

# 数学を見いだす活動を促す指導に関する研究（3年次）

— 数学を見いだす授業づくりと現職研修および教員養成への貢献 —

鈴木 誠（代表者）<sup>3)</sup>

矢嶋 昭雄<sup>1)</sup> 稲垣 悦子<sup>2)</sup> 越後 佳宏<sup>2)</sup> 栗田辰一朗<sup>2)</sup> 永山 香織<sup>2)</sup> 羽住 邦男<sup>3)</sup>

傍士 輝彦<sup>3)</sup> 峰野 宏祐<sup>3)</sup> 青山久美子<sup>4)</sup> 井上 哲明<sup>4)</sup> 大谷 晋<sup>4)</sup> 岸谷 正彦<sup>4)</sup>

佐藤 亮太<sup>4)</sup> 菅原 幹雄<sup>4)</sup> 祖慶 良謙<sup>4)</sup> 田中満城子<sup>4)</sup> 花園 隼人<sup>4)</sup> 吉岡 雄一<sup>4)</sup>

西川 史恵<sup>4)</sup> 岡田 春彦<sup>5)</sup> 蓮沼 喜春<sup>6)</sup>

1) 東京学芸大学教育実践研究支援センター

2) 東京学芸大学附属世田谷小学校

3) 東京学芸大学附属世田谷中学校

4) 東京学芸大学附属高等学校

5) 文京区立第六中学校

6) 荒川区立尾久八幡中学校

## 目 次

1. 研究の目的	22
2. 研究の方法	23
3. 研究計画	23
4. 研究の実際	24
4. 1 小学校 現職研修会「図形のよさ」を見いだす活動の展開の提案	24
4. 1. 1 2つの授業の共通点と相違点	
4. 1. 2 第3学年「オリジナルパーツをブランコのようにゆらす支柱をつくらう」の授業について	
4. 1. 3 授業と授業研究の協議会を通して得た課題	
4. 2 中学校における数学を見いだす活動に焦点を当てた現職研修及び教員養成への貢献	27
4. 2. 1 現職研修セミナー	
4. 2. 2 教育実習	
4. 2. 3 考察	
4. 2. 4 資料	
4. 3 高等学校における数学を見いだす授業づくり	32
4. 3. 1 現職研修講座	
4. 3. 2 公開教育研究大会で発表	
(1) 数学 A「倍数の判定法」	
(2) 数学 II「変化の分析の質を高める授業」	
5. 主な成果と課題	35
5. 1 数学を見いだす授業づくりと現職教員研修への貢献	
5. 2 数学を見いだす授業づくりと教員養成への貢献	

# 数学を見いだす活動を促す指導に関する研究（3年次）

— 数学を見いだす授業づくりと現職研修および教員養成への貢献 —

鈴木 誠（代表者）<sup>3)</sup>

矢嶋 昭雄<sup>1)</sup> 稲垣 悦子<sup>2)</sup> 越後 佳宏<sup>2)</sup> 栗田辰一郎<sup>2)</sup> 永山 香織<sup>2)</sup> 羽住 邦男<sup>3)</sup>

傍士 輝彦<sup>3)</sup> 峰野 宏祐<sup>3)</sup> 青山久美子<sup>4)</sup> 井上 哲明<sup>4)</sup> 大谷 晋<sup>4)</sup> 岸谷 正彦<sup>4)</sup>

佐藤 亮太<sup>4)</sup> 菅原 幹雄<sup>4)</sup> 祖慶 良謙<sup>4)</sup> 田中満城子<sup>4)</sup> 花園 隼人<sup>4)</sup> 吉岡 雄一<sup>4)</sup>

西川 史恵<sup>4)</sup> 岡田 春彦<sup>5)</sup> 蓮沼 喜春<sup>6)</sup>

1) 東京学芸大学教育実践研究支援センター

2) 東京学芸大学附属世田谷小学校

3) 東京学芸大学附属世田谷中学校

4) 東京学芸大学附属高等学校

5) 文京区立第六中学校

6) 荒川区立尾久八幡中学校

## 1. 研究の目的

平成22年度～平成24年度の3年計画でプロジェクト研究として、「算数・数学的活動を促す教材開発と指導法に関する研究」に取り組んできた。そこでは、あらたな教材開発を行うとともに、数学的活動を促す課題や指導に内在する条件について実践授業を通して具体的に示してきた。そして、研究の成果の一部を各学校で実施された現職研修において公表し、教員養成に対しても貢献し、学会発表も行なってきた。本研究はこの研究に続く研究として位置づけられるものである。

過去3年の研究では算数・数学的活動を促す教材や指導についていくつもの実践授業を通して算数・数学的活動を外延的に捉え研究を進めてきた。小学校では平成23年度、中学校では24年度から新学習指導要領による指導が行われ、高等学校においても平成24年度より学年進行に合わせて実施されている。各校種において、数学的活動がこれまで以上に重視され、算数・数学的活動を通じた指導について具体的に明らかにしていくことは算数・数学教育において現代的な課題である。

本研究では、算数・数学的活動の中でも特に数学を見いだす活動に焦点をあてて研究を進める。見いだす活動に焦点を当てることとしたのは、見いだす活動に焦点を当てた授業を行なっていくことで、日本の子どもたちの数学に対する情意面の課題を改善し得るのではないかと考えたからである。日本の子どもたちは、数学の成績はよいが、数学が好きではなく、数学を公式の集まりとみており、解き方を覚えるものだと考えている傾向があることは過去の国際調査でも指摘されている。そして、そのような実態は現在も教室において指導する中で感じることもある。数学を見いだす活動に焦点を当てた授業を適切にカリキュラムに位置づけ指導することにより、数学は自分たちで作ることができるという意識へと変化させる一助となり、数学に対する情意面における課題を改善する方向へと向けることができるものと考ええる。

このような背景と課題意識のもと、本研究において次のことを明らかにすることを目的として研究を進めることとした。

<研究の目的>

1. 数学を見いだす活動を促す教材開発を行い、その成果を蓄積すること。また、授業実践を振り返ることにより、数学を見いだす活動とはどのような活動であるかを、授業の中で子どもたちが行う具体的な活動をもと

にして事例的に明らかにすること。

2. 小・中・高等学校における授業研究を通して、各学校段階における数学を見いだす活動の違いや共通点は何かについて知見を得ること。そして、その知見をもとにして、よりよい算数・数学の授業のあり方や小4～中～高1までの6年を見通したカリキュラムを検討すること。
3. 研究を通して得られた知見について、各附属学校で行っている現職研修セミナーなどの機会を通して、教員養成や現職教員研修に資すること。

## 2. 研究の方法

- (1) 目的1に対しては、文献による研究やこれまで扱ってきた課題を数学を見いだす活動を視点として再検討することを通して、算数・数学的活動を促す指導において扱うことができるような課題を開発する。そして、開発した課題をもとに、授業研究を通して教材開発を行い、その成果を蓄積する。蓄積された授業実践を検討することにより、数学を見いだす活動がどのような活動であるかを授業の中で子どもたちが行う活動をもとにして明らかにする。
- (2) 目的2に対しては、小・中・高等学校における授業研究や毎月の附属研究会を通して知見を得る。授業研究においては、同一の課題を異なった学校段階において扱うことや、同種の活動（帰納的に調べるなど）を行った際にどのような活動の違いや共通点があるかに目を向け検討し知見を得る。
- (3) 目的3に対しては、各附属学校が行っている現職研修セミナーを研究の成果をもとにして実施する。また、各学校で実施される公開研究会で成果を公開し、教育実践研究センターの教育実習部門と連携をとり、教員養成において本研究で得られた知見をどのような形で生かしていくかを検討し、教員養成の充実に役割を果たす。

