

算数科

算数・数学的に考え、算数的に表現し、高め合う子の育成

小野健太郎 加国希支男 高橋丈夫

学び合う中での思考力・表現力の育成を目指したい。なぜならば、算数教育の本質である「算数・数学的な考え方」は、教師を含めた子ども達から成る集団思考の中でこそ、よりよく育成され则认为るからである。

集団による問題解決の過程において、人の意見を真剣に聞き、自らの意見との相違を考え、よりよい解決を探究していく際には、必然的に物事を多面的に見る必要が出てくる。教材研究に裏打ちされた考える必要感のある学び合いの場こそ、算数・数学的な考え方を育成する場となるのである。

1. 算数科の研究テーマ

(1) 算数科における問題意識

「数学的な考え方」という言葉がはじめて小学校の目標に取り入れられたのは昭和33年に告示された学習指導要領の改訂のときである。そこでは、小学校算数科の目標の1、5に「数学的な考え方」という表現が入っている。この「算数・数学的な考え方」の育成の重要性が世に出てから50年以上が経過した現在、その育成はなされてきたのであろうか。全国的な調査の結果からは、活用力や思考力に関しては、未だ多くの課題があることが指摘されている。では、いったいどうしたら「算数・数学的な考え方」の育成はなされるのであろうか。

算数部では、よりよく考える、学び合いの場に子どもをおき、そこで子どもたちが算数・数学的に考えることを経験することにより、その育成がなされると考える。その理由は以下の2点からなる。

- ①学び合いの場、つまり子どもたちどうしが互いの意見の相違を考えつつ、よりよい解決方法(算数・数学的に考え)を模索し、用いることで、物事を多面的に比較・検討し、算数・数学的に考えることの良さを認識することができる。
- ②教師は子どもの「問うべき問い」を問う範を示す役割をもっている。「問うべき問い」の範(考える姿とは、自問自答の過程であり、よりよく考える姿「『問うべき問い』を問う姿」を見せることで、子どもも問えるようになると考える。)

(2) テーマ設定の理由

研究部から「理解を深め、知を創造する子の育成～子どもの思考を媒介する『メディア』に注目して～」という全体テーマが提示された。このテーマを受け算数部では研究テーマを「算数・数学的に考え、算数的に表現し、高め合う子の育成」と設定した。

算数部のテーマである「算数・数学的に考え、算数的に表現し、高め合う子の育成」は、「算数・数学的に考える」、「算数的に表現する」、「高め合う」の3つの部分から構成されているが、個々が独立しているわけではなく、各々が深く関係し合っている。では、どのように関係しているのであろうか。

①「算数・数学的に考える」ことについて

算数部で掲げている「算数・数学的に考える」とは、「算数・数学的な考え方」を用いて問題を解決していくことを示している。なお、諸説ある「算数・数学的な考え方」の中でも本校算数部では、中島(1981)の言う、算数・数学にふさわしい創造的な活動の過程で用いられる考え方ととらえている。ここで言う「算数・数学にふさわしい創造的な活動の過程」とは、出会い方はどうであれ「自分ごと」として課題をとらえていることから始まる。子どもの心情表現に例えるなら「何とか工夫改善しなければ気がおさまらないという心情にかられて」問題解決にあたらざるを得ない、考える必要感のある場に子どもを置くことが大切なのである。また、算数・数学にふさわしい創造的な活動の過程とは、問題解決の場で

あり、ここでは既習事項が活用され問題が解決されていく。この際には「より簡潔にしたい」、「より明確にしたい」、「より統合されたものにしたい」という観点から個々の解決過程が吟味修正され、算数的に価値ある知識や概念、考え方等が創造されたり育成されたりする。そして「算数・数学的な考え」は、当然のことではあるが、「算数的な表現」(メディア)と密接なかかわりをもつものであり、「高め合う」場は、それらを育成する場としてふさわしいと考える。

