

子どもの既有概念に対する教師の価値づけの研究

—回転するボールへ作用する力における子どもの論理と流体力学の諸定理の比較—

鈴木 一成^[1,2] (理科)

小野田啓子^[1] (数学科)

渡辺 雅之^[1,3] (保健体育科)

[1]東京学芸大学附属竹早中学校, [2] 東京学芸大学大学院 連合学校教育学研究所

[3]東京学芸大学 芸術・スポーツ科学系健康・スポーツ科学講座健康科学分野

要 約

回転するボールが曲がるという現象は、野球や卓球等の球技をはじめ、とても身近な現象である。この回転するボールに作用する力とボールの運動は、中学校第3学年の理科で学習する「力や運動について」の既有概念を構成するうえで大きな要因になり、その概念を教師が価値付けることは問題解決学習において重要な教授活動である。本研究では、回転するボールに作用する力に対する子どもの既有概念を調査し、その概念を流体力学の諸定理と比較することにより、それぞれの既有概念に対して価値付けを行う方略を検討した。その結果、以下の項目が明らかとなった。

- ・ 中学校第3学年の子どもが回転するボールに作用する力を説明する際には「空気の密度差による浮力モデル」、「空気の渦による巻きこみモデル」、「空気抵抗による障害物モデル」の3つのモデルが用いられる。
- ・ 密度差や圧力差に注目した「空気の密度差による浮力モデル」に対しては、教師はベルヌーイの定理を基にして子どもの発想を価値付けることが可能である。
- ・ 物体の周囲の流体の循環に注目した「空気の渦による巻きこみモデル」に対しては、教師はクッタ・ジュコーフスキーの定理を基にして子どもの発想を価値付けることが可能である。
- ・ 空気の粘性に注目した「空気抵抗による障害物モデル」に対しては、教師はマグヌス効果を基にして子どもの発想を価値付けることが可能である。

キーワード 物体の運動, 既有概念, ベルヌーイの定理(Bernoulli's principle), クッタ・ジュコーフスキーの定理 (Kutta-Joukowski theorem), マグヌス効果(Magnus effect)

I 問題の所在

回転するボールが曲がるという現象は、野球や卓球等の球技をはじめ、とても身近な現象である。この回転するボールに作用する力とボールの運動は、中学校第3学年の理科で学習する「力や運動について」の既有概念を構成するうえで大きな要因になると考えられる。

この既有概念を授業の中で価値付けることは問題解決学習において重要な視点であるこ

とが[鈴木, 2012]によって指摘されている¹⁾。

回転するボールに作用する力の研究は、流体力学の分野で研究が進められており、ベルヌーイの定理やクッタ・ジュコーフスキーの定理、マグヌス力やレイノルズ数など、いくつかの視点をを用いて回転するボールに作用する力の説明がなされている²⁾³⁾。こうした流体力学な理論は複素関数論や多変数積分を用いる高度な計算が必要であり、中学生が実際にこれらの理論を用いて現象を説明することは難しいと考

えられる。

本研究では、回転するボールに作用する力に対する子どもの既存概念を調査し、その概念を流体力学の諸定理と比較することにより、それぞれの既存概念に対して価値付けを行う方略を明らかにすることを目的とする。

II 回転するボールに作用する力

1 ベルヌーイの定理

ベルヌーイの定理(Bernoulli's principle)は流体のエネルギー保存則である。定常状態の非圧縮流体であり、高さや熱の影響を無視すると仮定すると、流体の密度 ρ [kg/m³]、流体の速度 V [m/s]、流体の圧力 P [Pa]は以下の関係式を満たす。

$$\frac{\rho V^2}{2} + P = \text{const.}$$

図1は、この式を用いて回転するボールに作用する力を説明したものである。図1のボールは左から右方向へ速度 V で進んでおり、手前から見て反時計回りにボールが回転している。黒の矢印は回転しているボール表面の速度 v の方向を示している。ボールが右方向に進んでいることから、空気の流れを表わす流線は左方向へ向かい、ボールが移動しない座標系から見た空気の流速は V である。

さらに、ボールが回転していることから、ボ

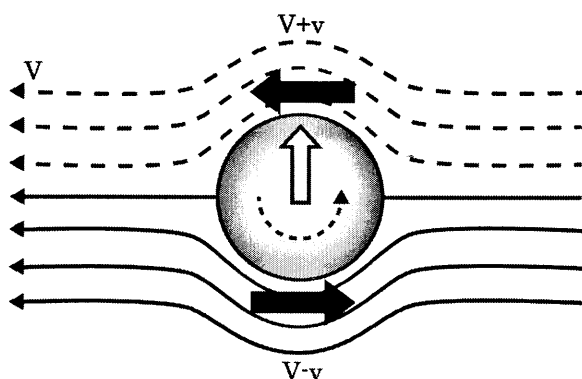


図1 ベルヌーイの定理
ボールの上部と下部の流速が異なるため
圧力差が生まれ、浮力が発生する

ール上部の流速は $V+v$ となり、ボール下部の流速は $V-v$ となる。以上の条件より、ボール上部とボール下部の圧力差 ΔP はベルヌーイの定理から以下の式で示される。なお、 ΔP は上向きを正とする。