## 3. 研究計画

本研究は3年計画で実施することを念頭に置き、進めてきている。その計画は次のようにまとめられる。

平成25年度（1年次）

### 数学を見いだす活動を取り入れた授業づくりと教材収集のための基礎的研究

教材や題材の収集（4月～3月）および授業研究（10月、11月、1月、2月）を通しての授業記録の収集。各月の附属学校研究会での研究討議。

8月に行われた、日本数学教育学会全国大会において、附属世田谷小から4名（稲垣 悦子、越後 佳宏、栗田 辰一朗、永山 香織）、附属世田谷中から2名（鈴木 誠、峰野 宏祐）、附属高校から3名（佐藤 亮太、花園 隼人、吉岡 雄一）が成果の一部を発表した。

また、以下のような公開授業研究会を行い、各校からそれぞれ授業を観察し、授業後の研究協議会や附属研究会において意見交換を行った。

小学校	8月21日（水）	授業者	越後 佳宏	（6年 速さ）
			永山 香織	（5年 商分数）
			稲垣 悦子	（2年 かけ算）
中学校	11月11日（月）	授業者	峰野 宏祐	（1年 比例・反比例の活用）
高校	11月30日（土）	授業者	大谷 晋	（2年 面積を求める）
			祖慶 良謙	（2年 3次方程式の解の公式をつくる）

平成26年度（2年次）

### 数学を見いだす活動の共通点や相違点に関する研究

教材や題材の収集（4月～3月）および授業研究（8月、11月、1月、2月）を通しての授業記録の収集。これまで得た記録をもとにし、数学を見いだす活動とはどのような活動であるかを子どもが行う活動を示して明確にする。

8月に行われた、日本数学教育学会全国大会において、附属世田谷小から3名（稲垣 悦子、越後 佳宏、栗田 辰一郎）、附属世田谷中から2名（鈴木 誠、峰野 宏祐）、また、日本教材学会において附属高校から1名（花園 隼人）が成果の一部を発表した。

また、以下のような公開授業研究会を行い、各校からそれぞれ授業を観察し、授業後の研究協議会や附属研究会において意見交換を行った。

小学校	8月19日（火）	授業者	稲垣 悦子（1年 10より大きいかず）
			栗田 辰一郎（6年 比）
	1月30日（金）・31日（土）	授業者	稲垣 悦子（1年 大きなかず）
	2月11日（水）	授業者	越後 佳宏（5年 割合）
中学校	11月22日（土）	授業者	傍士 輝彦（1年 比例の活用）
			峰野 宏祐（2年 図形）
高校	11月29日（土）	授業者	菅原 幹雄（1年 確率を求める）
			吉岡 雄一（2年 三角関数）

平成27年度（3年次…本年度）

### 数学を見いだす授業づくりと現職研修および教員養成への貢献

1年次、2年次までに得られた知見を現職研修および教員養成においてどのような形で扱っていくかを教育実践研究センターの教育実習部門と連携する中で検討し、実施する。現職研修セミナーについては8月と3月に実施。8月に行われる、日本数学教育学会全国大会において、附属世田谷小から4名（稲垣 悦子、越後 佳宏、栗田 辰一郎、永山 香織）、附属世田谷中から2名（鈴木 誠、峰野 宏祐）が成果の一部を発表した。また、日本教材学会において、附属高校から2名（佐藤 亮太、花園 隼人）が成果の一部を発表した。

また、以下のような公開授業研究会を行い、各校からそれぞれ授業を観察し、授業後の研究協議会や附属研究会において意見交換を行った。

教育実践研究センター	6月24日（水）	講師	矢島 昭雄	教育実習の現状と課題
小学校	8月19日（火）	授業者	永山 香織（3年 三角形）	
			越後 佳宏（6年 拡大図・縮図）	
	2月13日（土）	授業者	栗田 辰一郎（5年 割合）	
中学校	11月14日（土）	授業者	鈴木 誠（1年 比例の活用）	
			傍士 輝彦（2年 図形）	
高校	11月28日（土）	授業者	大谷 晋（1年 整数の性質）	
			花園 隼人（2年 変化の分析）	

（文責 栗田 辰一郎）

## 4. 研究の実際

### 4. 1 小学校 現職研修会 「図形のよさ」を見いだす活動の展開の提案

附属世田谷小学校では、平成27年8月18日夏季現職研修にて、図形領域の「数学を見いだす活動」を取り入れ

た授業研究会を開催し、第3学年「円と三角形」、第6学年「拡大図・縮図」の単元の2つの授業を公開した。

どちらの実践も現実事象を題材とし、問題を解決する中で、図形がもつ性質を活用して、図形のよさを見いだす活動を扱った。第3学年の授業では、ブランコをつくる活動を通して、「三つの辺の長さが決まれば形が決まる」という三角形のよさを感覚的に見いだしたり、ブランコをゆらす実験を通して、「バランスのとれた安定した形である」という二等辺三角形のよさを見いだしたりすることをねらって単元を構成した。また、第6学年の授業では、「元にする正方形の一辺の長さがどんな長さであっても拡大図・縮図として形が保存される」という正方形の性質を、デザインを旗に拡大することに生かし、正方形のよさを見いだすことをねらって授業を構成した。

現職研修として、授業の前に「教材研修講座」という授業提案を行った。どのような主張をもって授業を実践しようとしているのか、本時で扱う教材の具体（教具とその扱い、実験の仕方、ワークシートなど）について提案し、参観者が「自分が授業者であったらどうするか」という視点をもって授業を参観してもらうようにした。

#### 4. 1. 1 2つの授業の共通点と相違点

昨年度の研究では、「算数を見いだす活動」の小・中・高の共通点と相違点を整理することをを行った。同じ領域の同じようなねらいをもった授業であっても子どもたちの発達段階によって教材の扱いが違う。同じ小学校段階でも、中学年の第3学年と高学年の第6学年では当然その扱いが違ってくる。そこで、この2つの授業の共通点と相違点を整理する。

2つの授業は、図形の性質を理解することを学習する場面で、性質を利用する活動を取り入れることでそのよさを実感させたいと考えるところに共通点がある。また、活用する場面で「図形のよさ」を見いださせるためには、2つ以上の図形を比較することを取り入れ、実感できるようにしたところも共通する部分である。具体的に第3学年のブランコづくりでは、①「1組の支柱をつくる活動」と②「ブランコをゆらして、倒れにくい形を調べる（実験的）」活動に分けて展開した。①の活動では、2年生の学習を生かし、三角形や四角形をつくりたいと考える子どもがいるということ予想し、三角形と四角形の支柱をつくって比較させた。そして、四角形の支柱をつくると、形がゆがんでしまうことを実感させ、三角形の支柱との比較で三角形は強い形なのだ気づかせようとした。また、②の実験では、二等辺三角形以外に直角三角形をつくる子どもが出てくることが予想し、ブランコをゆらす実験で比較し、二等辺三角形は、バランスのよい形であることに気づかせようとした。

第6学年のデザインを拡大する活動では、方眼を拡大する際に2倍の正方形にする場合と縦だけ2倍にした長方形と横だけ2倍にした長方形の方眼を用いて図を拡大する活動を意図的に取り入れ、縦も横も同じ倍率で拡大している正方形のよさに気づかせようとした。

一方で、第3学年と第6学年の活動の違いは、第6学年は、根拠となる性質を明記し、顕在化するところであり、第3学年では、手ごたえなどの体感を通して、よさを実感するところにある。

