困難群	4	3	3	7	4	0	21

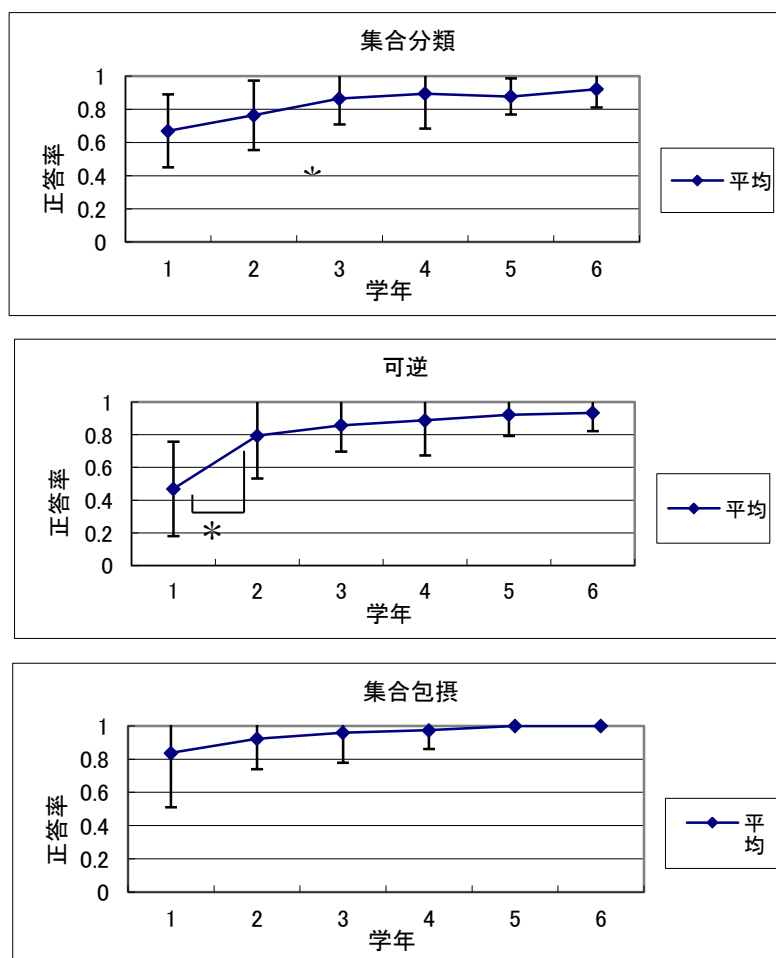


Fig.4 健常児群における思考課題の平均正答率の学年推移

Table 12 各算数思考課題における成績の特徴と対象児数

集合分類	包摂	可逆	対象児数
■	□	□	4
□	■	□	2
□	□	■	0
■	■	□	1
■	□	■	3
□	■	■	3
■	■	■	5
□	□	□	3

計21名

□は成績が健常児－2SDより高い課題

■は成績が健常児－2SDより低い課題を示す。

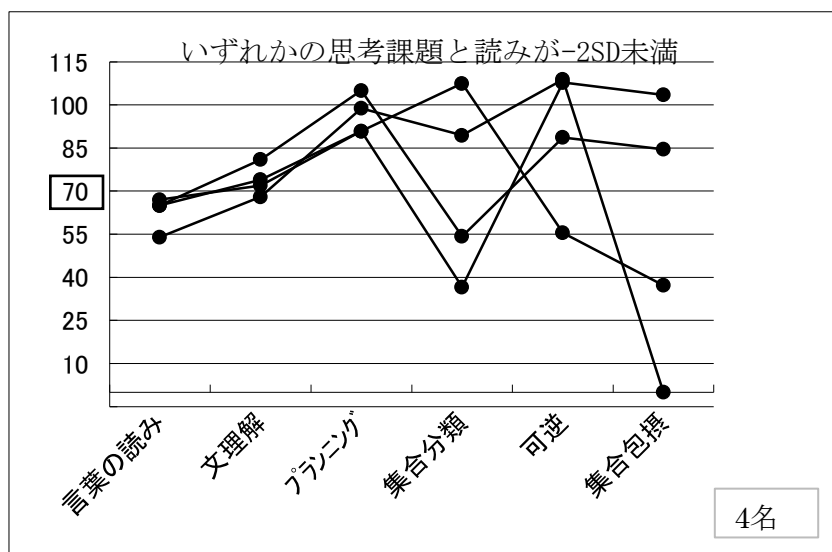
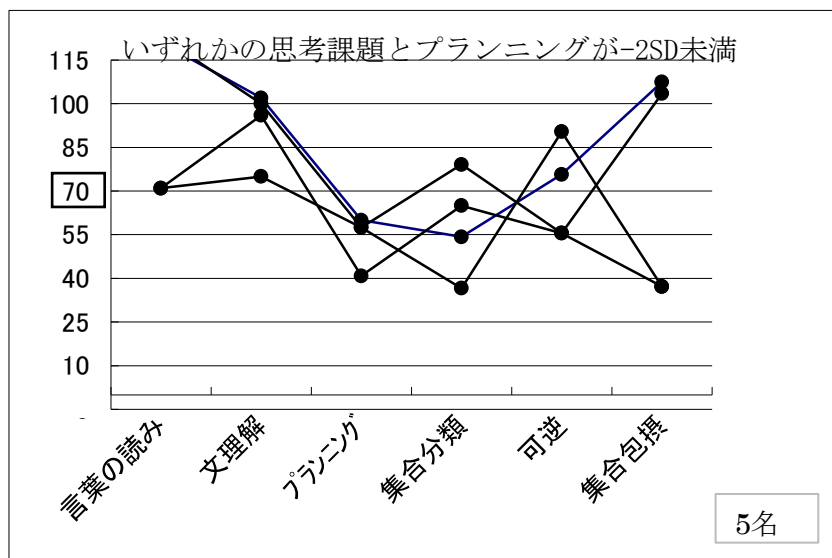
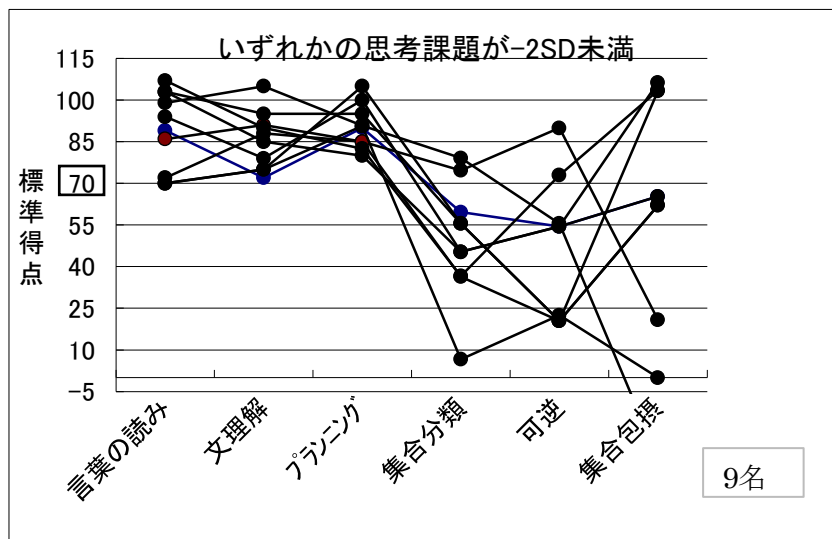


Fig.5 読み・プランニング・思考課題の標準得点による分類

第 4 章

算数困難を伴う LD 児の
算数的思考課題における達成順序の基準値に基づく検討

1. 目的

第3章では、集合分類（クラス化）、集合包摂（推移律）、可逆という3種類の思考構造の発達を測定する算数的思考課題を用いて、算数困難を伴うLD児の算数的思考の特徴について検討を行った。小学校1年生から6年生の算数困難を伴うLD児と健常児に3種の算数的思考課題を実施し、健常児とLD児の達成率を比較した。その結果、健常児は、集合分類課題は、1年生から3年生にかけて達成率が大きく向上し、それ以降の学年ではほぼ100%の達成率を示した。集合包摂課題は、小学1年生から80%以上の高い達成率を示した。一方、LD児は3種の算数的思考課題の達成率が、健常児の平均-2SDよりも低い成績を示した者が多く、LD児は、健常児と比較して、算数的思考の発達に困難があることが明らかになった。

しかし、第3章では、各思考課題の学年進行に伴う達成率の変化に関する検討を行っていないが、課題間の難易度については検討を行っていない。どの算数的思考が易しいのか、または難しいのかといった課題間の難易度を検討することで、健常児における算数的思考の達成順序を明らかにすることが必要であろう。また、健常児とLD児の算数的思考の達成順序を比較し、どの程度、健常児の達成順序と異なるのか評価することで、LD児の算数における論理的思考の特徴をみることができだろう。もし、健常児の算数的思考課題の達成順序との異なりが大きいLD児が多かった場合、算数的思考に偏りが生じている可能性が推測される。この偏りの大きさをLD児において評価することで、LD児における算数的思考の特徴を明らかにできると考えられる。