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_{\text{下}} - P_{\text{上}} \\ &= \frac{\rho(V+v)^2}{2} - \frac{\rho(V-v)^2}{2} \\ &= 2\rho Vv \end{aligned}$$

この式は、ボール上部の流速が速く、ボール下部の流速が遅いため、ボール上部に比べてボール下部の圧力が高くなり、ボールには上向きの力、すなわち浮力が作用すると解釈することができる。

2 クッタ・ジュコーフスキーの定理

クッタ・ジュコーフスキーの定理(Kutta-Joukowski theorem)は、回転する物体周辺で循環する流れと物体にかかる浮力の関係を説明する定理である。この定理では、定常状態で回転する物体に作用する力 F [N]は、密度 ρ [kg/m³]、流体の速度 V [m/s]、回転するボールの表面速度 v [m/s]、流体の循環 Γ [m²/s]を用いて以下のように表す。

$$F = \rho V \Gamma$$

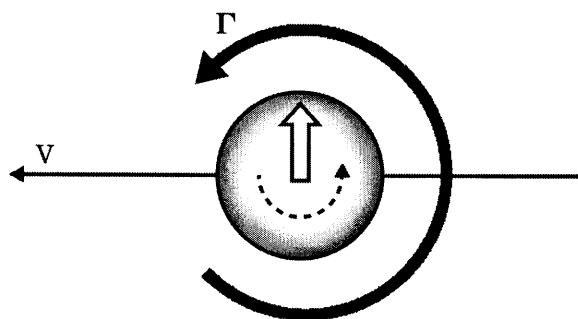


図2 クッタ・ジュコーフスキーの定理
ボールが回転することによって周囲に
空気の渦(循環)が生じ、その結果として
浮力が発生する

$$\Gamma = \oint v ds$$

ボールを円筒の集まりと考えるとすべての領域で積分すると、ボールの半径 a [m]、ボールの回転数 n [1/s]を用いてボールに作用する浮力は以下のように示される。

$$F = \frac{16}{3} \pi^2 a^3 n \rho V$$

この定理は、回転するボールによって周囲に空気の渦が生じ、その渦がボールに作用することによって浮力が生じると解釈することができる。

3 マグナス効果

マグナス効果 (Magnus effect)とは、流体の中に置かれた回転する物体に一樣流に対して垂直方向の力が働く現象のことである。回転する物体に作用する力は、空気抵抗と同様に速度の二乗に比例している。マグナス効果によって作用する力をマグナス力と呼び、その式は密度 ρ [kg/m³]、流体の速度 V [m/s]、ボールの断面積 A [m²]を用いて以下のように表現される。

$$F = \frac{1}{2} C_L \rho A V^2$$

ここで C_L は浮力係数であり、空気抵抗係数 C_D 、ボールの回転数を n [1/s]として以下の式で示される⁴⁾。

$$C_L = 4\pi C_D \frac{na}{V} \left[1 + \frac{V}{2C_D} \frac{dC_D}{dV} \right]$$

浮力係数 C_L が空気抵抗係数 C_D の関数になっており、さらに、空気抵抗係数が空気の粘性を表すレイノルズ数の関数であることから、この効果は前述のふたつの定理と比較して空気の粘性に対して注目していると考えることができる。

以上の考察より、ベルヌーイの定理は物体の上部と下部の密度差や圧力差、クッタ・ジュコーフスキーの定理はボールの回転によって生じた空気の渦、マグナス効果は空気の粘性に対して、それぞれ注目していることが明らかになった。

III 回転するボールに対する子どもの既有概念の調査

1 調査の概要

調査対象は国立大学附属中学校の第3学年80名、調査時期は12月で、中学校の物理分野は全て学習済みである。調査方法は、子どもに「野球のボールや卓球のボールはスピン(回転)をかけると浮いたり曲がったりする。特に野球で投げるストレートにはバックスピンがかかっており、ボールが浮くことが知られている。このように回転するボールが浮く理由を、ボールの速さや表面の硬さ、空気の流れや空気の密度、ボールの回転する速度、ボールの大きさ等を用いて説明してみよう。」と質問し、10~15分程度で白紙の解答用紙に回転するボールに作用する力をモデルで記述する描画法を用いた。