第3学年の授業では実験を取り入れた学習展開を考えるため、実験を行っている理科の学習との関係も大切にしたい。以下は、理科の第3学年の目標である。理科でも比較しながら調べ、性質や働き、関係についての見方や考え方を養っていることが分かる。

(1) 物の重さ、風やゴムの力並びに光、磁石及び電気を働かせたときの現象を比較しながら調べ、見いだした問題を興味・関心をもって追求したり、ものづくりをしたりする活動を通して、それらの性質や働きについての見方や考え方を養う。

理科の学習では、重さの違いやゴムの働き、磁石によってものが引きつけられる力などを「手ごたえなどの体感」で比較したのち、数値化したり、関係を表に表したりして比べている。実際にやってみることで実感するこ

とは大切なことである。本実践では、三角形の決定条件「3辺が決まれば形が決まる」ということや二等辺三角形が「線対称な図形である」という性質を見いだすわけではなく作ったり、実験を通したりする体感によって図形のよさを実感させたいと考えた。以下では第3学年の授業について述べる。

#### 4. 1. 2 第3学年「オリジナルパーツをブランコのようにゆらす支柱をつくろう」の授業について

第3学年の実践は、大きなブランコでは無く、図工で作ったブランコのように揺れる作品（オリジナルパーツと子どもたちが命名した。）を支える構造部分をつくることを目的にして活動を展開した。実際のブランコは図1のように、「着座部」「揺動部」「梁」「支柱」によってできあがる。図工で作った揺れるオリジナルパーツは「着座部」にあたり、ストローと竹ひご、針金を使って「揺動部」と「梁」も作ってあった。算数の学習では、「支柱」をつくり、梁とつなげるという活動を行った。自分で作ったパーツであるからこそ、支柱は、丈夫で頑丈であることを子どもたちは望むはずである。どのような形の支柱ならば、丈夫で、揺れても倒れにくい形になるのかを調べさせたいと考えた。

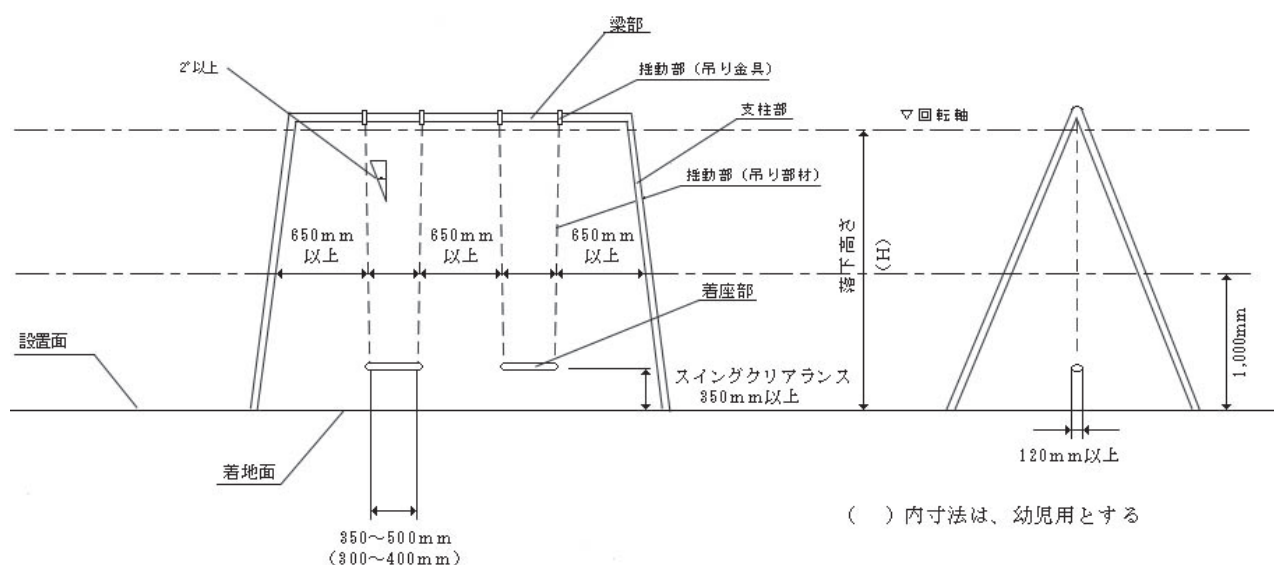


図1 文部科学省告示（2002. 11. 11）「学校に設置している遊具の安全確保について」より

三角形は3辺の長さによって、形が1つに決まるため、四角形よりも強い構造となる。実際に、竹ひご三本で三角形をつくると形が決まるが、竹ひご四本で四角形は形がゆがんでしまう。四角形を固定させるためには、対角線が必要となる。三角形の決定条件については、第5学年の合同の学習の内容であるが、実際につくることを通して、三角形の方が、三角形の形の強さを実感してほしいと考えた。二等辺三角形や正三角形は、ブランコの支柱に適した形である。なぜなら、二等辺三角形は、線対称な形であり、重心が対称軸上にあり、頂点から2:1にあたる点にあるためである。直角三角形は、重心が垂直な辺上にできてしまい、サッカーゴールのように斜辺から垂線への方向の力に弱く、転倒してしまう。実験を通して、直角三角形と二等辺三角形（正三角形）の安定性を比較させようとした。

#### 4. 1. 3 授業と授業研究の協議会を通して得た課題

授業の支柱づくりの展開では、四角形にしたいと考える子どもと三角形をつくりたいという子どもが出てきた。四角形をつくった授業者は、ここで様々な三角形や四角形を作らせ、比較させたかった。しかし、他の図形を作るよりも先に、ブランコを作り始める児童が何人もいた。そのため「二等辺三角形」「正三角形」という名前も知る場面もつくったが、中途半端になってしまった。

協議会では、児童は支柱が他の図形であるブランコに目を向け、比較しようとするよりも、「ブランコを完成させたい」と思う気持ちが強かったのではないかという議論になった。代案として、まずは最後までブランコを完成させる展開にすべきであり、ブランコが完成してから、どんな形の支柱をつくったのかを確認することを通して二等辺三角形や正三角形を学ぶような展開にすることが出てきた。

また、梁は1本しかつなげなかったため、その不安定さ実験にも影響し、支柱の図形に目を向けることを妨げてしまったことも課題となった。「ブランコが不安定であるのは、梁が少ないためだ」と考える児童もいたのではないかということが議論になった。

図形の機能的なよさを学ぶのはよいが、単元の終末にあるとよいのではないかという意見もあった。学んだことの活用は、終末に行われることが多い。しかし、現実事象の問題解決を展開に入れることで、児童は図形の名前や性質を学びながらそのよさを見いだすことができる、また、時間数も短縮できる可能性もある。今回の展開は課題が残ったが、実践をもとに展開を再度計画し直し、今後の学習計画に生かしていきたい。

協議会での議論はその後の授業展開にも生かした。その後は、梁を3本にし、頑丈なブランコの支柱と梁ができてから実験を行うこととした。梁を3本にすると、またそこに四角形が出てきた。三角形の頑丈さをそこでも確認することができた。このような作業を通して、三角形は、四角形を固定させる効果があり、市販のブランコや組み立て式の机に使われていることへと広げることができた。ただし、空間上の四角形は平面とは違い、対角線一本では形が決まらなかったことが教材を取り扱う際の課題として出てきた。

固定した後に、クリップを使い、クリップの大きさを大きくしていく実験を行った。等辺部分の長さが違う三角形を比較し、長さが短いほうが、安定することに気づく子どももいた。直角三角形と二等辺三角形の比較では、直角三角形は斜辺から垂直な面へ向かっての方向に弱いことから、ゴールポストの転倒についての日常事象への議論へとつなげることができた。直角三角形を2つつなげ、二等辺三角形にするアイデアを考える児童もいた。

