

# 算数・数学的活動を促す教材開発・指導法に関する研究（3年次）

— 算数・数学的活動を促す授業づくりへ向けて —

鈴木 誠（代表者）<sup>3)</sup>

矢嶋 昭雄<sup>1)</sup> 稲垣 悦子<sup>2)</sup> 越後 佳宏<sup>2)</sup> 栗田辰一郎<sup>2)</sup> 永山 香織<sup>2)</sup> 羽住 邦男<sup>3)</sup> 傍士 輝彦<sup>3)</sup>

青山久美子<sup>4)</sup> 井上 哲明<sup>4)</sup> 大谷 晋<sup>4)</sup> 岸谷 正彦<sup>4)</sup> 佐藤 亮太<sup>4)</sup> 菅原 幹雄<sup>4)</sup> 祖慶 良謙<sup>4)</sup>

西川 史恵<sup>4)</sup> 西村満城子<sup>4)</sup> 花園 隼人<sup>4)</sup> 吉岡 雄一<sup>4)</sup> 岡田 春彦<sup>5)</sup> 蓮沼 喜春<sup>6)</sup> 峰野 宏祐<sup>7)</sup>

1) 東京学芸大学教育実践研究支援センター

2) 東京学芸大学附属世田谷小学校

3) 東京学芸大学附属世田谷中学校

4) 東京学芸大学附属高等学校

5) 文京区立第六中学校

6) 荒川区立尾久八幡中学校

7) 神奈川県立柏陽高等学校

## 目 次

1. 研究の目的	52
2. 研究の方法	53
3. 研究計画	53
4. 研究の実際	
4. 1. 小学校における授業づくりと現職研修及び教員養成への貢献	54
4. 1. 1. 小学校における算数的活動を促す授業づくりの視点	
4. 1. 2. 実践① 第1学年「かずしらべ」～絵や図を用いた数量の表現～	
4. 1. 3. 実践② 第5学年「商分数」～分数になったときの商の解釈～	
4. 1. 4. 小学校における現職研修及び教員養成への貢献	
4. 2. 中学校における授業づくりと現職研修及び教員養成への貢献	58
4. 2. 1. 教員養成の充実～基礎実習を中心として～	
4. 2. 2. 現職研修への貢献	
4. 3. 高等学校における授業づくりと現職研修及び教員養成への貢献	60
4. 3. 1. 実践 高校2年生 ものの見え方を数学的に考察する授業	
4. 3. 2. 高等学校における現職研修及び教員養成への貢献	
5. 主な成果と次年度の課題	62

# 算数・数学的活動を促す教材開発・指導法に関する研究（3年次）

— 算数・数学的活動を促す授業づくりへ向けて —

鈴木 誠（代表者）<sup>3)</sup>

矢嶋 昭雄<sup>1)</sup> 稲垣 悦子<sup>2)</sup> 越後 佳宏<sup>2)</sup> 栗田辰一郎<sup>2)</sup> 永山 香織<sup>2)</sup> 羽住 邦男<sup>3)</sup> 傍士 輝彦<sup>3)</sup>

青山久美子<sup>4)</sup> 井上 哲明<sup>4)</sup> 大谷 晋<sup>4)</sup> 岸谷 正彦<sup>4)</sup> 佐藤 亮太<sup>4)</sup> 菅原 幹雄<sup>4)</sup> 祖慶 良謙<sup>4)</sup>

西川 史恵<sup>4)</sup> 西村満城子<sup>4)</sup> 花園 隼人<sup>4)</sup> 吉岡 雄一<sup>4)</sup> 岡田 春彦<sup>5)</sup> 蓮沼 喜春<sup>6)</sup> 峰野 宏祐<sup>7)</sup>