②「算数的に表現する」ことについて

前述したように、「より簡潔にしたい」、「より明確にしたい」、「より統合されたものにしたい」といったような観点からみて、何とか工夫・改善しなければならないという必要感にかられるような問題解決の場面において、算数・数学的に考える過程を自分の内面から表出したものとして「算数的に表現する」ことが行われる。最も身近な例としては、式表現がそれにあたる。

より複雑な問題を解決することになればなるほど、頭の中で全てを解決することは困難になり、自らの思考を整理したり振り返ったりするために、自分の思考過程を何らかの形で残すことが必要になる。この際、全てを考え終えてから何らかの形で残す、といったことは、当然行われない。考えつつ、その過程をその都度自らの都合のよい表現方法をもって何らかの形に表していくはずである。日常事象も含めて、問題が何らかの形で算数の世界に入ったと考えれば、問題を解決する際には、数式や図、表、グラフ等(メディア)を用いて表現しつつ、問題を解決していくのである。この創造的な活動が行われる際に用いられる、思考に関連した表現活動を「算数的に表現する」ととらえているのである。

③「高め合う」ことについて

算数部では、一斉授業における問題解決型の学習をしていく中で、「算数・数学的に考え」、「算数的に表現する」ことのできる子の育成を考えている。

問題解決型の授業は一般的には「課題把握」―「自力解決」―「比較・検討・練り上げ」―「まとめ」の過程を経ると言われる。このように授業が進んでいくと考えた時、そこで見られる子どもたちの姿は、個々で黙々と課題に取り組む姿だけであろうか。きっとそこでは、課題を自分の問題として、より明確な姿でとらえるために質問をしたり疑問をつぶやいたりする姿が見られるはずである。そのつぶやきや質問に他の子どもたちが反応したり、教師から条件が付け足されたりしていく中で、徐々に問題が明確になると共に解決への見通しをもった子どもたちは問題の解決へ進んでいく。

自力解決の際には個人内で問題解決が行われるであろう。この際に一応の解決に至れば、この後に訪れる「比較・検討・練り上げ」の場に備え、自分の考えたことの正当性や、それを思いついた理由が相手に伝わるように、式や図等に文章が付け足されたり、よりよい表現へと改善されたりしていく。また、解決に至らなかった場合には、自分が何を思い、どこまで考えたのかが、周囲に伝わるようになっていて欲しい。そして、迎えた「比較・検討・練り上げ」の場から「まとめ」の過程では、その場に提示された解決方法に対して「質問」や「付け足し」等が行われ、まるで藁から徐々に太い縄をなっていくように、いろいろな意見がより合わさることで考え方が洗練され、問題解決のまとめに近づいていくのである。子どもたちはこの過程を経ることで、互いに自らの考え方を洗練させつつ、考える力や表現する力を高め合っていくと考える。自分の意見に固執するだけでなく、相手の解決方法の発表に耳を傾け、自分の解決方法との相違を考えることで、個々の解決方法への理解が深まっていく。また、同じ解決方法のアイデアでありつつも表現の仕方によって伝わり方が異なることなども学んでいくのである。

(3) 育てたい子ども像

思考力と表現力は互惠的関係にあると言われている。この互惠的関係に着目して実践研究を進めていくことによって、子どもたちが「算数・数学的な考え」を洗練していけるようにしたい。

この思いを具現化した、本校算数科で考える育てたい子ども像は以下の通りである。

○既習事項や生活経験と関連づけながら解決方法を表現し、自分なりの理由をもって思考を進めることのできる子(選択された既習事項が「メディア」となる：何を選択しているか?によって、その理解が見える)

○他者の表現から思考をよみとり、自分と他者、または他者と他者の思考の関連を見出し、よりよい解決方法を導こうとする子(選択された他者の表現が「メディア」となる)