(文責：永山 香織)

#### 4. 2 中学校における数学を見いだす活動に焦点を当てた現職研修及び教員養成への貢献

数学を通して生徒に身につけさせたい資質能力について、2015年8月に教育課程企画特別部会が出した論点整理の資料において次のように述べられている。

初等中等教育段階からの理数教育の充実が求められるが、我が国では、算数・数学の学習する楽しさ、学習する意義の実感等については課題がある。社会生活などの様々な場面において、数量や図形などの知識をもとに課題を解決したり、必要なデータを分析したりして、意志決定をすることができるようになることは重要であり、小・中・高等学校教育全体を通じた算数・数学教育の改善を図ることが一層求められる。  
(下線筆者)

単純に計算ができる、定理や公式を使うことができるということに留まらず、そのよさや楽しさ、また社会生活における問題解決や意思決定など、より汎用的な資質・能力を持った生徒を、数学を通して育てることが求められていることがわかる。そこで求められる授業の在り方は、やはり従来から学習指導要領の柱として掲げられている数学的活動であろう。汎用的な資質・能力という点からも、数学を見いだすことは事象の中に潜む本質を見いだすことと重なる部分であり、より一層強調されていくべきであると考えられる。

そこで、数学を見いだす活動に焦点を当てた中学校における現職研修及び教員養成への取り組みとして、本校で例年行われている「現職研修セミナー」と「教育実習」に焦点を当て、以下に述べる。

## 4. 2. 1 現職研修セミナー

### (1) 概要

毎年春季と夏季に計2回、現職研修セミナーとあって、「数学的活動を通した授業づくりを考える」というテーマのもと、数学教育に関わる今日的话题や本校での授業実践を紹介し、現職の先生を交えて議論する会を設けている。春季に行うセミナーは、例年3月の下旬に開催しており、午前は本校教員による授業実践についての講義、午後は外部講師をお招きして、数学的活動に関わる講演をしていただいている。また、夏季に行うセミナーは例年9月の第1週付近で開催しており、2学期から教育実習を行う学生を招き、午前は春季同様に本校教員による授業実践の紹介をし、午後には本学の矢嶋昭雄先生によるご講演と、数学的活動を通した授業についての指導案作成を行っている。

本稿では今年度すでに開催しており、教員養成との関わりも強いことから、夏季セミナーについて述べる。

### (2) 本年度の講演内容の例

#### ①テーマ「振り返りに焦点を当てた代数分野の指導についての一考察」

数学を見いだす契機としての、「振り返り」に焦点を当てた実践の紹介を行った。

冒頭では「なぜ振り返りをするのか」について、“Looking back”を手段として“Looking ahead”を目的とする、と定義し、以下の命題を授業で扱う際の振り返りの役割について考えた。

#### ②命題I「連続する3つの自然数で、一番小さい数の2乗が他の2数の和に等しい3つの数は？」

まず、実際の指導においては、「好きな自然数を1つ挙げ、そこから連続する3数を書いてみよう」という発問からはじめた。その中で1人の生徒を指名し、数を挙げさせた。そして、次のような操作をするように指示をした。

- ①一番小さい数を2乗する ②残りの2数を足す

ここで、「奇跡が起きた人？」と聞くと、多くの生徒はポカンとするが、数人は手を挙げる。そこで全体に「ここでいう奇跡ってなんだろう」と発問すると、「ここで計算した2数が等しくなるのかな？」といった想像をするのは容易である。そこで、「この2数が等しくなるような3つの数を、“すべて”求めてみよう」と発問をし、個人の解決へと移っていった。

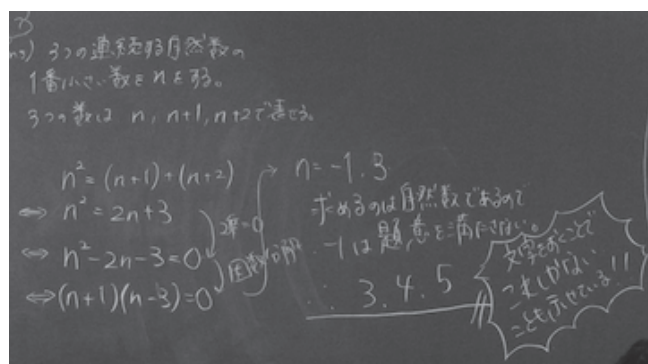
さっそく文字を置いて考察する生徒も多かったが、実際に数を当てはめていく生徒もいた。それらの生徒には、「これ以外にはないのかな？」と発問をし、考察をさせた。さらにもう少し時間が経ったのち、「文字を置いて解決している人が多いみたいだね。3つの連続する自然数って、どのように文字で置けたかな？」といったように、補助発問を行っていった。

その後ペアでの議論を挟み、全体での共有を行った。取り上げた解決は右の通りである。

ここでは一番オーソドックスであろう解決方法を取り上げた。一番小さい数を  $n$  と置き、2次方程式を立てる方法である。他にも真ん中の数を文字で置く方法や、文字を用いずはさみうちによる方法で解決する生徒も見られた。

その後、解決の振り返りをさせるために、次のような発問をした。

「数を当てはめていけば3, 4, 5ということはわかるけど、それと文字を使って2次方程式を解くことで解決する方法と何が違うのかな？」

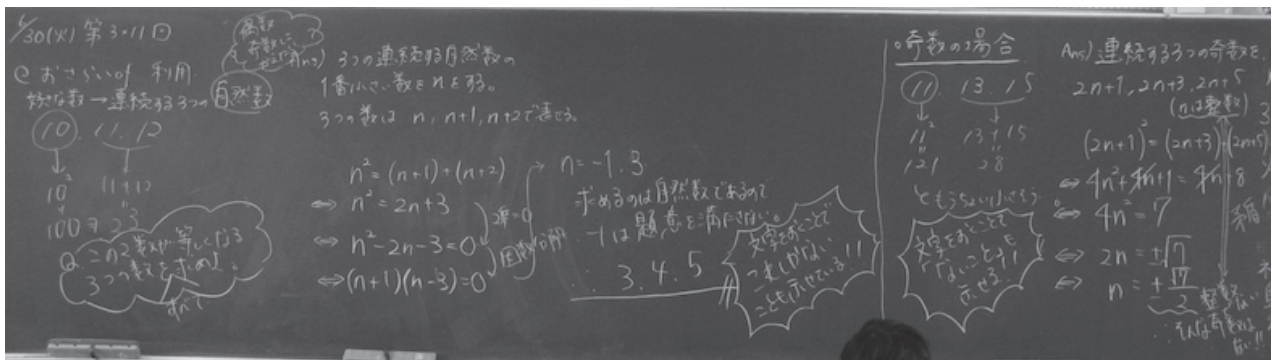




この発問に対し、生徒は「文字を置いた方が、確実にわかる」「今回は3, 4, 5とかだったからいいけど、もっと大きかったりしたら当てはめるのは大変」といったように、正確さや容易さに焦点を当てた意見が見られた。また、「3, 4, 5以外にないこともわかる」といったように、唯一性に着目をした意見も挙げられた。これらのことを、今回の解決の1つのまとめとした。