以上より、第4章では算数困難を伴うLD児の算数的思考の達成順序による特徴と、算数的思考困難の背景となる認知的要因を明らかにすることを目的とする。具体的には、小学校1年生~6年生の健常児を対象に、算数的思考課題の達成順序を明らかにする。次いで、健常児とLD児における算数的思考課題の達成順序の異なりの大きさを、思考の偏りとし、その偏りの数を算出する。さらに、偏りが多いLD児と偏りが少ないLD児のWISC-IIIの群指数を比較し、LD児における算数的思考の困難の背景要因について明らかにすること

を目的とする。

2. 方法

2.1 対象児

対象児、調査課題、手続きに関しては、第3章で報告した調査データベースを引用し、検討資料として用いた。

2.2 調査課題（算数的思考課題について）

第3章で実施した3種の算数的思考課題と合わせて、基本的な数の大小や位の概念などを問う基礎的な数概念課題を1問設定し、4種の算数調査課題を実施した。数概念課題の具体的な問題は、「すうじのかいてあるカードが4まいあります（「0」「1」「2」「3」のカードのイラストあり）。このカードをつかって、できるだけおおきい3けたの数をつくりましょう（3桁の枠あり）」というものである。

2.3 手続き

LD児に対しては問題を個別に行い、健常児には、学級ごとに検査者が一斉実施した。問題を配布した後、検査者は一問ずつ、問題文を読み上げ、解答の記入を確認しながら、順次、問題を実施した。これによって、問題文の読みが困難なために、解答に支障が生じないように配慮した。実施時間は、およそ15分であった。

2.4 分析

2.4.1 算数調査課題の正答率

算数調査課題については、正解を1点、不正解を0点として得点化し、正答数を算出した。さらに、LD児の算数調査課題全体の得点については、健常児の平均正答数と標準偏差より標準化し標準得点を算出した。

2.4.2 健常児における算数調査課題の達成順序

健常児において、どのような論理構造が易しいのか、または難しいのかを確かめるために、算数調査課題（3種の算数的思考課題と数概念課題）の間の達成順序について検討した。各課題の達成順序性については、オーダーリング分析を用いて検討した。オーダーリング分析とは、ある課題（項目 i ）で正答した者は、他の課題（項目 j ）において必ず正答するという場合に、順序関係（項目 $i \rightarrow j$ ）があるとして、2つの項目間の達成順序性の有無を判定し、多次元的な項目間の順序性を簡略化していくことで、構造的なネットワークを構成する手法である。

本研究では、2項目間の順序性の有無を判定するために、 2×2 の分割度数表に基づき評価する。すなわち、2つの課題の達成と非達成には4通りの組み合わせがあるが、各組み合わせの出現率に基づき2課題間の達成の順序性の有無を判定し、項目間の順序のネットワークを構築する手法である。この判定基準では2課題間には、4種の成績パターン（課題ABともに達成、課題A達成で課題B未達成、課題A未達成で課題B達成、課題ABともに未達成）が起こりうる。判定基準として「課題A未達成で、課題Bが達成」という成績パターン（非順序パターン）の出現率が十分小さい場合に「課題Aが達成した後に課題Bが達成する」といい、達成順序「 $A \rightarrow B$ 」と表記した。A、B、Cという3項目がある場合に、「 $A \rightarrow B$ 」「 $A \rightarrow C$ 」「 $B \rightarrow C$ 」と複数の課題間で順序性が認められた場合には、「 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 」と簡略化した。課題Aから課題Bへの順序性が見られた場合は、課題Aは課題Bよりも先に習得していることが前提条件となっているため、難易度的には課題Aが課題Bよりも前段階の課題であると考えられる。また、「 $A \rightarrow B$ 」かつ「 $A \leftarrow B$ 」の場合、課題Aと課題Bは習得の順序がつけられず、難易度的に共通の質的意味を背景に持つと考えられ、課題として等価であることを「 $A = B$ 」と表した。また、モデルに当てはまる達成パターンを示した対象児の、全対象児に対する比率である適合率を算出することで、対象児の達成パターンが、どれほど課題の達成順序モデルに適合しているかを評価した。

次に、課題の間に難易度の違いがあるかを確認するため、オーダリング分析により得られた算数調査課題の達成順序モデルに基づき、各算数的思考課題の中で、それぞれ最も難易度が高かった課題の達成状況について分析を行った。具体的には、学年×各課題達成状況（達成者数・未達成者数）を分割表に整理し、カイ二乗検定と残差分析を行った。

2.4.3 健常児と LD 児の算数調査課題の達成順序の比較

オーダリング分析で得られた健常児の算数調査課題の達成順序と LD 児の算数調査課題の達成状況を比較し、健常児の達成順序と異なる達成順序を示している個数を算出した。具体的には、算数調査課題について 2 項目間（項目 $i \rightarrow j$ ）の達成順序が逆転している箇所を、思考の偏りとし 1 個としてカウントした。

2.4.4 LD 児の算数調査課題の達成状況と背景要因

LD 児の算数調査課題の達成の特徴については、標準得点と、思考の偏りの個数を比較した。次に、思考の偏りの個数の中央値を算出し、LD 児を中央値よりも偏りの個数が少ない群（A 群）と多い群（B 群）の 2 群に分類した。また、LD 児個人内で、最低値を示す群指数を明らかにした。さらに、VC または PO が最低値を示す者、それ以外の群指数が最低値を示す者の人数×A 群、B 群のクロス集計表に整理し、フィッシャーの直接確率検定を行い人数の偏りについて検討した。上記の統計解析には、エクセル統計 2012（社会情報サービス，日本）を用いた。

3. 結果

3.1 算数調査課題の成績について

Fig.6 は、健常児における算数調査課題の正答数の中央値、5 パーセンタイル値及び LD 児の正答数の分布を示す。健常児の 5 パーセンタイル値以下の成績を示す LD 児は

集合分類課題において、21 名中 20 名であった。可逆的思考課題は、21 名中 13 名であった。集合包摂課題は、21 名中 13 名であった。数概念課題は 21 名中 1 名であった。数概念は 5 パーセンタイル値が 1 点で満点であるため、0 点を示す者の人数とした。集合分類課題、可逆的思考課題、集合包摂課題の 3 種の算数的思考課題において、健常児の 5 パーセンタイル以下の成績を示す LD 児を多く認めた。

3.2 健常児における算数調査課題の達成順序について

算数調査課題の難易度について検討を行うためオーダリング分析を行った。Fig.7 は、健常児全体（1 年から 6 年）230 名の算数調査課題についてオーダリング分析を行った結果をモデル図として表示したものである。オーダリング分析によって、課題としての難易度に順序性が見られたものを矢印で示した。矢印の始点は発達における前段階を、終点は後続する段階を示し、下方に進むにつれて課題が困難であったことを表す。まず、最初に達成される「可逆思考 6-①」課題からは 3 つの系列に分かれ、最後は「可逆思考 6-②」と「集合分類 2-③」の 2 つへ至る。第 1 の系列は、最初の「可逆思考 6-①」→「集合分類 1-①」のあと「可逆思考 6-②」と「集合分類 2-③」に分かれる。第 2 の系列は、「可逆思考 6-①」→「数概念」→「可逆思考 5-②」を通過し、その後「可逆思考 6-②」と「集合分類 2-③」へと分かれる。ここで、可逆思考課題は①ができないと②ができないという問題になっているため、達成順序としては①が②よりも前に達成されていることが仮定され、その通りの結果となった。第 1 の系列と第 2 の系列以外の課題については、「集合分類 2-①」→「可逆思考 5-①」→「集合包摂 3」→「集合包摂 4」→「集合分類 1-②」→「集合分類 2-②」へと至る課題の途中であり、「集合包摂 4」からは「集合分類 2-①」と「可逆思考 6-①」へ戻り、「集合分類 2-②」からは「可逆思考 5-①」へ戻っていることから、これらの課題および第 1 の系列、第 2 の系列の最初に達成された「可逆思考 6-①」課題の間には順序性がみられず、難易度的に共通の質的意味をもつことから等価であることを示している。そこでそれらの等質課題は点線枠で囲ったように表示し

た。

Table13 は、各学年の集合分類課題 2-③、可逆課題 6-②、集合包摂課題 4 それぞれの達成、未達成の人数の割合を示したものである。カイ二乗検定の結果、学年により集合分類課題 2-③と、可逆課題 6-②の達成と未達成の人数の構成数が有意に異なることが明らかとなった（集合分類課題 2-③： $\chi^2(5)=48.0, p<.01$ 、可逆課題 6-②： $\chi^2(5)=43.9, p<.01$ ）。残差分析の結果、集合分類課題 2-③は、小学校 2 年生までは未達成者の人数が有意に多いが、4 年生と 6 年生では、達成者の人数が多くなった。5 年生では、達成者と未達成者の人数に違いはなかった。可逆課題 2-②では、小学 1 年生では未達成者の人数が達成者よりも多いが、5, 6 年年生になると達成者の人数が多くなることが明らかとなった。これより難易度の高い思考問題の達成は、学年により変化し、その傾向は、課題により異なることが明らかとなった。また、集合包摂課題 4 は、人数の偏りを統計的に検討することはできなかったが、1 年生の段階で多くのものが達成しているため、他の課題よりも低年齢の段階で達成される可能性が予想される。このことは、課題の間に難易度の違いがあることを示していると推測される。