1) 東京学芸大学教育実践研究支援センター

2) 東京学芸大学附属世田谷小学校

3) 東京学芸大学附属世田谷中学校

4) 東京学芸大学附属高等学校

5) 文京区立第六中学校

6) 荒川区立尾久八幡中学校

7) 神奈川県立柏陽高等学校

## 1. 研究の目的

小学校では平成23年度、中学校では平成24年度から完全実施、高等学校では平成24年度から学年進行で実施されている学習指導要領において強調されていることのひとつとして「算数的活動、数学的活動を通じた指導」をあげることができる。それは小・中・高の算数・数学科の目標の文頭に「数学的活動を通して（小学校においては、算数的活動を通して）」と示されていることからわかる。特に中学校数学科においては、数学的活動が学習指導要領の内容として各学年に位置づけられることとなった。算数・数学的活動を通して学習をしていくことのねらいとしては次のようなことがあげられる。

- ・基礎的・基本的知識・技能を確実に身につけること
- ・数学的な思考力・判断力・表現力を育てること
- ・学ぶ楽しさや意義を実感し意欲を高めること

これらのことは、これまでも算数・数学科の指導のねらいとされてきたことであるが、国内外の教育調査からこれらの力が十分には育っていないことが明らかとなっている。算数・数学的活動はこれまでも学習指導要領の中で示されてきたが、これらの活動を意図した指導が十分に行われてきたとはいえない現状があった。そこで、今回の学習指導要領改訂において算数・数学的活動がより一層充実することとなった。このような現状を考えると、算数・数学的活動を促す教材開発、指導法について研究し、その成果を広めることは有意義なことと考える。

そこで、本プロジェクト研究では、次の3点を目的として研究を進めてきており、本年度は3年次計画の3年目にあたる。

<研究の目的>

目的1 算数・数学的活動を促す教材開発を行い、その成果を蓄積すること。また、授業実践を振り返ることにより、算数・数学的活動を促す授業がもつ条件について検討し、知見を得ること。

目的2 小・中・高等学校における授業研究を通して、算数・数学的活動を指導内容としてとらえたときに、各学校段階における違いや共通点は何かについて知見を得ること。そして、その知見をもとにして、よりよ

い算数・数学の授業のあり方について検討すること。

目的3 研究を通して得られた知見について、各附属学校で行っている現職研修セミナーなどの機会を通して、教員養成や現職教員研修に資すること。

本年度は3つの目的のうち特に目的3を中心にして研究を進めることとした。

## 2. 研究の方法

- (1) 目的1に対しては、文献による研究を通して、算数・数学的活動を促す指導において扱うことができるような課題を見だし、授業研究を通して教材開発を行い、その成果を蓄積する。蓄積された授業実践を検討することを通して算数・数学的活動を促す指導がもつ条件について事例的に明らかにする。
- (2) 目的2に対しては、小・中・高等学校における授業研究や毎月の附属研究会を通して知見を得る。授業研究においては、同一の課題を異なった学校段階において扱い、どのような扱いの違いや共通点、また子供たちの活動の共通点や相違点に目を向け知見を得る。
- (3) 目的3に対しては、各附属学校が行っている現職研修セミナーを研究の成果をもとにして実施する。また、教育実践研究支援センターの教育実習部門と連携をとり、教員養成において本研究で得られた知見をどのような形で生かしていくかを検討し、教員養成の充実に役割を果たす。

## 3. 研究計画

本研究は3年計画で実施してきており、本年度はその3年次目にあたる。

平成22年度（1年次）

### 算数・数学的活動を促す授業づくりと教材収集のための基礎的研究

算数・数学の教材や題材の収集および授業研究を通して授業記録の収集を行った。特に6月、11月、2月には以下の日程で数学的活動に焦点をあてて授業研究会を実施してきた。

6月21日（月）	公開授業研究会（附属高等学校）	授業者	佐藤 亮太
11月10日（水）	公開授業研究会（附属世田谷中学校）	授業者	傍士 輝彦
2月4日（金）	公開授業研究会（附属世田谷小学校）	授業者	栗田 辰一朗