③命題Ⅱ. 連続する2つの整数の2乗の差(大から小)は、その2数の和に等しい

指導の流れとしては、以下の板書のように行った。



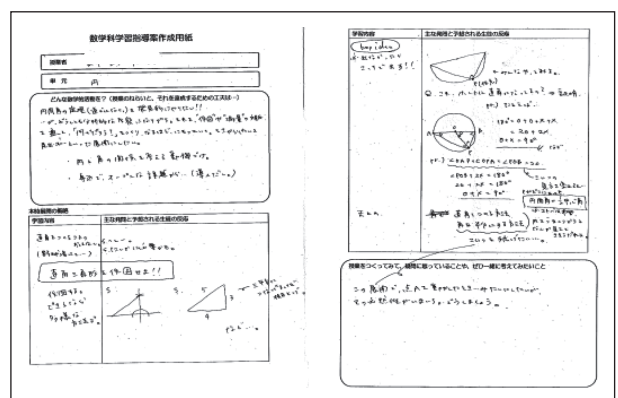
実際の証明を板書で共有した後、証明を振り返り、「読む」活動をさせた。その後、「命題よりもっと言えることはないかな?」と発問をした。

まず差が1であれば整数でなくても同様の計算法則が成り立つ、ということが見出された。例えば2数が小数であったとしても、 $2.5^2 - 1.5^2 = 6.25 - 2.25 = 4 = 2.5 + 1.5$  といったように、その和で求めることができる。また、展開をしてからまとめるのではなく、平方の差の因数分解の式で考えていくと、和と差の積の、差の部分が1になることがわかる。これは2数の差が1だからであり、2数の差がnであれば、2数の和をn倍すればよい。ため、例えば  $2015^2 - 1985^2 = 4000 \times 30$  といったように、容易に計算することができる。この計算は因数分解の利用で「工夫した計算」としてよく扱われるが、そういった方法について考える機会が証明の文脈の中で自然に創出できるところによさを見いだすことができる。

命題Ⅰ、Ⅱの指導事例から、振り返りが数学を見いだす契機となる活動として有用であることをまとめた。

(3) 指導案作成

午後の指導案作成の時間には、「数学的活動を通した授業づくり」ということで、30分ほど時間を取り、参加者それぞれが任意の学年・内容で指導案をつくっていった。作成する指導案のフォーマットは右の通り(詳細は4.2.4. 資料(1))で、ねらいとそれを達成するための工夫、授業の概要、そして作ってみて疑問に思ったことや、参加者の方々と一緒に考えてみたいことがかけられるようにしている。特に実習生は実習前に授業について意見がもらえるいい機会になっていた。



## 4. 2. 2 教育実習

### (1) 教育実習における課題

平成27年7月発表の文部科学省 教員養成部会「これからの学校教育を担う教員の資質能力の向上について（中間まとめ）」では、教員養成への課題として次のように述べられている。

知識や技能の修得のみならず、これらを活用して子供たちが課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力及び主体的に学習に取り組む態度を育む指導力を身に付けることが必要である。その際、課題の発見・解決に向けた主体的・協働的な学び（アクティブ・ラーニング）に関する指導・学習環境の設計や ICT を活用した指導など、様々な学習を展開する上で必要な指導力を身につけることが必要である。

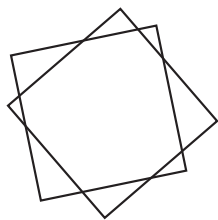
以上のような今日において求められている課題の発見や解決、主体的・協働的な学びは、従来の数学を見いだす活動の指導によって十分に実現できると考え、その指導ができる教員養成の取り組みについて述べていく。

### (2) 世田谷中数学科における実習生指導

数学を見いだす活動を促すことに留意した指導を行うために、3つの視点から実習生指導を考えている。それぞれについて述べる。

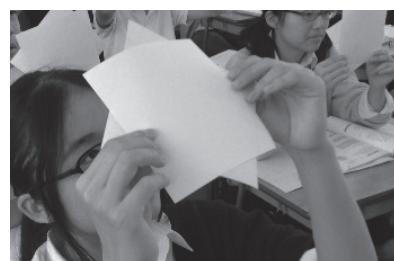
#### ①授業のねらい、発問及び活動をどのように考えさせるか

問 2枚の正方形を重ねたときにできる三角形は全て相似であることを示せ。



授業の中で何を見いださせるのか、そのための発問及び活動について考えることで、授業の骨格づくりをすることを目的とする。例えば以下の問題をもとに考えると、まず何を見いださせるかを考えたとき1つ挙がるのが、ここにできる三角形がそもそも相似な関係にあることに気づかせることであり、ではそのためにどのような手立てをとるかを考えさせる。ここでは例えば問題をい

きなり提示するのではなく、折り紙を重ねて確認させる、などが挙げられる（写真）。また証明方法をどのように教室で共有させるかも重要であり、実際に重ねた折り紙を隣の人に見せながら説明させる、小集団での活動ホワイトボードにまとめる、などが挙げられるが、その共有の仕方からも見いだすヒントを含んでいる。またこの教材であれば、四角形の形を変えると、相似な三角形の種類が色々変わるといったように、発展性のある教材



であるが、それを教師の投げかけで考えさせるのか、または生徒に「別の四角形でもいえるのでは？」と見いださせる展開にするのか、そのためにどのような布石を踏むのか、等を検討させている。

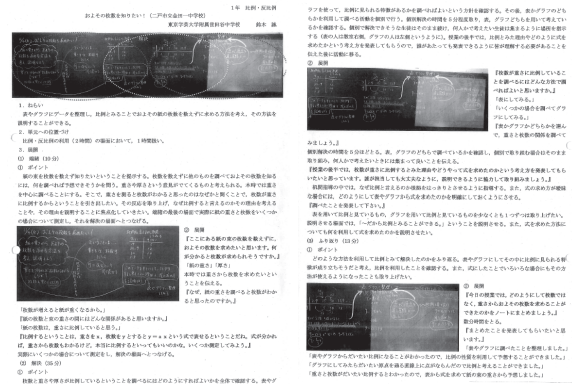
#### ②生徒がどのような反応をするか

教師が発問をしたとき、また生徒が問題を解決するときどのような考えをするかなどを想定する。経験の少ない教育実習生にとっては非常に難しい部分である。解決に困る生徒がどのようなことに悩むのか、また前時までの授業の流れを踏まえると生徒はどのように考えていくのかを想定していく必要がある。

指導においては事前の準備段階でどれだけ学習者の視点に立って考えること、また普段の授業で生徒の様子を一人ひとりじっくり観察することを大事にさせている。

③板書計画

授業における問題解決の流れをつかませながら、生徒が数学を見いだしていく過程を可視化する意味でも板書計画をすることは非常に重要である。場合によっては、この板書計画をはじめに行うことで授業の流れをつかみ、指導案の作成に取りかかったり、さらには指導の初期の段階では形式的な指導案をかかせるのではなく写真のように、板書を中心に授業の流れをB41枚にまとめるような形で書かせる指導も行った（写真は本校教諭のものである。詳細は4.2.4.資料(2)）。



4.2.3 考察

現職研修セミナーでは、事後アンケートにおいて、「振り返り」についてはとても印象に残りました。実際に授業をするときに、ただ“振り返り”を行うのではなく、“振り返り”をして得られた結果を明らかにしていくことが重要であると感じました。「自分が作った指導案についても多くの意見をいただくことができ、実習に向けて授業づくりが深まったと思います。」といった記述から、講演の内容や指導案作りの時間が数学を見いだす活動を促す授業づくりを目指すための1つの資料として有効に働いていることがわかる。教育実習に関しては、授業づくりの難しさを指摘する学生は多いものの、事後アンケートから板書中心の指導案について「授業の流れがつかみやすかった」というように、取り組みが授業づくりに活かしていることがわかる。

(文責：峰野 宏祐)

4.2.4 資料

(1) 指導案づくりフォーマット

数学科学習指導案作成用紙

授業者 \_\_\_\_\_

単元 円

どんな数学的活動を？(授業のねらいと、それを達成するための工夫は…)

円周角の定理(定理2)を歴史的に探ろう!!