3.3 LD 児における算数調査課題の達成順序について

オーダリング分析による算数調査課題の達成順序が（項目 $i \rightarrow j$ ）が、2 つの項目間で逆転している箇所を思考の偏りとしてカウントした。健常児の偏りの個数の中央値（5 パーセンタイル値）は、0 個（2 個）であった。LD 児の中央値は 4 個であり、健常児の 5 パーセンタイル値以上の個数の者は 21 名中 17 名であった。マンホイットニーの U 検定の結果、LD 児は健常児と比較して思考の偏りの個数が有意に多かった（ $p<.01$ ）。これより、LD 児は健常児の算数調査課題の達成順序と異なる者を多く認めたといえる。

Fig.8 は、LD 児における算数的思考課題の標準得点と思考の偏りの個数を示したものである。ピアソンの積率相関係数を算出した結果、算数調査課題の標準得点と思考の偏りの個数の間の相関は弱く（ $r=-0.49$ ； $p<.05$ ）、思考の偏りが多い者ほど算数調査課題の正答数

が低くなるとは言えない結果であった。算数調査課題が $-2SD$ より高い成績を示す者でも、算数的思考の偏りの個数が健常児の5パーセンタイル値以上の者を6名認めた。思考の偏りの大きさは標準得点の成績からは推測できないと考えられる。

3.4 LD児における思考の偏りの背景要因について

LD児の思考の偏りの中央値を基準に2群に分類した。中央値未満のLD児をA群、中央値以上の偏りの個数を有するLD児をB群とした。思考の偏りの背景となる要因を検討するため、両群間のWISC-IIIの群指数を比較した。Table14は、両群のWISC-IIIの群指数の値を示している。各LD事例の個人内の群指数において、VCまたはPOで最低値を示す人数とそれ以外の課題で最低値を示す人数を求めた。VCまたはPOが最低値を示す者には、表中に黒四角(■)を付した。次に、VCまたはPOで最低値を示す人数とそれ以外の課題で最低値を示す人数について、思考の偏りの群(A群、B群)ごとに分割表にまとめ、フィッシャーの直接確率検定を行った。その結果、B群は、A群よりもVCまたはPOで最低値を示す人数が多い傾向を認めた($p<.10$)。これより、思考の偏りが多い者は、少ない者と比較して、個人内においてVCやPOの得点が低いことを指摘できる。

4. 考察

4.1 算数調査課題の成績について

本研究において、健常児における算数調査課題の正答数の中央値は、学年進行とともに得点がほぼ上昇した。正答数が5パーセンタイル値以下の者は、課題の成績が極めて低成績であることを示している。5パーセンタイル未満の者は、正答率が10パーセンタイル以上の者と比べて、各課題を解くための思考スキルの形成不全が強いという点で、算数的思考の困難を指摘できる。LD児の中で健常児の成績の下位5パーセンタイル未満の成績を示す者は、集合分類課題では21名中20名、可逆的思考課題では21名中13名、集合包摂課題では21名中13名確認され、数概念課題は21名中1名であったことから、算数に困

難をもつ LD 児においては、算数調査課題において、重度の低成績を示す児童が多く存在することが指摘できる。「集合分類」「可逆」「集合包摂」の論理構造をもつ問題を解決するためには、異なる算数的思考構造の理解と思考スキルを必要とすることが推測される。算数思考課題が解けるためには、算数的思考構造の難易度や課題間の発達連関はあるのかなどについて調べ、LD 児がどのようなプロセスで課題を解いているのかについて検討する必要がある。

4.2 健常児における算数調査課題の達成順序

健常児全体（1 年から 6 年）230 名の算数調査課題についてオーダリング分析を行った結果、「集合分類 1－②」「集合分類 2－①」「集合分類 2－②」「可逆思考 5－①」「可逆思考 6－①」「集合包摂 3」「集合包摂 4」の課題の間には順序性がみられず、難易度的に共通の質的意味をもつことから等価であることが示された。つまり、健常児は「集合分類」「可逆」「集合包摂」の 3 種の思考スキルを相互に影響を及ぼしながら問題解決を行っていると考えることができる。

「数概念課題」は 3 種の算数的思考課題いずれの思考とも異なり、基本的な数の大小関係や数字を横に並べることによって数を表す「位取り記数法」の知識を問う課題である。最も身近な十進法を例に挙げると、「1 2 3」と書いて「ひゃくにじゅうさん」と読み、百が 1 こ、十が 2 こ、1 が 3 こ集まった数であるという概念である。算数の知識としては必要な知識であるが、今回、順序性が見られない 7 つの算数的思考課題の後に達成されるという順序になった。その理由としては、小学 1 年生の達成率が低かったことが影響している可能性が挙げられる。アラビア数字の位取り記数法の知識は、算数の教科学習の中では当たり前の知識として活用しているが、数学の歴史的には比較的新しく、ヨーロッパに普及したのは 13 世紀になってからのことである。思考とは異なり、学習により習得されるべき知識であることから、算数の教科学習が初めて開始された小学 1 年生においては、その知識が十分身につけていなかった可能性が指摘できる。また、集合分類 1－①の花に種

類による分類課題が1次元の課題でありながら、数概念同様、順序性が見られない7つの算数的思考課題の後に達成されるという順序になった。これについても、小学校低学年の達成率が低かったことが要因として考えられるが、「集合分類」課題は他の2種の算数的思考課題である「集合包摂」と「可逆」の1次元の問題と比べて子どもには難易度が高かったことは興味深い。この点について、「集合の要素の不必要な属性を捨象し、必要な属性に注目して、カテゴリーによる分類操作を行う」という思考操作は、他の2種の算数的思考課題に比べて発達的には後で獲得され、経験や練習、何らかの手立てやスキル（絵や表を書くなど）が必要とされる可能性があると考えられる。また、同じ構造の集合分類課題でも、色による分類の方が難易度が低かったことについては、文章を言語レベルで理解できていたとしても、花の種類より色の方が視覚的にイメージしやすく、思考操作を助ける働きが大きかったのではないかと推測された。

オーダリング分析で得られた結果は、算数的思考の難易度を1つの尺度として捉えたもののあり、発達を検討したわけではない。しかし、特定の機能における遅れや異常を発見し、発達の方向性や将来性を予測するための方法としてオーダリング分析を用いている先行研究もある（進藤・前川・佐竹・小林；1988）。細渕・清水（1985）は、この手法を用いて重度・重複障害児のコミュニケーション発達における機能連関を検討している。また、知能検査の検討（三宅・綱川・清水；1985）、社会生活能力検査の検討（及川・清水・綱川・三宅；1986）等も行われ、項目相互の発達的な連関をもった順序性を解明する方法として有効であるばかりでなく、個別的な特徴を理解することにも役立つという結果を得ている。この手法を用いて検査の各項目間の順序性及び連関性を明らかにすることで、その発達の意味を捉えた先行研究もある（赤塚・江尻・松井・小池；2002）。本研究における健常児の達成順序モデルについても、算数的思考の発達連関を示す発達段階モデルとして考えることが可能であることが推測される。Okamoto & Case (1996) は Riley, Greeno, & Heller (1983)の情報処理心理学の問題解決の理論をもとに、文章題の問題解決における発達段階モデルを作った。このモデルは数集合に加えて数概念を幅広くとらえた発達段階モデルを

まとめ、「変化」「合併」「比較」に分類された算数文章題(Riley ら,1983)を認識の発達段階との関連に基づき 1 次元、2 次元、2 次元統合という 3 段階の心的表象の観点から整理したものである（注 4）。1 次元は問題解決において 2 つの心的物体（集合の要素）を一直線上に並べることによって表象される問題、2 次元は 2 つの心的数直線を必要とする問題、2 次元統合は 2 つの心的数直線を可逆などのある特定のルールによって結合させる問題とした。Okamoto & Case（1996）は 4 歳から 10 歳くらいまでの子どもの数概念の発達を検討し、6 歳ごろ数量の 1 次元についてのみ様々な思考が可能になり、8 歳では 2 つの次元（または変数）を同時に考慮することができるようになり、さらに 10 歳では 2 つの次元の結合が始まることを示した。

本研究における 3 種の算数的思考課題を、Riley ら(1983)の「たし算やひき算の文章題の分類」の「1 次元」～「統合された 2 次元」の心的構造と比較し、更にそれを Okamoto & Case（1996）の発達段階モデルで分類すると、「集合分類 1-①、1-②」、「可逆 5-①、6-①」は「1 次元思考を必要とする問題」（第 1 段階）と考えられる。同様に、「集合分類 2-①、2-②」、「可逆 5-②、6-②」は、「2 次元思考を必要とする問題」（第 2 段階）、「集合分類 2-③」は「統合された 2 次元思考を必要とする問題」（第 3 段階）と考えられる。「集合包摂課題 3、4」は比較する量を 1 直線上に並べられることにより表象が可能という意味で「1 次元思考を必要とする問題」（第 1 段階）と考えられる。