平成22年度の研究成果については、東京学芸大学附属学校研究紀要第38集において公表している。

平成23年度（2年次）

### 算数・数学的活動を促す授業が持つ条件についての研究

算数・数学の教材開発を継続的に行った。特に小学校においては生活に根ざした課題、教科横断的な課題を中心に取り組んだ。中学校では、見いだす活動や伝え合う活動を目的とした数学的活動の教材開発を行った。高等学校では、解法の多様性や作業的活動を中心として教材開発に取り組んだ。それらの結果を附属学校研究会地区会において共有・討議する中で、算数・数学的活動を促す条件をとらえる視点として、「課題」「授業展開」「教師の授業マネジメント」「学級環境」といった要因があげられることが明らかになってきている。

また、1年次、2年次の成果を踏まえ、小・中・高の各学校において現職研修会を実施し、社会に成果を還元した。特に中学校では、岩手県二戸市立金田一中学校において出前授業を行い、数学的活動を促す授業について羽住、傍士、鈴木の3名が研修講師として講演をおこない教員研修にも貢献した。

なお、平成23年度の研究成果については、平成24年に行われた附属学校研究会全体会において発表するとともに、東京学芸大学附属学校研究紀要第39集において公表している。

平成24年度（3年次：本年度）

### 算数・数学的活動を促す授業づくりと現職研修および教員養成への貢献

1年次、2年次までに得られた知見を現職研修および教員養成においてどのような形で扱っていくかを教育実践研究支援センター教育実習部門と連携する中で検討し実施する。また、各学校において行われる公開研究会において研究成果を公にし、参加者との討議を通して研究を深める。現職研修セミナーについては小学校においては11月と2月、中学校においては8月と3月、高等学校においては8月に実施することとした。

(文責 鈴木 誠)

#### 4. 研究の実際

##### 4. 1. 小学校における授業づくりと現職研修及び教員養成への貢献

##### 4. 1. 1. 小学校における算数的活動を促す授業づくりの視点

###### (1) 算数的活動について

「児童が目的意識を持って主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動」

○作業的・体験的な活動など身体を使ったり、具体物を用いたりする活動

○算数に関する課題について考えたり、算数の知識をもとに発展的・応用的に考えたりする活動や、考えたことを表現したり、説明したりする活動（小学校学習指導要領解説 算数編 H.20 P.9～10）

###### (2) 2年次に明らかになった算数的活動を促す授業の条件

###### 条件① 問題解決の授業

- ・教科の枠にとらわれず、横断的に問題解決をすること。
- ・問いの発生→見通しを持つ→自力解決→共有化・解決→振り返り・新たな問いの発生という問題解決の過程を繰り返しながら、学習内容を広げたり収束させたりして連続的に学習すること。

###### 条件② 「問いの生成・共有・練り上げ・振り返り」とそれを支える教師の役割

- ・子どもたちが考えたいような問いを教師が提示するだけでなく、子どもたちの対立や葛藤等から、子どもにとっての本当の問題をともにつくりだすこと。
- ・できる子だけが意見を述べるのではなく、困っている子の悩みをクラス全体で共有し、全員の解決すべき問題とすること
- ・話し合いの過程での練り上げるための教師の出（問いかけ、板書、復唱など）
- ・全員で1時間を振り返る問いに対するまとめと、学びの過程を見つめる学習感想

###### 条件③ 学び合える学級経営

- ・間違いや悩みを素直に認め、皆に言い出せる雰囲気
- ・学習感想から子ども一人一人の学びや問いを教師が見とる
- ・友だちを意識し、聴き合おうとする態度を養うこと

上記の授業づくりの視点を生かし、本校では算数的活動を促す授業について「子どもとともにつくる算数授業」と題し、平成24年8月22日に現職教員研修（第13回 平成24年度世田谷算数夏季セミナー）を行い、授業実践を2本公開した。

(文責：栗田辰一郎)

##### 4. 1. 2. 実践① 第1学年「かずしらべ」～絵や図を用いた数量の表現～

###### (1) 本時の授業について

子どもの実態から、ものを数えることができても、「数は、事物の形や大小、色の違いに関係ない」と、理解することが難しいとわかった。しかし、実際の授業では、教師が、子どもたちは、4月から数を理解していると思い、1対1対応の学習を簡単に流して、次の10までの数の学習にしてしまうことがある。