…が、どうして円周角の定理が成り立つのか。それを、作図で「測量」的に探ろう。「何かが成り立つ」といって、それを「証明」しよう。そのためには、どうすればいいか。それを、探ろう。

- 円周角の定理を証明するための工夫は、
- 円周角の定理を証明するための工夫は、

本時展開の概略

学習内容	主な疑問と予想される生徒の反応
直角二等辺三角形の性質(角の二等分線、辺の二等分線)の性質を調べる。	「ん？」「ん？」「ん？」
直角二等辺三角形の性質を調べる。	「ん？」「ん？」「ん？」
直角二等辺三角形の性質を調べる。	「ん？」「ん？」「ん？」

学習内容	主な疑問と予想される生徒の反応
Ex idea 円周角の定理 2.1.2.3.4.5.	<p>Q. 円周角の定理を証明するために、どうすればいいか?</p> <p>円周角の定理を証明するために、どうすればいいか?</p> <p>円周角の定理を証明するために、どうすればいいか?</p>
円周角の定理を証明するために、どうすればいいか?	<p>円周角の定理を証明するために、どうすればいいか?</p> <p>円周角の定理を証明するために、どうすればいいか?</p> <p>円周角の定理を証明するために、どうすればいいか?</p>
円周角の定理を証明するために、どうすればいいか?	<p>円周角の定理を証明するために、どうすればいいか?</p> <p>円周角の定理を証明するために、どうすればいいか?</p> <p>円周角の定理を証明するために、どうすればいいか?</p>

授業をつかって、疑問に思っていることや、ぜひ一緒に考えてみたいこと

この展開で、点Aを動かして、どうなるか、どうなるか、どうなるか。

## (2) 板書計画をもとにした授業案

1年 比例・反比例  
およその枚数を知りたい！ (二戸市立金田一中学校)  
東京学芸大学附属世田谷中学校 鈴木 謙

1. ねらい  
表やグラフにデータを整理し、比例とみることでおよその紙の枚数を数えずに求める方法を考え、その方法を説明することができる。

2. 単元への位置づけ  
比例・反比例の利用 (2時間) の場面において、1時間扱い。

3. 展開  
(1) 導入 (10分)  
① ポイント  
紙の束を枚数を数えず知りたいということを提示する。枚数を数えずに他のものを調べておよその枚数を知るには、何を調べればよいかを問う。重さや厚さという意見が出てくるものと考えられる。本時では重さを中心に調べることにする。そこで、重さを測ると枚数がわかると思ったのはなぜかと聞くことで、枚数が重さに比例するからということを引き出した。その反応を取り上げ、なぜ比例すると考えるのかその理由を考えることや、その理由を説明することに焦点化していきたい。展開の最後の場面で実際に紙の重さと枚数をいくつかの場合について測定し、それを解決の場面へとつなげる。

② 展開  
『ここにある紙の束の枚数を数えずに、およその枚数を求めたいと思います。何が分かると枚数が求められそうですか？』  
「紙の重さ」「厚さ」  
本時は重さから枚数を求めたいということを伝える。  
『なぜ、紙の重さを調べると枚数がわかると思ったのですか？』  
「枚数が増えると紙が重くなるから。」  
『紙の枚数と束の重さの間にはどんな関係があると思いますか？』  
「紙の枚数は、重さに比例していると思う。」  
『比例するということは、重さをx、枚数をyとすると  $y = ax$  という式で表せるということだね。式が分かれば、重さから枚数もわかるけど、本当に比例するといつてもいいのかな。いくつか測定してみよう。』  
実際にいくつかの場合について測定をし、解決の場面へとつなげる。

(2) 解決 (35分)  
① ポイント  
枚数と重さや厚さが比例しているということを調べるにはどのようにすればよいかを全体で確認する。表やグ

ラフを使って、比例に見られる特徴があるかを調べればよいという方針を確認する。その後、表やグラフのどちらかを利用して調べる活動を個別で行う。個別解決の時間を5分程度取り、表、グラフどちらを用いて考えているかを確認する。個別で解決できそうな生徒はそのまま続け、何人かで考えたい生徒は集まるように場所を指示する(表の人は教室右側、グラフの人は左側というように)。授業の後半では、比例とみた理由やどのように式を求めたかという考え方を発表してもらい、誰があたっても発表できるように皆が理解する必要があることを伝え後に活動に移る。

② 展開  
『枚数が重さに比例していることを調べるにはどんな方法で調べればよいと思いますか？』  
「表にしてみる。」  
「いくつかの場合を調べてグラフにしてみる。」  
『表やグラフどちらかを選んで、重さと枚数の関係を調べてみましょう。』  
個別解決の時間を5分ほどとる。表、グラフのどちらで調べているかを確認し、個別で取り進む場合はそのまま取り組み、何人かで考えたいときには集まって良いことを伝える。  
『授業の後半では、枚数が重さに比例するとみた理由やどうやって式を求めたのかという考え方を発表してもらいたいと思っています。誰が担当しても大丈夫なように、説明できるように協力して取り組みましょう。』  
机間指導の中では、なぜ比例と言えるのか根拠をはっきりとさせるように指導する。また、式の求め方が曖昧な場合は、どのようにして表やグラフから式を求めたのかを明確にしておくようにさせる。  
『調べたことを発表して下さい。』  
表を用いて比例と見ているもの、グラフを用いて比例と見ているものを少なくとも1つずつは取り上げたい。説明させる場面では、「~だから比例とみるができる。」ということを説明させる。また、式を求めた方法について何をj用して式を求めたのかを説明させたい。  
(3) 振り返り (13分)  
① ポイント  
どのような方法を利用して比例とみて解決したのかを振り返る。表やグラフにしてその中に比例に見られる特徴が成り立ちそうだと考え、比例を利用したことを確認する。また、式にしたことでいろいろな場合にもその方法が使えようになったことも取り上げたい。

② 展開  
『今日の授業では、どのようにして枚数ではなく、重さからおよその枚数を求めることができたのかをノートにまとめよう。』  
数分時間をとる。  
『まとめたことを発表してもらいたいです。』  
「表やグラフに調べたことを整理しました。」  
「表やグラフからだいたい比例になることがわかったので、比例の性質を利用して予想することができました。」  
「グラフにしてみたらだいたい原点を通る直線上に点がならんだので比例と考えることができました。」  
「重さと枚数がだいたい比例するとわかったので、表から式を求めて紙の束の重さから予想しました。」

### 4. 3 高等学校における数学を見いだす授業づくり

ここでは、高等学校における数学を見いだす授業づくりについて、現職教員研修講座で発表した教材例と、公開研究会で発表した実践例を述べる。

#### 4. 3. 1 現職教員研修講座

平成27年8月28日に現職教員研修講座を行った。参加者は28名で、その中には9、10月に本校で教育実習を行う東京学芸大学の大学生26名を含んでいる。6月の教育実習のオリエンテーションで教育実習生には、この現職教員研修講座への参加を呼びかけている。

テーマは「数学を見いだす活動を促す教材の提案」で、「2次関数の最大・最小 (数学I)」、「作図ツールを用いた図形と方程式の指導 (数学II)」、「三角関数の合成 (数学II)」、「漸化式の発見的解法 (数学B)」等の教材・授業法の提案を行った。