2. 全体研究テーマとの関連

(1) 算数科における「理解を深め、知を創造する」とは

算数の授業を「問題解決型」の授業ととらえている。以下では、この「問題解決型」の授業の展開にそって、「理解を深

め、知を創造する」ことについて言及する。

算数は系統性の高い教科である。したがって、授業の最初に提示される問題は、既習事項や既習経験を用いると何とか解決できる課題である。しかし、そこで出された解決方法は一応の解決と呼ばれる未成熟な解決方法である場合が多い。この一応の解決を洗練させていくと新たな算数的に価値のある概念なり思考なりが生まれてくるのである。課題を解決するために用いられた既習事項は、そこで用いられることにより、生きて使える知識となる。つまり、児童の側から見れば、その既習事項に対しての「理解が深まった」と考えられるのである。また、問題を解決することにより「できるようになったこと」が、創造された「知」と考える。

(2) 算数科における大切にしたいメディアとは

本稿では、メディアを算数科の授業の過程である問題解決の過程でとらえる。

①問題を把握するためのメディア

問題解決型の学習において、問題を自分事としてとらえる際には、その個々人なりの理解が必要となる。つまりその個々人の持つ既習経験と照らし合わせて理解するため、今までの学習で、行ってきたその子なりの図や式による算数的な表現がそれにあたる。

②自力解決をするためのメディア

自力解決の場面では、自分事としてとらえた問題に対して解決が行われる。そこでは、ノートに書かれた解決方法そのものが、個々人の内面にある思考を表す「メディア」となる。きれいに書かれたそのものとしての図や式だけでなく、式や図が書かれた順序や、書き直すためにうち捨てられ放棄された解決途中の図や式、筆算の後等、ノートに書かれた全てが、その子の思考を進展させるという意味で、またその子の思考を映し出す鏡という意味で「メディア」となると考える。

③発表、比較・検討・練り上げの場面における、意見を収束させるためのメディア

発表、検討・比較・練り上げの場面では、最初に発表された A という意見に対して、「付け足し」や「質問」、「その他の意見」等、自分の立場を決める発言そのものや、自分なりに A を解釈し行われる意見を説明するために用いられる式、図、言葉等、視覚的な表現の全て、具体物や半具体物を使用した場合には、その具体物や半具体物を動かす操作、操作の合間に現れる可能性のある間等、動作も含めた視覚的に表された全てが自問自答の過程と言われる問題解決過程における思考を収束させる機能をもつという意味で、また他者から見て子どもの思考の様子を写すという意味で「メディア」となると考える。

1 行空き

3. 研究の重点

算数科のテーマを実現するために、次の 3 点に焦点を当てる。

- ・学習内容の系統性を明確にする教材研究
- ・思考と深い関係にある算数的な表現(図、式、言語)の系統性
- ・学び合いの場で、子どもたちが互いに高め合っていくための教師のかかわり

具体的には、算数・数学的な考え方までも視野に入れ、学習内容の系統性を意識しつつ研究を構築してきた。その際、思考と密接な関係にある「表現」の系統性や発達の過程にも焦点を当ててきたのである。ここでいう「表現」とは、単に言語だけでなく、数や式、図、表、グラフなどの数学的な表現も含んでいる。(平成 23 年文部科学省「言語活動の充実に関する指導事例集」)

研究の重点としては、「割合」の系統性を明確にし、思考を表現する道具としての図表限に焦点を当てていきたい。以下では、上記の 3 つの研究の重点と全体研究テーマとの関連について述べる。

(1)「学習内容の系統性を明確にする教材研究」との関連

本校では「理解を深め、知を創造する子を育成する」ために、「子どもの思考を媒介する『メディア』」に焦点を当てている。算数部ではこのテーマ実現のために、数学的な考え方の系統性も考慮しつつ教材研究を行ってきた。なぜなら、そうすることで、子どもたちが、より簡潔にしたい、より明確にしたい、より統合されたものにしたいといったような視点からみて、何とか工夫・改善しなければならないという必要感にかられる場におかれ、既習経験や既習事項を用いた問題解決が行われ、結果として「知」にあたる算数・数学的に価値あるものの創造がなされるからである。