そこで、数の学習を始める第1学年で、1対1対応を大切にしていきたい。第1学年では、その学習は、数の学習の前の1対1対応、10までの数、どちらがおおいか数の大小を比較する図、ちがいはいくつの図、かずしら

べの絵グラフで、学習できる。特に、本実践「かずしらべ」では、数は、大きさや間隔、ちらばりには、関係ないということを理解できるようにしていきたいと考えた。このとき、題材を休み時間の子どもの活動からとりあげ、授業で全員がカードを動かすことを通して、気づき、練り上げ、生活に活かしていく。

## (2) 本時の目標

それぞれの数の大小や順位が一目でわかるためには、乱雑なものを整理し、カードの大きさに関わらず1対1対応をして比べることに気づき、絵グラフに表すことができる。

## (3) 授業の実際

1学期に子どもたちが熱中していたザリガニつりを題材とした。その時、骨折して釣ることのできなかつたO君が、ザリガニの数を記録していた。そのメモを子どもたちに提示し、O君にメモをした理由を問うことから、グラフに整理する理由と分類の視点をつくった。

次に、そのメモと同じ数の大、中、小のザリガニの絵を黒板にばらばらに貼っていった。すると、教師が何も言わなくても、子どもから、並べたいという意見が出された。そこで、「どれがおおいか、ぱっとみてわかるようにしよう」と課題を板書した。

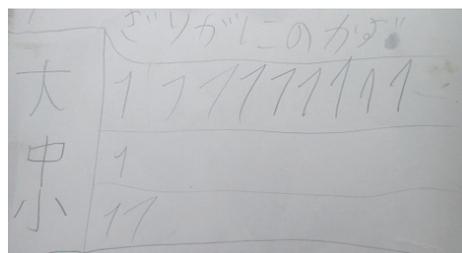
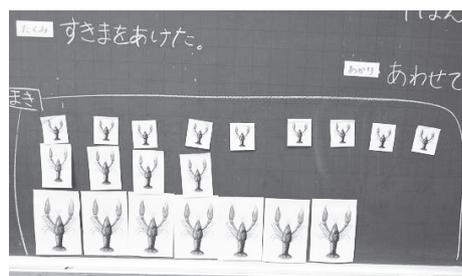
そして、各自で活動できるように、黒板に貼ってあった物のミニチュア版と、自由にはがしたり貼ったりできる紙を配った。ほとんどの子どもが、ザリガニを分類別にしてはいたが、1対1対応にして並べることはできなかった。

発表場面では、始めに、ザリガニの大きさごとにグループ分けをした。そこから、子どもたちは、分けるとききれいになってわかりやすいことに気付いた。次に、H君が、ザリガニを1列に並べながら、「ぱっちんしてみたい。」と縦もそろそろように並べ直した。並べる活動から気づきが生まれた。すると、K君は、ぱっちんという言葉から、既習の1対1対応の学習を思い出し、そのときのノートをみんなに紹介した。既習のぱっちんの学習をつなげることができた。

Mさんが、右上の写真のように、グラフにつながる並べ方をした。友達が、そのよさを「隙間を空けた」「そろえた」「くっつけた」と表現した。

また、Mくんが、C76「ザリガニを同じ大きさにしたらわかる」と発言した。カードの形を同じ大きさにしたら、比べやすいということだと思う。カードが同じ大きさなら、面積でどれが多いかわかるということである。カードの大きさをそろえるという発想が、1年生からうまれた。

次時では、O君のメモを見直す活動から、マス目を作る意見がでて、そのマス目を利用して、絵グラフのようにそのますに文字をかけばいいと気付いた子どもがでてきた。「字のぱっちんだ」とつなげる子どもがでてきた。そして、7月と9月のザリガニのかずしらべをして、ざりがにつりが上手になったかどうか考えた。また、10月の休み時間では、字を1で表す子どもがでてきた。活動したことから気づき生まれ、それを日常生活でも活かすことができた。



(文責：稲垣 悦子)