（注 4）

Okamoto & Case（1996）の文章題の発達段階モデル

第 1 段階

文章理解：初めの 2 つの数（基数）が文章題に明記されている文章関係のみ、理解できる。

数概念：文章題に表現された具体物一つひとつを心的物体としてとらえ、表象し、操作することができる。1 次元思考を必要とする問題。

第2段階

文章理解：初めの2つの数の1つが未知数でも文章関係を把握できる。

数概念：数そのものを心的物体として考えることができる。そのため、数直線に似たメンタルモデルをもって、数の関係を理由づけすることができる。さらにこの発達段階では2次元的思考が可能であるため、2つの心的数直線を同時に考慮することができる。また、心的数直線を利用し、未知数を既知数との関連により表象することができる。部分-全体のスキーマも2つの心的数直線をもって表象することができる。2次元的思考を必要とする問題。

第3段階

文章理解：第2段階とほぼ同じで、初めの2つの数の1つが未知数でも文章関係を把握できる。

数概念：2次元的思考がさらに統合され、2つの心的数直線の関係にあるルールにそって関連させることができる。可逆的な思考はピアジェが指摘したように、子どもにとっては大変難しい思考の1つなのであるが、それが統合された2次元的思考の発達段階では、2つの心的数直線が利用できるため可能となる。もう1つ重要なのは、計算の結果を心的物体として考えることができるということである。統合された2次元的思考を必要とする問題。

本研究における学年ごとの正答率の結果から、1年生では1次元の思考問題の平均正答率は50%~100%、2次元の思考問題は25%未満~100%、2次元統合の思考問題は25%未満であるが、2、3年生になると1次元の思考問題の平均正答率は50%~100%、2次元の思考問題は50%~100%、2次元統合の思考問題は25%未満と正答率の割合が推移し、4年生では2次元統合までの全ての課題が75%~100%の達成率となった。平均正答率に見られる課題の難易度は、Okamoto & Case (1996)らの認識の発達段階モデルと概ね合致

する結果が得られた。本研究結果で得られた達成順序モデルは Okamoto & Case (1996) の先行研究における従来の文章題の発達段階モデルと大きく異なることなく、ある程度対応づることが示されたため、内容関連的な妥当性が認められたと考えられる。

4.3 LD 児における思考の偏りとその背景要因について

次に、LD 児における算数調査課題の達成順序性を検討するため、健常児における課題の達成順序と比較し、達成順序が逆転しているところを偏りとして偏りの個数を算出した。

LD 児の中で健常児の 5 パーセンタイル値以上の個数の者は 21 名中 17 名存在し、LD 児は健常児と比較して思考の偏りの個数が有意に多かったことから、LD 児においては健常児の算数調査課題の達成順序と異なる達成順序で課題を解いている者を多く認めたといえる。しかし、思考の偏りの個数と算数調査課題の標準得点との相関は弱く、標準得点が $-2SD$ より高い成績を示す者でも、偏りの個数が健常児の 5 パーセンタイル値以上の者を 6 名認めたことから、算数困難の LD 児における思考の偏りは算数調査課題の正答率で判断することはできないと考えられる。LD 児の算数的思考を検討する上では、正答率のみで判断するのではなく、思考の偏りに着目して検討する必要であろう。健常児は異なる構造をもつ思考を相互に関連づけながら、概念を拡張し、ネットワーク化していく。ある構造の課題が解けたならば、同じ構造をもつ課題の中で、要素の数や思考のステップの数などにおいて難易度の低い課題から高い課題へ解決していくことが可能になる。しかし、算数困難の LD 児は、健常児とは異なる思考スキルを用いて課題を解いている可能性がある。算数障害は認知能力のアンバランスがあるから起こるのであり、算数障害があっても手続きで、概念理解の困難さをカバーしている子どももいると熊谷 (2016) は言及している。また、Jordan & Montani(1997)の研究では、小学 3 年生の算数困難児を算数のみ困難の MD と、読みの困難を伴う MD/RD に分け、文章問題解決および加減算九九を実施したが、時間無制限条件下では MD 群、MD/RD 群共に健常児群よりも代替方略に頼る傾向があり、MD 群は MD/RD 群よりも代替方略を巧みに実行していることを報告した。本

研究結果に即して考えると、「集合分類」「可逆」「集合包摂」の中のいずれかの論理構造を獲得していなくても、特異な認知能力を用いて苦手な思考を補っている可能性がある。つまり、算数困難を伴う LD 児は苦手な思考ルートを回避し、得意な思考ルートを用いて、健常児とは違うやり方で解答を導いている可能性があると考えられる。そのことは有効なことであるが、しかし、一方で、ある基礎的な論理構造が身につけていないためにある種の思考の枠組みがつくれず、たとえ難易度の低い問題であっても解くことができないことが想定される。その状況のまま学年があがるにつれ、複数の論理構造を複合的に関連させ、より高次の難易度の高い問題になると、基礎的な数学的思考のスキルがないために解決できなくなるであろう。LD 児においては、様々な情報処理機能の偏りが指摘されていることから、苦手な情報処理を必要とする論理的思考は困難になることが考えられる。算数困難児の指導においては、苦手なタイプの思考課題を調べ、そのタイプの構造について理解を促すこと、算数的思考構造について、その構造をもつ課題を系統的に学ばせること、構造間の連関について気づかせることなどが考えられる。その際、思考の偏りが多い者は、少ない者と比較して、個人内において VC(文章理解) や PO(知覚統合)の得点が低かったという本研究における結果をふまえ、算数の思考課題が苦手な児童の中に、言語理解や視覚情報のイメージ化が苦手なタイプが存在することに対応した教育的支援を行う必要がある。

熊谷(2016)は、算数障害の子どもは、文章題を解くことにあたる数的推論において、言語で理解したことを視覚的なイメージに置き換えるという統合過程の段階でつまずくことが多いように思われると述べている。具体的には、言語能力のみが弱い場合、言語は理解できていてもイメージ化する能力のみが弱い場合、言語理解もイメージ化も問題ないが、言語からイメージへの変換過程のみがうまくいかない場合の3通りのつまずきのために統合過程がうまく進まないことを示唆した。言語能力の弱さは本研究結果における VC(文章理解)の低さ、イメージ化あるいは言語からイメージへの変換の弱さは PC(知覚統合)の低さが関連していると推測できる。

畑中ら(2008)は、年長児と小学校1・2年生を対象に加減算文章題と解決に関連する能力

について検討し、正答数と「視覚類推」「順唱」に有意な相関を認めた。K-ABCの「視覚類推」課題は、条件となる絵や図の関係を見せ、同類の条件に基づいた絵や図を選択肢の中から選ばせる課題であり、情報を認知的に処理する流動性知能として位置づけられている。K-ABCⅡでは「パターン推理」と改訂されるが、流動性推理（Gf）は、演繹や帰納などの推理能力を使って新規の問題を解く能力であり、概ね生物学的、神経学的機能である。視覚類推やパターン推理に関連する能力としては、帰納的な推論が特に関係しており、畑中ら(2008)の研究においては、算数文章題を解くために必要とされる能力であることが推測される。

一方、WISC-ⅢにおけるPO（知覚統合）は、視覚的な情報を取り込み、各部分を相互に関連付け、全体として意味あるものへまとめ上げる能力を測定するものである。下位検査では、視覚的刺激の統合、非言語的思考、非言語的推理などの能力を測定している。「視覚類推」と「知覚統合」は、どちらも言語に依存しない視覚情報処理能力を使って、情報を統合し、推論するという点で、測定している能力には共通点や類似点が認められる。本研究において、偏りの多いLD児群の方が個人内群指数で「知覚統合」が最低を示す者が多かった点は、畑中ら(2008)の研究において、算数文章題の成績と「視覚類推」に相関が認められたことから妥当な結論であることが推測される。これらのことから、算数的思考の支援手続に関しては、言語処理と視覚イメージ処理による支援を検討する必要性が予想される。それにより、算数困難児の数学的な考え方、算数的思考能力が促進される可能性があると考えられるが、支援の有効性の検討は今後の課題である。