(2)「思考と深い関係にある算数的な表現(図、式、言語等)の系統性を明確にする」こととの関連

算数的な表現(図、式、言語等)の系統性を考えていくことは、算数・数学的な考え方の系統性を考えて行く際に欠くことのできない部分であり、思考と表現の双方向から、その系統を考え、授業を構築していくことで、子どもたちが自ら算数・数学的に相応しい創造の過程を追体験できるような時間の実現が可能となる。つまり、まさにそこは、「知」が創造される場となると考える。

(3)「学び合いの場で、子どもたちが互いに高め合っていくための教師の関わり方」との関連

授業は、「子ども」、「教師」、「教材」の3つの要素から構成されるという指摘(橋本・坪田・池田 2003)がある。算数部では、この立場に立ち、授業を構成している。したがって、上記の(1)や(2)を考慮しつつ教材研究をしていく中で、教師にとって望ましくない反応(その子どもにとっては、当然意味がある)等の予想が数多くされると共に、それを見取るための、思考を媒介する『メディア』についても数多の予想がなされていく。これらの予想を基に、子どもがどこで悩み、どうよりそうことで、子どもたちが自ら算数・数学的に相応しい創造の過程を追体験できるような時間の実現についての考察が進んでいく。これにより既習事項が活用され、知の創造がなされると考えるのである。

4. 成果と課題

(1)研究の成果

算数部では、研究の重点として以下の3点を挙げた。本節では、この3つの観点毎に成果について述べる。

- ・ 学習内容の系統性を明確にする教材研究
- ・ 思考と深い関係にある算数的な表現(図、式、言語)の系統性
- ・ 学び合いの場で、子どもたちが互いに高め合っていくための教師のかかわり

○学習内容の系統性を明確にする教材研究に関連して

算数部では、「割合」の系統性に焦点当てて研究を進めてきた。この結果、杉山(2008)の指摘通り、低・中学年から素地指導を、その学んでいることの価値が分かるように行っていくことが大切であることと共に単位を意識させていくことが重要であることが分かった。

○思考と深い関係にある算数的な(図、式、言語)の系統性に関連して

内容の系統性に併せて、式や言葉で表現されたものを数直線図や表等で具体化したり、表や面積図等で表現されたものを逆に式や数直線図にしたりしていくことで、学習に関しての理解が深まっていく様子も見られている。なお、数直線図については、表や式で表現された解決の別表現として教師が見せたり、取り上げたりしていく内に、その便利さに気付いた児童が使い出し、他の思考表現と合わせて解決時に用いられる頻度が増えていくことも分かった。

○学び合いの場で、子どもたちが互いに高め合っていくための教師のかかわり

中心課題を明確にすると共に、学び合いの主たる場となる「練り上げ」において、子どもたちの意見が収束に向かうための問いを明確にしていくことの重要性が分かった。具体的には、子どもたちの教師にとって不都合な反応も含めて、教材研究時に細かく分析し、その都度、反問や切り返し等の「問い」を準備することが大切なことが分かった。

(2)今後の課題

「割合」の指導に関しては、未だ課題が残る結果が出ているのが現状である。上記の研究の成果を元に、よりよい実践研究を積み重ね、「割合」指導の充実を図れるように、努力していくことが今後の課題として挙げられる。

【参考・引用文献】

中島健三(1981)「算数・数学教育と数学的な考え方—その進展のための考察」(金子書房)

橋本吉彦、坪田浩三、池田敏和(2003)「今、なぜ授業研究か」(東洋館出版社)

杉山吉茂(2008)わり算は包含除-割合の理解の素地として-日本数学教育学会誌 第90巻 第2号 pp2-6