#### 4. 1. 3. 実践② 第5学年 商分数 ～分数になったときの商の解釈～

##### (1) 本時の授業について

割合の学習をする時に、「1と見る」ことに子どもが抵抗を感じているなど思うことはないだろうか。子どもは、4年生までに比例関係を使って、数対を見つれたり作ったりして問題解決をする経験をたくさんしている。5年生では、その経験生かし、2量の倍関係を用いて都合のよい数にそろえたりして、問題解決をすることができるようになっている。しかし、筆者は5年生の割合の授業をするたびに、「1と見る」のは難しいと感じている。しかし、「1と見る」見方を育てる場面は5年生の割合の学習までも所々にある。そういう目で教材を見つめ、5年生の「商分数」の学習でも「1と見る」見方を、子どもとともに考えていく中で、明確にしていきたいと考えている。

通常の教科書では、商分数を学習する時には、「2Lのジュースを□人で等しく分けます。1人分は何Lになりますか。」という等分除で学習する。そして、練習を積み重ねて商を分数で表すことを習熟していることが多いのではないだろうか。

しかし、杉山吉茂氏は「日本数学教育学会誌 第90巻 第2号 (2008) PP. 5-6」の中で下のように述べている。たとえば、「13mから4mの紐が何本とれるか」という場面で、「商は3と1/4となるのだけれど、この1/4はどういうように見ることが出来るか」を考えさせたい。これを解釈しようとする、ここでも、4mを1と見たとき、1/4に当たる大きさと見る見方ができてくる。こういうようにすると、わり算の学習の中に、割合と見る場を作ることができる。言葉だけでは難しいかもしれないが、数直線を添えて、目盛りを付けながら考えさせていけば、分かってもらえるであろう。

本実践では、この考えをもとに、子どもとともに数直線にかくなどの活動を通して、割合の素地としての「1と見る」見方に焦点を当てて考えていきたい。

##### (2) 本時の目標

包含除の問題場面で、現実場面ではあまりが出るにもかかわらず、計算上は商を分数で表せることを比べ、分数表示された商の意味を考える。その活動を通して、「もとにする量を1と見る」見方を深めていく。

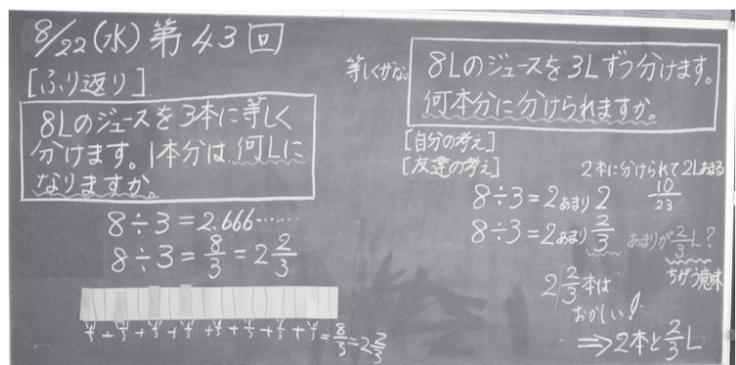
##### (3) 授業の実際

実際の授業では、前時に学習した等分除の場面を提示した。前時の学習を思い出すことと、本時の場面との対比をする計画であった。しかし、これが予想以上に子どもが困難をきたした。

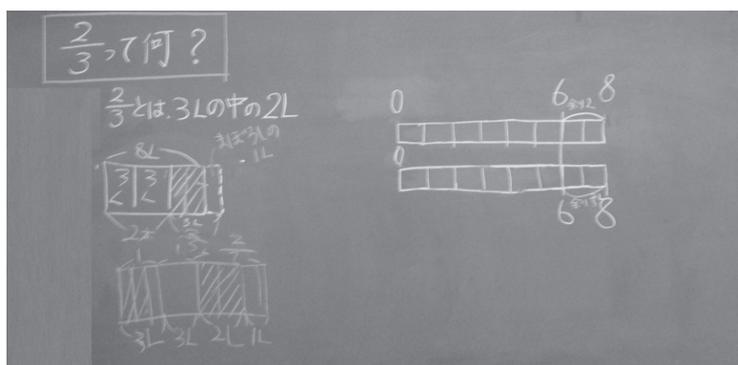
考えられる原因としては、前時までに扱った分数がすべて真分数であったこと、液量図を用いて考え、数直線図を扱っていなかったことが原因ではないかと考えている。