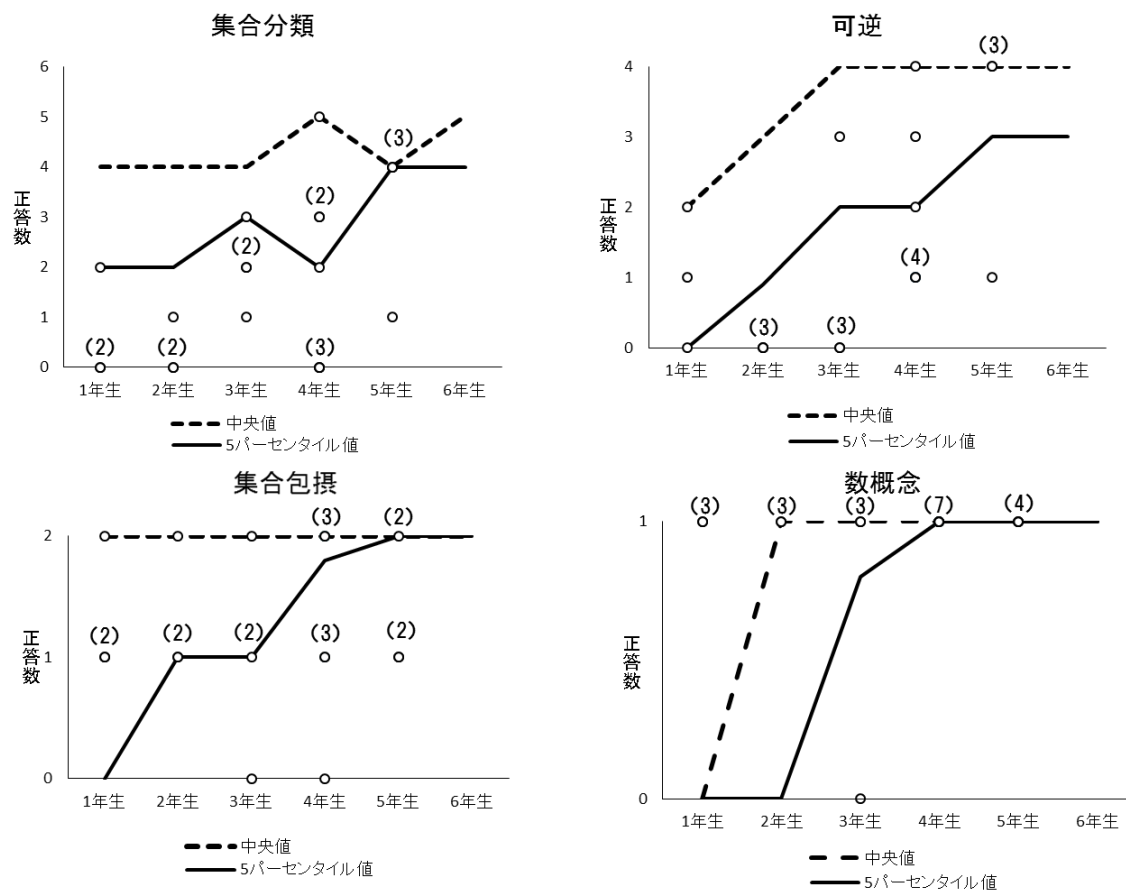


Fig.6 算数思考課題の正答数の中央値 (5 パーセンタイル値) 及び、LD 児の正答数の分布

縦軸は、各思考課題の正答数、横軸は学年である。点線は中央値、点線は 5 パーセンタイル値を示している。白丸 (○) は、LD 児の正答数の分布を示している。複数の LD 児が一つの得点に分布する場合は、白丸の上に人数を記している。

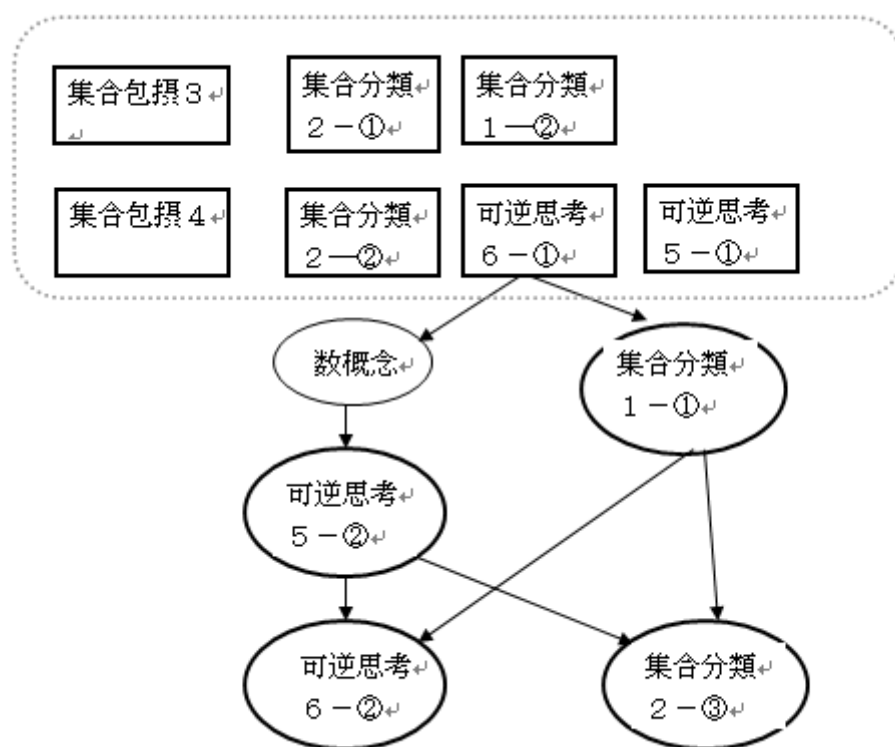


Fig.7 健常児の算数思考課題の達成順序

オーダリング分析によって、課題としての難易度に順序性が見られたものを矢印で示した。矢印の始点は発達における前段階を、終点は後続する段階を示し、下方に進むにつれて課題が困難であったことを表す。

Table 13 集合分類課題 2-③、可逆課題 6-②、集合包摂課題 4 の
達成者、未達成者数の割合

	1年生	2年生	3年生	4年生	5年生	6年生
集合分類2-③達成	0.0% ▽ **	0.1% ▽ **	0.1%	0.2% ▲ **	0.2%	0.2% ▲ **
集合分類2-③未達成	0.3% ▲ **	0.2% ▲ **	0.1%	0.1% ▽ **	0.1%	0.1% ▽ **
可逆6-②達成	0.1% ▽ **	0.1%	0.1%	0.1%	0.1% ▲ **	0.1% ▲ **
可逆6-②未達成	0.5% ▲ **	0.2%	0.2%	0.1%	0.0% ▽ **	0.0% ▽ **
集合包摂4 達成	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
集合包摂4 未達成	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%

** $p<.01$

白三角（▽）は、期待値よりも人数が有意に少ないことを示している。黒三角（▲）は、期待値よりも人数が有意に多いことを示している。

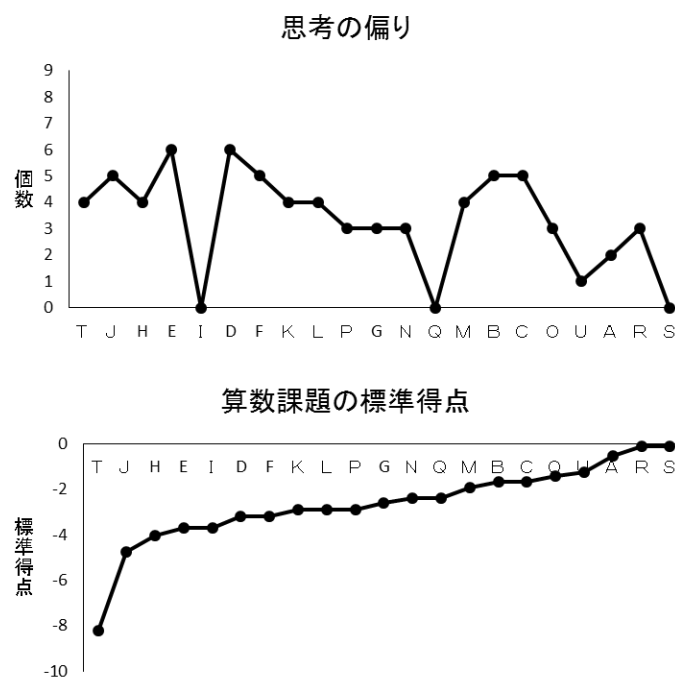


Fig.8 思考の偏りの個数と算数課題の標準得点

縦軸は、思考の偏りの個数と標準得点を示している。横軸は、LD 児を示しており、思考課題の標準得点が低い順に左から表示している。

Table 14 LD 児の WISC-III の群指数

A群(思考の偏りが3個以下)					
	VC	PO		FD	PS
A	79	92		88	72
G	86	63	■	88	97
I	74	82		71	83
N	91	66		53	69
O	59	■	92	82	69
P	77	69	■	82	86
Q	80	71		53	50
R	99	113		82	100
S	100	72	■	91	78
U	105	103		82	66

B群(思考の偏りが4個以上)					
	VC	PO		FD	PS
B	85	110		76	78
C	92	64	■	68	92
D	70	■	82	79	89
E	100	■	110	100	100
F	95	71	■	82	80
H	76	■	80	91	83
J	91	71	■	82	92
K	76	103		76	75
L	64	■	72	82	86
M	91	77	■	91	94
T	59	■	77	71	75

黒四角 (■) は、VC または PO が 4 つの群指数の中で最低値であった者を示している。

第 5 章

総合考察

文部科学省（2012）が公表した「通常の学級に在籍する発達障害の可能性のある特別な教育的支援を必要とする児童生徒に関する調査結果」では、算数に関連する「計算・推論」に困難をもつ児童生徒の割合は、「読み・書き」に困難をもつ児童生徒の割合とほぼ同程度の割合で存在していることが明らかになった。中でも「推論」する力は、算数における中核的な指導目標であり、平成 32 年度から小学校での全面实施される「学習指導要領解説」では、算数科の目標の冒頭に「数学的に考える資質・能力」の育成が強調され、算数の学習はもとより、他教科等の学習や日常生活等での問題解決に生きて働くものであるとして、その重要性が指摘されている。これまで、LD 児における算数困難の特徴やつまずきの要因となる認知能力に関する知見は蓄積されつつあるが、計算や基本的な数の知識や概念に関する研究が多く、推論や数学的思考に関する研究は国内外において少ない状況である。Gena & Sarah(2017)は、算数困難に関する縦断研究のレビューを行い、数学的困難の特定は、その後の学年における数学の成績と強く関係し、就学前の困難は学齢期に引き継がれ、さらに中学、高校などその後の年齢での数学の業績を予測することは明らかであることを指摘した。「数学的な思考」は数学のみならず、学業や生活全般に必要となることから、通常学級における算数困難をもつ児童の困難の特徴、及びその要因となる認知能力について明らかにすることは、その後の支援のための有効な情報となることが推測される。