参加者のアンケートでは、具体的な教材の例を知ることができ有意義であったという内容が多く、好評であった。現職の先生方は、自分の授業にも取り入れようと考えていると記述していた。今回の研修では、なるべくトピック的な題材ではなく、普通の授業で扱う教科書にも掲載されている内容を中心に扱った。例えば、「三角関数の合成」について、特段目新しさはないが、はじめから結論 ( $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$ , ただし  $\alpha$  は  $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ,  $\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  をみたと) を提示するのではなく、生徒が知っている事柄を利用して結論 (同じ周期で位相差がある正弦曲線を足し合わせると、振幅や位相は変化するが同じ周期の正弦曲線になる) を見いだすように授業を構成するということが大切である。その他の教材についても同様で、新しい事柄や概念をいきなり教員が提示するのではなく、生徒が既に持っている知識・技能を利用することで新しい事柄を見いだすように授業を構成することが重要で、そのことは参加者に伝わっていたと考える。実際に、この研修を受けた後に教育実習生が作成した学習指導案では (担当した単元にもよるが)、生徒が数学を見いだすような工夫がみられた。

(文責: 大谷 晋)

#### 4. 3. 2 公開教育研究大会

##### (1) 数学A「倍数の判定法」

既に知っている 2, 3, 4, 5, 9 の倍数の判定法および、その証明を振り返ることによって、7の倍数の判定法を探究するという授業を行った。7の倍数の判定法を知っていた生徒はいなかったが、9の倍数の判定法の証明法を応用して、生徒はグループ活動のなかで多くの発見をした。

例えば、10の  $n$  乗 ( $n$  は0以上の整数) を7で割ったときの余りは、1, 3, 2, 6, 4, 5の6通りの余りがこの順番で循環する。また、その説明は $1/7$ が有理数であることの説明と本質的に同じである。

余り 1, 3, 2, 6, 4, 5 は負の数の余りを用いると、1, 3, 2, -1, -3, -2 と表すことができる。

また、1人の生徒は、余り 1, 3, 2, 6, 4, 5 は、 $3^0, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5$ を7で割った余りであることを発見した。

50分の授業では、これ以上の探究はできなかったが、全ての生徒ではないにせよ、生徒が多くの発見をしたことは意義があった。また、発見に至らなかった生徒もいたが、全ての生徒が、興味関心を持って課題に取り組んでいたことは評価できる。その一方で、考える自然数を3桁としたままで、行き詰まっているグループもあった。

今後の課題としては、個々の生徒が発見したことをどのように取捨選択し、クラス全体の課題とするかがあげられる。また、行き詰まっている生徒たちへの授業者のサポートにも課題が残った。

(文責：大谷 晋)

##### (2) 数学II「変化の分析の質を高める授業」

OECD/DeSeCoのキー・コンピテンシーや中教審が提示している「育成すべき資質・能力」などといった教育界におけるコンピテンシーへの着目を受け、本校ではSSH及びSGH-Aの指定に伴い、コンピテンシーの育成に主眼を置いた実践を行っている。このような汎用的なスキルやコンピテンシーは、「教科等の本質に関わるもの(教科等ならではの見方・考え方)」の学習を通して育成されるとされている(奈須, 2015)。数学科における「教科等の本質に関わるもの」として、東京学芸大学附属の中学校・高校・国際中等教育学校の数学科では、「数学を創り、使うプロセス」を遂行できる能力(「数学的プロセス能力」)を設定し、これまで実践的な検討を進めてきた。

本実践はこの「数学を使うプロセス」の一つとして「変化を分析するプロセス」を設定し、その質を高めることを目標としたものである。ここでの「質の高まり」とは、関数のグラフの図形的特徴を見出し、その結果を考察に用いることができることとした(図2参照)。

〈数学的プロセスの質と質を高める手立て〉

青：授業前に遂行できることが期待されるプロセス / 赤：授業後に遂行できることが期待されるプロセス

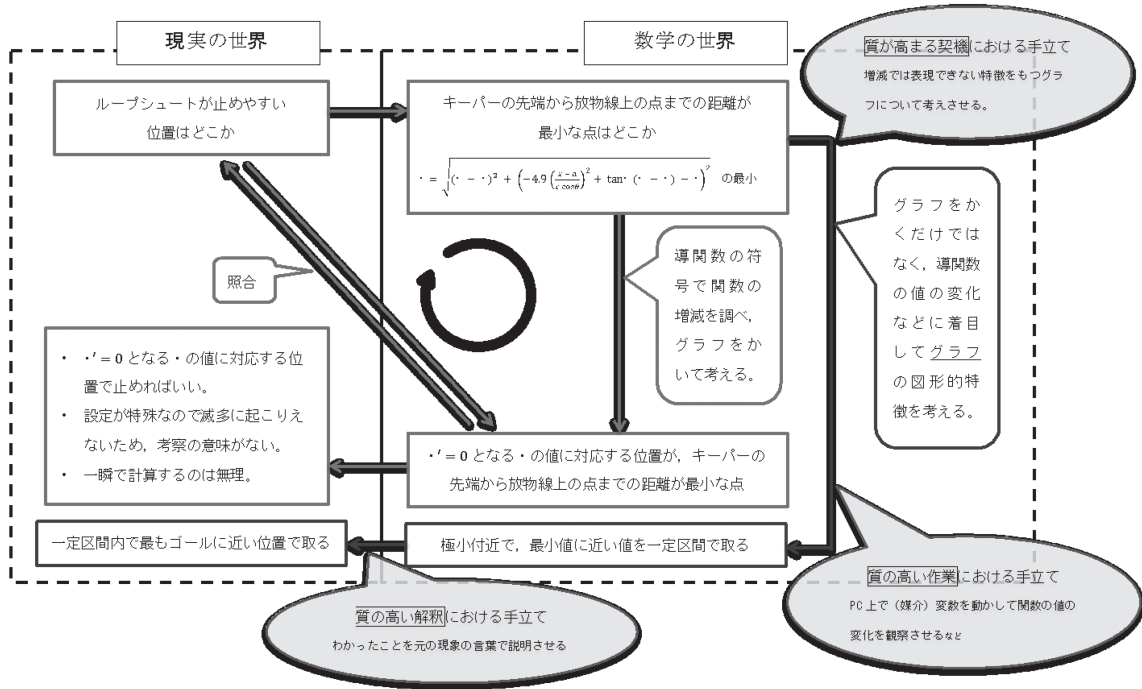


図2

授業では「サッカーのループシュートを止めるには、キーパーはどのように動くか」という問題を用いて、キーパーとボールとの距離を数学的な課題に取り組んだ。この距離の関数は、シュートの位置や初速度などの条件によってグラフの特徴が多様に変化する。

ゴールまでの距離  $a$ 、蹴り出す角度  $\theta$ 、初速度  $v$ 、キーパーの位置  $k$ 、キーパーの高さ  $t$  のとき、キーパーからボールの距離は、

$$y = \sqrt{(x - k)^2 + \left(-4.9 \left(\frac{x - a}{v \cos \theta}\right)^2 + \tan \theta (x - a) - t\right)^2}$$