その後、本時の課題を提示した。ここでも「前時の課題が等分除の場面であった。わり算には2つの意味があり、もう一つの意味で考えるとどんな問題になるか。」という事から、子どもと問題場面を設定していくべきではないかという意見もある。しかし、今回はその後の等分除との比較に重点をかける計画で問題は教師から提示した。

ここでは、板書にあるように、「2あまり2」「2あまり2/3」とする子どもがほとんどであり、「 $8 \div 3 = 2 \frac{2}{3} = 2 \frac{2}{3}$ 」と答える子どもはいなかった。教師側が予想した以上に子どもは形式的に処理をせず、現実場面を拠り所として考えていた。



そこで、「2あまり2」と「2あまり2/3」で、なぜあまりが2通り出てくるのかに焦点を当てて検討することにした。すると、「2あまり2」のあまり2は2Lであるということについては、誰もが納得することができた。では「2あまり2/3」のあまり2/3は何か。



「22/3本というのはおかしいから、2本と2/3Lである」という意見が出された。

あまりが2Lという答えと、あまりが2/3Lという答えが出てくのは何かおかしいのではないかと、ということから、この「2/3って何?」という課題が設定され、自力解決を行った。

2/3の意味の追求では、数直線とテープ図を使って、1本分を明確にすることで、3Lを1本分にした時に、2/3本分であるということを確認していこうと考えていた。しかし、実際は、「3Lで1本分」という認識が不十分で、本とLがなかなか結びつかなかったのである。

図上で、「本」と「L」をもう少し明確に区別してかくことで、子どもの気づきを引き出したのではないかと考察している。(文責：越後 佳宏)

#### 4. 1. 4. 小学校における現職研修及び教員養成への貢献

##### (1) 公開授業前の「教材研究講座」の設定

公開する2本の授業の前に30分間ずつの時間を設け、「教材研究講座」と題して、その授業についての説明と参加者によるグループ協議の時間を設けた。講師の高橋昭彦先生(デポール大学 准教授 兼 東京学芸大学 特任教授)も、講座の中で授業を見る視点として、参加者一人ひとりが「問い」をもって授業を見るよう助言した。参加者のアンケートから、次のような成果が見られた。

- 授業内容の理解と授業を見る視点が明確化された(約7～8割)
- 授業者の意図がわかった
- 参加者自らが考え、参観することができた
- 教材研究のしかたがわかった

##### (2) 算数的活動を促す授業づくりに関して

参加者のアンケートから、授業づくりに関して以下のような成果を得た。

- よく学び合おうとする子どもたちの様子
- 授業者と参加者との授業づくりに関する悩みや共通点の共有
- 教師としての授業力について
- 参加者同士の授業づくりに関する悩みや共通点の共有

参加者のアンケートでは、「条件① 問題解決」については参加者が授業はそうあるべきことをすでに認めていて、問題解決を前提に現職研修全体の話が進められていた。条件②や③に関する学びが特に浮き彫りとなった。このことから総じて、算数的活動を促す授業の条件が参加者に伝わったことが分かる。

##### (3) 授業実践を通じた算数の学習内容に関して

###### ①第1学年の内容について

- ・身近なものに題材を求めて、子どもの興味を一層高めた。
- ・概念を形成するという意味で、1年生の算数は難しい。
- ・「ぱっちゃん」がクラス全体で共通理解されたものだったので、授業の中でもそのよさを共有したかった。
- ・4の形、9の形という並び方と数がしっかり身についている。
- ・子どもにとっては大きいザリガニには何か特別な思いがある。だからこそ「数で比べる」を確認したい。