そこで本研究では、まず、通常学級における算数に困難をもつ子どもの学習能力（アカデミックスキル）の特徴に関する検討を行った（第 2 章）。次に、算数困難をもつ LD 児における算数的思考の特徴について、読みとプランニングの評価をふまえ、算数的思考課題の達成状況より検討した（第 3 章）。最後に、算数困難をもつ LD 児における算数的思考課題の達成順序性について、健常児と異なる達成順序を思考の偏りとして検討し、偏りの背景要因を認知能力との関連で検討した（第 4 章）。

第 2 章では、通常学級に在籍する児童・生徒を対象に算数困難児をスクリーニングし、標準学力検査の観点別の到達度による指標を用いて、算数の総合到達度と読み書き困難との関係、算数の内容領域（「数概念」「計算」「量と測定」「図形」「数量関係」）の成績と読

み困難との関係、算数の総合到達度と観点別評価（「考え方」「表現処理」「知識理解」）との関係を検討することにより、算数困難児の学習能力（アカデミックスキル）の特徴を明らかにした。その結果、算数の到達度と読み書きの成績との関連の結果は、読み能力と書き能力、算数能力と読み書き双方の能力との間には強い関係があることが明らかになった。領域別にみると、「数概念」と「図形」の学習は読みの能力の影響が大きかったが、「計算」「量と測定」「数量関係」の領域においては、算数が困難な子どもは読みの能力が高い群でも得点率は変わらないことから、これらの領域の学習は読みの能力の影響をうけにくく、逆に、たとえ読みの問題が改善しても各領域の課題が解けるようになるとはいえないことが予測された。次に、算数の総合到達度と観点別能力（考え方、表現処理、知識理解）との関連について検討した結果、算数困難群の中の比較において、算数困難がやや弱い群（評定2群）とより困難が強い群（評定1群）の間には、読み書き能力の有意差は認められなかったことから、算数困難をもたらす学習スキルは読み書きの困難のみが関与するものではないことが示された。判別分析結果、より強い算数困難を引き起こす原因となっている数学的スキルは「数学的考え方」の能力であることが指摘できた。

第2章より「数学的な考え方」に視点をあてたアプローチの必要性が示されたことを踏まえ、第3章では、3種の算数的思考構造の理解を測定する算数課題テスト問題を作成し、算数困難児と健常児を対象に算数思考課題を実施した。達成状況の分析により、算数的思考能力について検討した。LD児の算数思考課題の得点については、健常児の学年別基準値より標準得点を算出し、3種の思考課題の成績の相互の関係を検討した。ついで、算数的思考の困難を、読みや文の理解、プランニングの困難との関係で検討した。その結果、算数の学力到達が不十分なLD児では、3種の算数的思考のいずれかに困難がある者が存在し、その中に、読み困難もプランニングの困難も認められない事例を認めた。認知心理学研究との関連において、3種の算数的思考課題は、ミクロ命題を相互に関係させて、マクロ命題を作るマクロ処理として捉えることができる。マクロ処理の中でも「完全な包含関係に基づいて、ミクロ命題から、マクロ命題を作成していく思考プロセス」、「完全ではないが包含

関係にある関係に基づいて、ミクロ命題から、マクロ命題を作成していく思考プロセス」、
「包含関係とは無関係に、要素の関係性（大小関係や因果関係）に基づいて思考プロセス」
について検討することに相当すると指摘できる。さらに算数的思考に弱さがみられた児童
の中で、読みが悪い事例、プランニングが悪い事例、読みとプランニングに著しい困難が
なかった事例の存在が明らかになった。読みが算数的思考に影響を与えることは従来示さ
れていることであり、実行機能がマクロ処理に影響を与えることについては、
Kintsch(1978)、石渡・邑本(2011)が指摘しており、本研究結果と合致するものである。し
かし、読みもプランニングにも著しい困難がなかった事例が存在したことについて、これ
らの事例では、算数的思考困難の背景として、読み困難やプランニングの著しい弱さを推
定できず、言語で理解したことを視覚的なイメージに置き換え、自分の持っている算数の
枠組みに統合することにより、論理的に推論するという算数的思考でつまづいていること
が推測された。

第 3 章では、各思考課題の学年進行に伴う達成率の変化に関しては検討したが、課題
間の難易度については検討を行っていない。健常児における算数的思考の達成順序を明ら
かにした上で、健常児と LD 児の算数的思考の達成順序を比較し、どの程度、健常児の達
成順序と異なるのか評価することで、LD 児の算数的思考の特徴をみる必要がある。
そこで、第 4 章では健常児と LD 児における算数思考課題の達成順序の異なりの大きさを
思考の偏りとし、その偏りの数を算出することにより LD 児の算数的思考の達成順序によ
る特徴を明らかにした。その結果、LD 児は健常児と比較して思考の偏りの個数が有意に
多かったことから、LD 児においては健常児の算数調査課題の達成順序と異なる達成順序
で課題を解いていることが指摘できる。また、思考の偏りの個数と算数調査課題の成績と
の相関は弱いことから、LD 児の算数的思考を検討する上では、正答率のみで判断するの
ではなく、健常児の思考パターンとどれくらい異なる考え方をしているのかという思考の
偏りに着目して検討する必要があることが示唆された。健常児は異なる構造をもつ思考を
相互に関連づけながら、概念を拡張し、ネットワーク化していくことができるため、同じ

構造をもつ課題の中で、要素の数や思考のステップの数が変わっても対応することが可能になる。しかし、算数困難の LD 児は認知能力のアンバランスがあるため、熊谷（2016）が指摘するように算数障害があっても手続きで概念理解の困難さをカバーしてケースなどが存在し、健常児とは異なる思考スキルを用いて課題を解いている可能性がある。Jordan & Montani(1997)が指摘するように、算数困難を伴う LD 児は健常児群よりも代替方略に頼る傾向があり、代替方略を巧みに実行している可能性がある。本研究結果に即して考えると、「集合分類」「可逆」「集合包摂」の中のいずれかの算数的思考構造を獲得していなくても、得意な思考ルートを用いて、健常児とは違うやり方で解答を導いている可能性があると考えられる。そのことは有効なことであるが、数学の母構造は算数の全ての領域の学習内容の習得において重要な柱となる考え方の枠組みである。その思考の枠組みがうまくつけれないまま、上位学年の算数課題に対応することは、次第に深刻な困難に直面するリスクが高くなるであろう。本研究は、初期段階の算数的思考が困難な子どもの早期発見、予防的支援の手掛かりとなる情報といえる。

算数困難児の予防的支援においては、苦手なタイプの思考課題を調べ、そのタイプの構造について理解を促すこと、同じ構造をもつ課題について領域をまたいで系統的に学ばせること、構造間の連関について気づかせることなどが考えられる。情報処理能力に偏りがある LD 児は、得意な情報処理ルートを活用した支援が効果的であると考えられる。

第 4 章では、偏りが多い LD 児と偏りが少ない LD 児の WISC-Ⅲの群指数を比較し、LD 児における算数的思考の困難の背景要因についても明らかにした。その結果、思考の偏りが多い者は、少ない者と比較して、個人内において VC や PO の得点が低いことが指摘できた。熊谷（2016）は、算数障害の子どもは、文章題解決における数的推論において、言語で理解したことを視覚的なイメージに置き換えるという統合過程段階のつまずきの多さを指摘した。言語能力のみが弱い場合、言語は理解できていてもイメージ化する能力のみが弱い場合、言語理解もイメージ化も問題ないが、言語からイメージへの変換過程のみがうまくいかない場合の 3 通りのつまずきのために統合過程がうまく進まないことを示唆し

た。言語能力の弱さは本研究結果における VC(文章理解) の低さ、イメージ化あるいは言語からイメージへの変換の弱さは PO (知覚統合)の低さが関連していると推測できる。集合分類の課題を例に挙げるなら、赤や白のバラやチューリップの花や本数を文章から読み取ることができるか、その視覚的イメージが浮かぶか、それを絵や図表など何らかの方法で表現できるか、問題のもつ構造を意識しながら解決につながるような意味のある絵や図表などに変換できるか、ということになろう。文章題の中に出てくる具体物について、ただ絵や図を描きならべるだけではなく、そこから問題可決に向かって描かれた図や絵の要素を互いに関連づけ、統合していく際に PO (知覚統合) の能力が関係してくるとともに、統合過程においては、数学の母構造を踏まえた 3 種の算数的思考の構造を把握し、まとめあげる能力が重要であることが推測された。