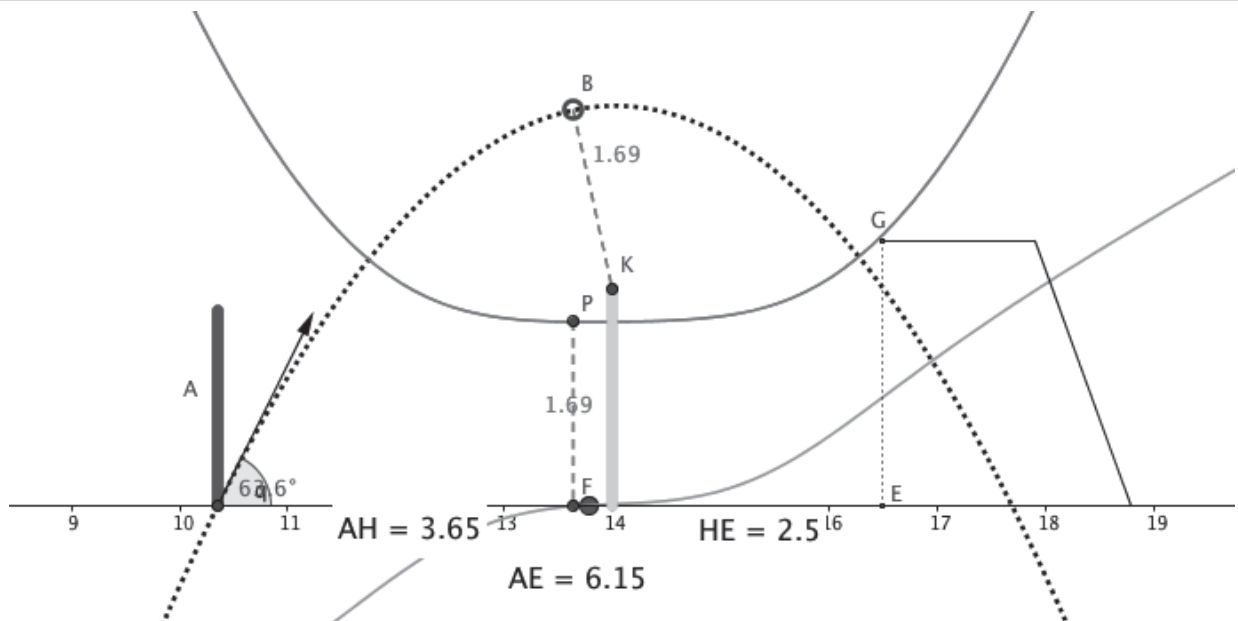


図3 極小付近で一定な場合

( $a=10.35$ ,  $\theta=1.11$  ( $\approx 63^\circ$ ),  $v=9.5$ ,  $k=14$ ,  $t=2$  の場合)

この図形的特徴を見出させるために、増減表では表現されない「曲がり方」をICTで表現し、さらにその特徴を数学的に説明する活動を取り入れた。その結果、第二次導関数を用いるなどの考察方法も見出すことに成功した。

一方で、設定した問題の共有が不十分であり、上記のような活動を行うまでに多くの時間を費やすことになってしまった。問題の状況（シュートの位置、初速度など）の不自然さも含めて改善が必要である。

公開授業後の協議会には約30名の参加者を交えて上記のような課題や成果について議論することができた。

（文責：花園 隼人）

## 5. 主な成果と課題

本研究の1年次では、教材開発を中心に数学を見いだす活動について研究を進めた。

小学校では、現実の場面から問題を見いだすことに重点をおき、算数で学習したことを生かす教材開発が行われた。中学校では教材開発の視点として、既習事項の扱いや、なにを見いだすのか、そしてそれをどのように見いだしたのかをふり返ることが重要視された。高等学校では、概念の誕生に着目して授業を計画し、評価問題とルーブリックの作成を重点に教材開発に取り組んだ。

2年次では、各校種の数学を見いだす活動の共通点と相違点という観点から研究を深めた。

共通点としては、様々な問題場面において子ども・生徒が考える場をつくるという点や、互いの考えを交流することで数学を見いだす活動の質を高めることなどが挙げられた。相違点としては、発達段階に応じた見いだし方や、子ども・生徒に期待する根拠が異なることが分かり、次の学年へのつながりを意識した見いだす活動を促すことが重要である。これらの共通点や相違点をふまえて、各校種の子ども・生徒の実態に合わせた数学を見いだす活動の質を高めていくことが知見として得られた。

### 5. 1 数学を見いだす授業づくりと現職教員研修への貢献

小学校では、130名近くの参会者を集め、数学を見いだす授業づくりの視点を示すことができた。第3学年永山教諭の実践では、他教科とのつながりから学習を発展させ、「ブランコ」という現実の場面から図形の機能的側面に着目させることで三角形の特徴について見いだす授業を公開した。子どもが試行錯誤しながら図形を構成・観察する学習に、現職教員から多くの賛同を受けた。単元構成の時間的な配分や授業の準備については難しさも残ったが、算数の授業づくりにおける重要な視点を広める機会とすることができた。

中学校では、夏の現職研修では、午前中に峰野教諭と傍士教諭から実践報告を行った。峰野教諭の実践では、ふり返りに焦点を当てた代数分野の指導について報告を行った。そこでは、見いだすための手立てとしてのふり返りの大切さを参会者に示し、意見交換を行うことができた。午後には、午前中の実践報告も踏まえて、参加者とともに、数学を見いだす授業づくりについて指導案作成を通して考え、意見交換を行うことができた。

高等学校では、11月28日に公開教育研究大会を行い、先述の数学Aと数学IIの授業公開を行った。生徒はそれぞれの授業で課題を探究する過程で数多くの事柄を見出した。1時間の授業では、生徒の探究活動のすべてを十分に見せることができない部分もあったが、参加者からはおおむね高い評価をいただいた。ただ、実際に授業を実施すると、単元全体の構成を見直す必要があり、学校の状況によっては難しい面もあるという意見もあったが、高校での数学の授業づくりの具体例を提示できた意義は大きいと言える。

### 5. 2 数学を見いだす授業づくりと教員養成への貢献

小学校では、9月～10月の教育実習において、iPad用アプリケーション“LessonNote”を活用した算数科の授業観察を通して、実習生の授業力向上を図る取り組みを試みた。実習生が自分たちで立案・計画した授業を実践

するにあたり、“LessonNote”を活用して授業観察し、その記録をもとに協議会を行わせた。指導教官は、“LessonNote”を活用した授業観察をもとに、子どもたちが数学を見いだす具体的な場面やその過程をとらえて協議会にフィードバックすることで、算数科の授業では何を大切にするのか、そのための指導は有効であったのか、具体的な子どもたちの思考過程に着目させて議論させることができた。しかしながら、実際に実習生の授業力向上に関して、どの部分がどの程度貢献したのかまでは分析するに至っておらず、この点は今後の課題である。

中学校の実習生指導では、本プロジェクト研究で得られた知見も活かしながら、見いだす活動を授業の中でどのように実現させるのかを検討させた。そこでは、見いだす活動を実現するための手立てとしての発問、作業などをどのように行うのか、また、具体的に子どもたちが見いだす数学はどのようなものになるのかを予想させながら実習生指導を行った。3年生の必修実習では、数学を見いだす活動を含む授業とはどのようなものなのかをイメージさせるために、板書をもとにした指導案づくりにも取り組んでもらった。板書をもとにして授業を考えることにより、1つの授業としての数学を見いだす活動が捉えやすくなるようであった。

高等学校では、6月の教育実習オリエンテーションで、8月に実施する現職教員研修講座の案内をしている。基本的に教育実習生は参加することとしている。多くの実習生は、これまで受けてきた数学の授業の中で、数学的な活動や数学を見いだす活動をした経験が非常に乏しい。したがって、現職教員研修講座に参加する際に提出する指導案は教科書にそった説明と問題演習によって構成されていることがほとんどで、生徒が数学的な活動をしたり数学を見いだしたりすることを促進させるような工夫は乏しい。この研修講座のあとで作成した指導案では、生徒が数学を見いだすような工夫を取り入れられたものが多くなる（担当の単元によって状況は異なる）。実際の授業については、様々な要因があるのでうまく指導できないこともあるが、少なくとも指導案を作成するという段階では、実習生の意識に変化が見られた。

(文責 鈴木 誠、佐藤 亮太、栗田 辰一郎)