中学校第3学年の子どもは力や重力、速さやエネルギーなどを学習しているが、流体力学を学習していないため、モデルとしてまとめきれない子どもも存在したが、多くの子どもは自分なりの考えをモデルとしてまとめており、大別すると「空気の密度差による浮力モデル」、「空気の渦による巻きこみモデル」、「空気抵抗による障害物モデル」の3つのモデルが用いられていた。

2 空気の密度差による浮力モデル

図3は「空気の密度差による浮力モデル」の例である。中央の黒いボールは左から右方向へ移動しており、空気がボール上部とボール下部へ分かれて流れている様子が描かれている。この時、ボール上部では回転によってこの流速が速くなるために空気の密度が下がり、反対にボール下部では回転によって流速が遅くなるために空気の密度が上がり、ボール上部と下部で密度差が発生すると考えている。

このモデルは圧力という言葉を用いてはいないが、密度差によって力が働くということに注目している点においてはベルヌーイの定理と同じ視点であると同じと考えることができ

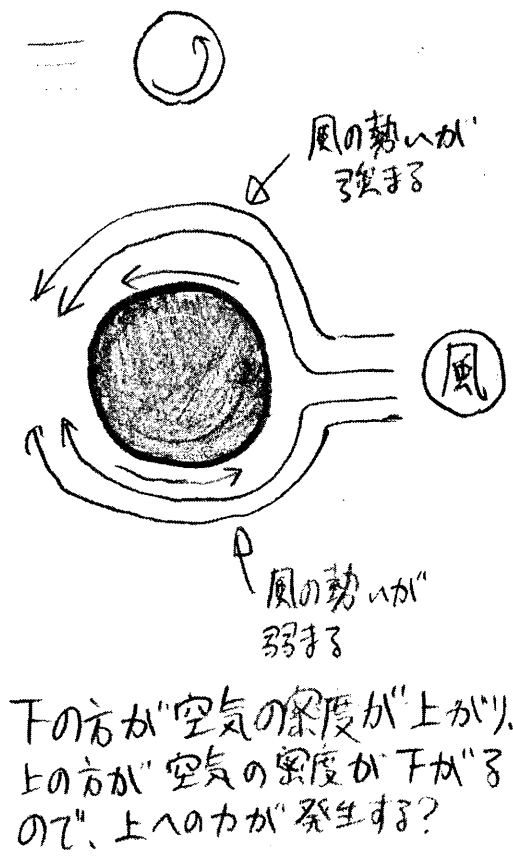
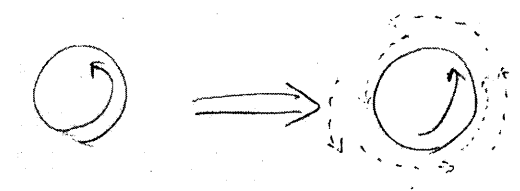


図3 上下の空気密度差による浮力モデル
子どもはボールの回転によってボール上部下部の空気の密度差が生じてボールには上向き力が働く」と説明している。

る。したがって、密度差や圧力差に注目した「空気の密度差による浮力モデル」に対しては、教師はベルヌーイの定理を基にして子どもの発想を価値付けることが可能であると考えられる。

3 空気の渦による巻きこみモデル

図4上は「空気の渦による巻きこみモデル」の例である。ボールは図3同様に左から右方向に進んでおり、ボールの回転方向に空気が巻き込まれることによって、ボールの周囲には空気の渦が出現する。この空気の渦にボールが乗り上げるためにボールには浮力がはたらくと考えている。さらにこうした空気に乗り上げるためにはある程度の軽さが必要だと考えている。これは卓球のピンポン玉や野球のボールでは、



ボールの回転が上の矢印の方向だと、右上図の点線の矢印の向きにボールの周りの空気が動く。

その空気が小さい渦にのり、ボールは浮く。

また、この際、バスケットボールなどの大きく、重いボールが「この」渦に「乗る」のは、空気が押し上げられ、だからである。

だから、ピンポン玉などの軽いボールでは、野球ボールと同じようにボールの軌道は変わるだろう。

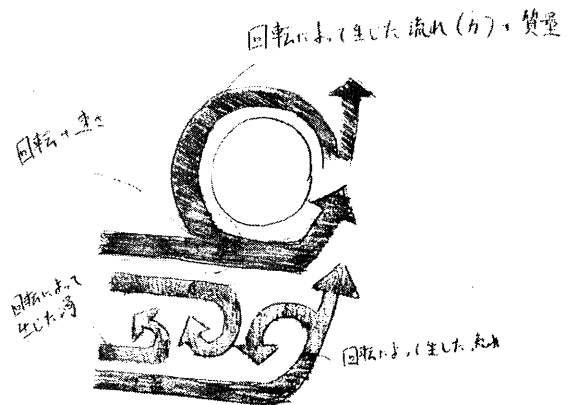


図4 回転する渦による浮力モデル
回転するボールが空気の渦を作り、その空気の力によってボールは浮くと説明している。下図ではボール下部に乱流のような構造も見ることができる