以上の結果より、算数困難を伴う LD 児における算数的思考困難の特徴について明らかにすることができた。特に、算数教育における「数学（算数）的思考」とは何かということについて数学以外の論理（推論）と違いを明確にし、数学の母構造をふまえた算数的思考問課題を作成し、基準値による「算数的思考」の困難と「読み」「プランニング」の能力との関係を検討することにより、算数的思考の困難の特徴が明らかになった。また、算数的思考課題の達成順序による検討により、算数困難を伴う LD 児の特異的な発達の偏りや遅れの可能性とその認知的要因を明らかにできたことは、支援における有力な情報につながることを指摘できる。発達の偏りは成長とともに解消される可能性もあるが、算数的思考の習得に偏りがあるということは、ある期間、算数の学習に困難をきたし、算数や他の教科学習のみならず、日常生活場面においても影響することが考えられる。そのため、算数的思考の困難とその背景要因を明らかにすることは、子どもの年齢集団における、算数的思考の習得状態を評価し、つまづきを回避するための手掛かりをとなるであろう。

支援方法の開発と効果の検証が今後の課題であるが、初期の算数におけるつまづきは将来的に上の学年に引き継がれることを考慮し、早期に予防的支援を行うことで算数的思考能力の向上につながることを指摘できる。

引用・参考文献

赤塚めぐみ, 江尻実加, 松井弘子, & 小池敏英. (2002). 知的障害児におけるカウンティングと行動調整機能の発達連関: 単純運動反応の行動調整課題に基づく検討. 特殊教育学研究, 40(2), 205-214.

秋元有子. (2017). 数学的思考の視点から見た算数障害. 教育心理学研究, 65(1), 106-119.

American Psychiatric Association. (1994). Diagnostic and Statistic Manual of Mental Disorder. (DSM-IV).

American Psychiatric Association.(2013) .Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders. (DSM-5™)

Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. Psychonomic bulletin & review, 14(2), 243-248.

Bourbaki, N. (1946). *Eléments de mathématique* Hermann. 前原昭二(編); 前原昭二(訳)(1968-1969)ブルバキ数学原論,一集合論要約. ブルバキ.N 著,東京図書.

Bruner, J. S.(1960).The process of education.Harvard University Press. 鈴木祥蔵, 佐藤三郎(訳)(1960).教育の過程.岩波書店 Campbell, J. I. (Ed.). (2005). Handbook of mathematical cognition. Psychology Press.

Case, R., & Okamoto, Y. (1996). The role of central conceptual structures in the development of children's thought. Monographs of the Society for Research in

Child Development, 61 (1-2)

Danielsson, H., Henry, L., Messer, D., & Ronnberg, J. (2012). Strengths and weaknesses in executive functioning in children with intellectual disability. *Research in Developmental Disabilities*, 33, 600-607.

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284(5416), 970-974.

Dehaene, S. (1997). *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, Oxford University Press. 長谷川真理子, 小林哲生 (訳). (2010). *数覚とは何か?: 心が数を創り、操る仕組み*, 早川書房.

Dienes, Z. P. (1965). *Modern mathematics for young children*. E. S. A

Dienes, Z. P. & Golding, E. W. (1966). *Learning Logic, logical games*. O. C. D. L. Paris.

中島健三・園田桂子 (訳). (1970). *論理的な考えを伸ばす集合あそび*. 明治図書.

Dienes, Z. P. & Jeeves, M. A. (1970). The effects of structural relations on transfer. *Hutchinson Educational LTD, London*.

Fletcher, J. M., Foorman, B. R., Boudousquie, A., Barnes, M. A., Schatschneider, C., & Francis, D. J. (2002). Assessment of reading and learning disabilities. A research-based intervention oriented approach. *Journal of School Psychology*, 40, 27-63.

Fuchs, L. S., Seethaler, P. M., Powell, S. R., Fuchs, D., Hamlett, C. L., & Fletcher, J. M. (2008). Effects of preventative tutoring on the mathematical problem solving of third-grade students with math and reading difficulties. *Exceptional children*, 74(2), 155-173.

藤村宣之.(2012).数学的思考の発達と授業過程 児童心理学の進歩,151,138-162.

藤田和弘（監修）熊谷恵子・青山真二（編集）.(2000).長所活用型指導で子どもが変わる Part2ー国語・算数・遊び・日常生活のつまずきの指導ー. 図書文化社, 59ー105.

Gathercole, S. E., Alloway, T. P., Willis, C., & Adams, A. M. (2006). Working memory in children with reading disabilities. *Journal of experimental child psychology*, 93(3), 265-281.

Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological bulletin*, 114(2), 345.

Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of experimental child psychology*, 77(3), 236-263.

Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, 37(1), 4-15.

Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and

mathematics. Handbook of mathematical cognition, 253-268.

Geary, D. C.(2005).The origin of mind : evolution of brain, cognition, and general intelligence,American Psychological Association,小田亮訳 (2007),心の起源 : 脳認知一般知能の進化,培風館.

Gena,H,MA, & Sarah,P,PhD.(2017).A Systematic Review of longitudinal studies of mathematics Difficulty.Journal of Learning Disabilities,1-17.

Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. Review of Educational Research, 79(3), 1202-1242.

Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. Journal of Educational Psychology, 93(3), 615.

畑中愛, 橋本創一, & 林安紀子.(2008).幼児・小学校低学年児童における算数文章題のつまずきとその支援について. 東京学芸大学紀要, 495~501.

波多野完治.(1965).ピアジェの認識心理学, 国土社.

波多野完治.(1982).ピアジェの発生的心理学, 国土社.

波多野完治 (監修) 大浜幾久子 (編集) . (1982) .ピアジェの発生的心理学. 国土社.

波多野誼余夫.(1981).東一群モデル.新版心理学事典,平凡社, p532.

服部 美佳子, &上野 一彦.(2002).通常学級に在籍する学習困難を示す児童の学力の特性と教育的対応,LD 研究 11(3), 280-292.

東原文子, 前川久男, 北村博幸, & 久光倫. (1996). 量の増減の表象を目的とした文理解指導: 算数文章題に困難を示す児童を対象として. 心身障害学研究, 20(45), 55-1996.

細渕富夫, & 清水貞夫. (1985). 重度・重複障害児のコミュニケーション発達における機能関連一 o r d e r i n g analysis による検討一. 電子通信学会教育技術研究報告, ET84, 9, 43-46.

藤村宣之.(2012).数学的思考の発達と授業過程. 児童心理学の進歩. 51.

稲垣真澄.(2010) .特異的発達障害診断・治療のための実践ガイドライン—わかりやすい診断手順と支援の実際, 診断と治療社.

Inhelder,B.&Piaget,J.(1964).The early growth of the child.New York. Harper & Row.

井上尚美. (1989). 言語論理教育入門. 明治図書.

石渡陽子, & 邑本俊亮. (2011). 児童の説明文読解におけるマクロ処理スキルの効果.

心理学研究, 82(4), 354-361.

石田純一, & 田鹿秀継.(1993).算数文章題解決における下位過程の分析. 科学教育研究, 17 (1), 18-25.

伊藤一美.(1997).学習障害児にみられる算数文章題におけるつまずき. LD (学習障害).

伊藤一美.(2001).数概念の発達観からみた算数障害,LD 研究と実践 9, 2, 72-90.

伊藤一美.(2016).算数につまずきを示す子どもの理解とその指導. こころの科学, NO.187,77-82.

Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. Child development, 74(3), 834-850.

Jordan, N. C., & Montani, T. O. (1997). Cognitive Arithmetic and Problem Solving A Comparison of Children with Specific and General Mathematics Difficulties. Journal of learning disabilities, 30(6), 624-634.

Jordan, Nancy C., and Laurie B. Hanich.(2000). Mathematical thinking in second-grade children with different forms of LD. Journal of learning disabilities, 33(6),567-578.

Jordon, N. C., Kaplan, D., & Hanich, L. B. (2002). Achievement growth in children with learning difficulties in mathematics: Findings of a two-year longitudinal study. *Journal of educational psychology*, 94(3), 586.

Jordan, N. C., & Hanich, L. B. (2003). Characteristics of children with moderate mathematics deficiencies: A longitudinal perspective. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18(4), 213-221.

Johnson, D. J., & Myklebust, H. R. (1967). *Learning Disabilities; Educational Principles and Practices*.

海津亜希子.(2002). LD 児の学力におけるつまずき要因の考察ー “学習領域スキル別 つまずきチェックリスト” を使ってー. *LD (学習障害) ー研究と実践ー*, 8(2),63-82.

海津亜希子. (2002). LD 児の学力におけるつまずきの特徴ー健常群との学年群ごとの比較を通してー, *国立特殊教育総合研究所研究紀要*,9, 11-32.

海津亜希子.(2016).算数につまずく可能性のある児童の早期把握ーMIM-PM 算数版の開発ー. *教育心理学研究*, 64, 241-255.

片桐重男. (2004). 数学的な考え方の具体化と指導. 明治図書 平成 16 年.

川間健之介. (2009). 算数文章題に困難を示す児童の指導: 基礎的加減算文章題の類型に基づいて. *障害科学研究*, 33, 237-248.

Kintsch, W. (1994). Text comprehension, memory, and learning. *American Psychologist*, 49, 294-303.

Kintsch, W., & Van Dijk, T. A. (1978). Toward a model of text comprehension and production. *Psychological review*, 85(5), 363.

小林久男.(2005).学齢児童における実行機能の検討. 埼玉大学紀要教育学部 (教育科学), 54(1), 143-154.

国立教育政策研究所教育課程研究センター. (2002). 評価規準の作成、評価方法の工夫改善のための参考資料 (小学校) - 評価規準、評価方法等の研究開発 (報告) -.

熊谷恵子(1999).算数障害の概念—法的定義、学習障害研究、医学的診断基準の視点から—. 特殊教育学研究, 37(3), 97-106.

熊谷恵子.(2000).学習障害児の算数困難. 多賀出版.

熊谷恵子. (2016). 算数障害とは (学習障害を支援する). *こころの科学*, (187), 46-52.

Lakoff, G., & Núñez, R. E. (2000). Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being. *AMC*, 10, 12. 植野義明・重光由加 (訳). (2012). 数学の認知科学, 丸善出版.

Lembke, E. S., Hampton, D., & Beyers, S. J. (2012). Response to intervention in mathematics: Critical elements. *Psychology in the Schools*, 49(3), 257-272.

McCarthy R., A., & Warrington E., K. (1990). Cognitive neuropsychology. Academic Press. 相馬芳明・本田仁視(監訳)(1996) 認知神経心理学、医学書院.

Mac Lane S. (1986). Mathematics, Form and Function, Springer. 彌永昌吉監修
赤尾・森本(訳).(1992). 数学—その形式と機能. 森北出版.

Mashaal, M. (2000). Bourbaki : une société secrète de mathématiciens, (Les génies de la science, no 2) Pour la Science, 高橋礼司訳.(2002). ブルバキ : 数学者達の秘密
結社, シュプリンガー・フェアラーク東京.

Masson, J. D., Dagnan, D., & Evans, J., (2010) .Adaptation and validation of the
Tower of London test of planning and problem solving in people with
intellectual disabilities. Journal of Intellectual Disability Research, 54,
457-467.

Mayer, R. E. (1992). Thinking problem solving, cognition. Second edition. New
York. W. H. Freeman.

道田泰司. (2003). 論理的思考とは何か?. 琉球大学教育学部紀要, 63, 181-193.

Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A., & Wager,
T. D. (2000). The unity and diversity of executive functions and their
contributions to complex “frontal lobe” tasks: A latent variable analysis.
Cognitive psychology, 41(1), 49-100.

三宅信一, 綱川誠, & 清水貞夫.(1985).Ordering theory による知能検査の検討.電子通信学会 教育技術研究報告,ET84-9,33-38.

文部省初等中等教育局特殊教育課(1992).通級制度に関する調査研究協力者会議「通級による指導に関する充実方策について（審議のまとめ）」. 文部省.

文部省初等中等教育局特殊教育課. (1995)..学習障害およびこれに類似する学習上の困難を有する児童生徒の指導方法に関する調査研究協力者会議学障害児等に対する指導について（中間報告）. 文部省.

文部科学省.(2003).今後の特別支援教育の在り方について（最終報告）

文部科学省.(1999).学習障害児等に対する指導について（報告）. 学習障害及びこれに類似する学習上の困難を有する児童生徒の指導方法に関する調査研究協力者会議.

文部科学省.(2002).通常の学級に在籍する特別な教育的支援を必要とする児童生徒に対する全国実態調査.

文部科学省.(2008).学習指導要領解説国語編.東洋館出版.

文部科学省.(2012).通常の学級に在籍する発達障害の可能性のある特別な教育的支援を必要とする児童生徒に関する調査について

http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/tokubetu/material/__icsFiles/afieldfile/2012/12/10/1328729_01.pdf（2017 年 5 月 15 日）

文部科学省.(2017).学習指導要領解説算数編

http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/_icsFiles/afile/ldfile/2017/07/25/1387017_4_1_1.pdf (2017 年 8 月 3 日)

森口佑介.(2008). 就学前期における実行機能の発達. 心理学評論, 51(3), 447-459.

森口佑介.(2012). わたしを律するわたし: 子どもの抑制機能の発達. 京都大学学術出版会.

本橋信義(1997).新しい論理序説. 朝倉書店.

中道圭人.(2013).児童における算数問題解決, ワーキングメモリ, およびプランニング能力の関連. 教科開発学論集, 1, 91-101.

中島好美, 奥住秀之, & 國分 充. (2013).知的障害児・者におけるプランニングの特徴と支援. 知的障害児のプランニングと抑制機能の支援に関する基礎的・実践的研究. 広域科学教科教育学研究経費研究報告書.

中山修一, & 高山佳子. (2004). 算数文章題のつまずきとその指導について: 文献および事例を対象とした研究. 横浜国立大学教育人間科学部紀要. I, 教育科学, 6, 163-177.

成川敦子, 後藤隆章, & 小池敏英. (2010). LD 児の論理的思考の特徴に関する研究--算数文章題による検討. LD 研究, 19(3), 281-289.

Nelson, G., & Powell, S. R. (2017). A Systematic Review of Longitudinal Studies of Mathematics Difficulty. *Journal of Learning Disabilities*, 0022219417714773.

小田敏弘.(2011).論理的思考のための数学教室, 日本実業出版社 .

及川克紀, 清水貞夫, & 綱川誠, & 三宅信一. (1986) .社会生活能力の Ordering Analysis その 1, その 2, 日本特殊教育学会 第 24 回大会発表論文集.

Okamoto,Y.&Case,R.(1996).Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. ,Monographs of the Society for Reserch in Child Development.

Pennington, B. F., & Ozonoff, S. (1996). Executive functions and developmental psychopathology. *Journal of child psychology and psychiatry*, 37(1), 51-87.

Piaget,J.(1955).Les structure mathematique et les structures operatoire de L'intelligence.滝沢武久(訳).(1980).数学の構造と知能の構造,思考の誕生－論理操作の発達－,朝日出版社,79-124.

Piaget,J. , & Szeminska, A. (1941).La genèse du nombre chez l'enfant,Delachaux & Niestlé,遠山啓, 銀林浩, 滝沢武久(訳).(1962).数の発達心理学,国土社.

Riley,M,S.,Greeno,J,G.,&Heller,J.I.(1983).Development of children' s problem-solving ability in arithmetic.In H. P. Ginsburg (Ed.) : The development of mathematical thinking. New York.Academic Press,153-196.

Robinson, C. S., Menchetti, B. M., & Torgesen, J. K. (2002). Toward a two-factor theory of one type of mathematics disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 17, 81-89.

Rourke, B. P., & Finlayson, M. A. J. (1978). Neuropsychological significance of variations in patterns of academic performance: Verbal and visual-spatial abilities. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 6(1), 121-133.

Rousselle, L., & Noël, M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102(3), 361-395.

坂本美紀. (2005). 算数障害児における認知的不全作業記憶および読み障害との関連を中心に. 兵庫教育大学研究紀要 Vol.27, 37-47.

坂元昂 .(1981). 構造, 新版心理学事典. 平凡社, p240.

Schuchardt, K., Maehler, C., & Hasselhorn, M. (2008). Working memory deficits in children with specific learning disorders. *Journal of Learning Disabilities*, 41(6), 514-523.

世界保健機構(1992). 国際疾病分類第 10 改訂版 (ICD-10) .

Seron, X. (1993). *La neuropsychologie cognitive*, Presses Universitaires de France, 須

- 賀哲夫, 久野雅樹共(訳).(1995).認知神経心理学, (文庫クセジュ, 764) ,白水社.
- 渋谷憲一, & 井上尚美(1971).ピアジェによる論理的思考の構造, 明治図書.
- 進藤桂子, 前川久男, 佐竹真次, & 小林重雄. (1988). 治療方略選択のための言語発達検査について (1). 心身障害学研究, 13(1), 35-50.
- 杉原一昭. (1989). 論理的思考の発達過程: 差と類についての思考の発達. 田研出版.
- 多鹿秀継.(2015).小学生の算数文章題の解決過程. 心理学ワールド 70 号. 新曜社, 13-16.
- 辰野千壽.(1997).学習方法の心理学. 図書文化社.
- 辰野千尋, & 北尾倫彦.(2005).教研式標準学力検査 CRT-Ⅱ. 実施と利用の手引き. 図書文化社.
- 辰野千尋, & 北尾倫彦.(2011).教研式標準学力検査 CRT-Ⅱ. 図書文化社.
- Temple,C. (1997). Cognitive Developmental Neuropsychology. Erlbaum(UK).
- 東京都教育委員会(2007).特別支援教育推進のためのガイドラインー東京都の特別支援教育ー (最終報告) .
- 柘植雅義. (2016). 日本における学習障害の頻度: 文部科学省の実態調査から (学習障害を支援する). こころの科学, (187), 21-26.

Watson,S.M.R.,&Gable,R.A.(2012).Unraveling the complex nature of mathematics learning disability:Implications for research and practice.Learning Disability Quarterly,36,178-187.

吉田甫, & 多鹿秀継. (1995). 認知心理学からみた数の理解. 北大路書房.