回転による変化がわかりやすく、バスケットボールなどの大きなボールでは変化がわかりにくいことを説明したものであると考えられる。

図4下も図4上と同様の「空気の渦による巻きこみモデル」の例である。ボールの回転により空気が巻き込まれることによって空気の

渦が出現し、その渦の力によってボールは浮くと考えている点は同じであるが、図4上と異なりボール下部に乱流のような構造がみられる。この乱流は空気の渦が回転することによって生じた空気の構造であると考えられている。

これらのモデルは、ボールの周囲の空気が巻き込まれて一緒に回転しており、それが浮力の原因になっている点において、クッタ・ジュコーフスキーの定理と同じ視点であると考えられることができる。したがって、物体の周囲の流体の循環に注目した「空気の渦による巻きこみモデル」に対しては、教師はクッタ・ジュコーフスキーの定理を基にして子どもの発想を価値付けることが可能であると考えられる。

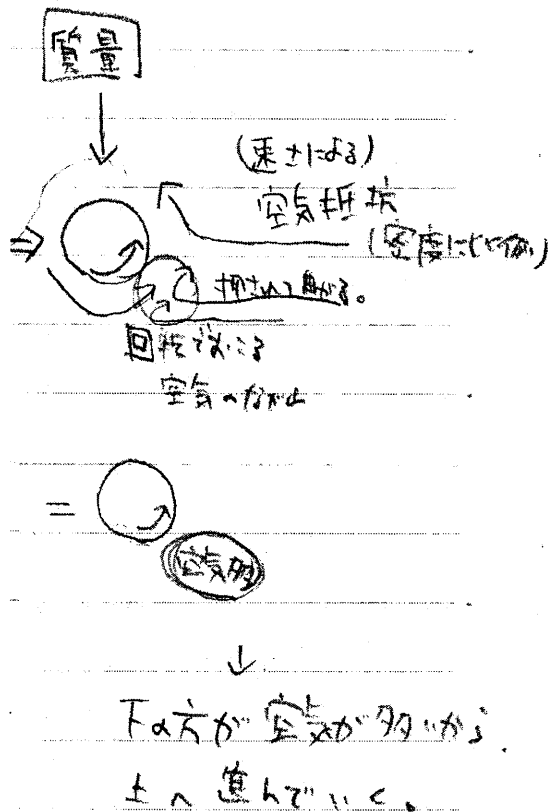


図5 空気抵抗による浮力モデル
空気は密度に比例した空気抵抗を持ち、淀んだ空気がボール下部で障害物となるためボールが浮くと説明している

4 空気抵抗による障害物モデル

図5は「空気抵抗による障害物モデル」の例である。空気は密度に比例した抵抗を持つため、回転するボールの周囲に空気が流れると、その空気の流れがボール下部で淀んで障害物となり、ボールはこの障害物に乗り上げるために上に進むと説明している。

このモデルは、空気を障害物として扱っていることから、空気の粘性に対して注目していると考えられることができ、マグヌス効果と同じ視点であると考えられる。したがって、空気の粘性に注目した「空気抵抗による障害物モデル」に対しては、教師はマグヌス効果を基にして子どもの発想を価値付けることが可能であると考えられる。

IV まとめ

本研究では、回転するボールに作用する力に対する子どもの既存概念を調査し、その概念を流体力学の諸定理と比較することにより、それぞれの既存概念に対して価値付けを行う方略を検討した。その結果、以下の項目が明らかとなった。

- ・ 中学校第3学年の子どもが回転するボールに作用する力を説明する際には「空気の密度差による浮力モデル」、「空気の渦による巻きこみモデル」、「空気抵抗による障害物モデル」の3つのモデルが用いられる。
- ・ 密度差や圧力差に注目した「空気の密度差による浮力モデル」に対しては、教師はベルヌーイの定理を基にして子どもの発想を価値付けることが可能である。
- ・ 物体の周囲の流体の循環に注目した「空気の渦による巻きこみモデル」に対しては、教師はクッタ・ジュコーフスキーの定理を基にして子どもの発想を価値付けることが可能である。
- ・ 空気の粘性に注目した「空気抵抗による障害物モデル」に対しては、教師はマグヌス効果を基にして子どもの発想を価値付けることが可能である。

V 参考資料

- 1) 鈴木一成, 理科授業における問題解決学習を实践する視点についての研究, 東京学芸大学附属竹早中学校研究紀要, 2012
- 2) Nathan, A.M., *The effect of spin on the flight of a baseball*, American Journal of Physics, Vol.76, pp.119- 124, 2008
- 3) NASA, *Ideal Lift of a Spinning Ball*, Glenn Research Center;
(<http://www.grc.nasa.gov/WWW/k-12/airplane/beach.html>)
- 4) 同上書 2)