第1学年では、身近な題材を用いて数(自然数)の概念をつくっていく算数的活動を行った。具体的な場面から、1対1対応という既習の考えを使って抽象化し、数をとらえていく1年生なりの学習過程について協議できた。

## ②第5学年の内容について

- ・越後先生の提案、商分数でも等分除、包含除を扱い、割合につなげるというコンセプトは賛成。商分数のところではなく、小数のところでも扱いたかったのではないか。
- ・「何本分か」と問うことによって、子どもたちが何倍と言うことを表していると感じるかどうかがこの授業のツボなのだと理解した。
- ・ $2/3$ 本は難しい。どうしても普段使わない表現だから。倍以外の表現はないものか。
- ・ $2/3$ 本という抵抗を感じるものを扱うことの方がねらいに迫れる。倍ではなく、本でよかった。
- ・もっとストレートに「3Lのまとまりを1と見たときの $2/3$ なんだね。」と扱っても良い。

第5学年では、「何倍ですか」と問わずに商分数の指導で割合を考える授業が、賛否両論を呼んだ。割合の考えをどう育てていくか、難しい課題について授業実践から考える良い機会となった。（文責：栗田辰一郎）

## 4. 2. 中学校における教員養成の充実および現職研修への貢献

ここでは、中学校における本年度の活動について、教員養成の充実と現職研修への貢献という2つの視点から述べる。

### 4. 2. 1. 教員養成の充実

#### (1) 基礎実習に見る教員養成の実際

3年生で行われている基礎実習において附属学校で指導を学生が受けるのは、教科オリエンテーションからである。オリエンテーションの段階では、実際に授業実践する単元のねらいや指導内容、指導の系統性などについて準備学習をするように指示し、実習期間中には、事前準備で得た知識・技能などを持っている段階から実際の実習を始めたいと考えてきた。また、事前準備と合わせて、指導する内容の学習指導案の第1時の略案の作成も求めてきた。しかし、実習生の実態は稚拙であり、その様子に愕然とし、このような状況で一体、生徒に向けてどのような授業実践ができるのだろうかという悩みから実習生指導が始まることも多かった。

このような現状を踏まえ、本校数学科で実施している現職研修セミナーを、教員養成、とりわけ実習生の現状を改善しよりよい基礎実習へとつなげる一助とすることができないかを考え、実習生指導の一環としての現職研修セミナーの活用を考え、実践することとした。

#### (2) 現職研修セミナーにおける取り組みの実際

附属世田谷中学校では、春（3月）と夏（8月または9月）の年2回現職研修セミナーを実施している。このセミナーの参加者は本校教員と本学の大学教員、他大学の教員、大学院生、近郊の公立学校教員、私立学校教員、教育委員会指導主事や他附属校の教員などである。このセミナーの当初の目的は現職教員らを対象とした教科教育研修である。このセミナーに教育実習生を参加させることにより、日々現場で子どもたちに数学を指導している教員や数学教育に関わる様々な人たちとの係わりはこれから実習に臨もうとする実習生にとって貴重な体験になるものと考えた。そして、このような体験が基礎実習の充実へとつながっていくのではないかと思い、今年度の現職研修セミナーを計画し、実施することとした。今年度9月に実施したプログラムを以下に紹介する。

#### ①主な活動内容

研修テーマ「数学的活動を通じた授業づくりを考える」

9:30～10:00 受付

10:00 開会の挨拶

10:10～10:50 講義① 「数学的活動に関する実践報告1」 （附属世田谷中学校 鈴木 誠）

10:50～11:30 講義② 「数学的活動に関する実践報告2」 （附属世田谷中学校 傍士 輝彦）

11:30～12:10 講義③ 「数学的活動に関する実践報告3」 （附属世田谷中学校 羽住 邦男）

12:15 ~ 13:05 昼休み

13:10 ~ 13:50 講義④ 「数学的活動を取り入れた授業について」 (東京学芸大学 矢嶋 昭雄)

14:00 ~ 16:30 作業 「数学的活動を取り入れた授業について考える」

16:30 ~ 17:00 意見交換

## ② 講義内容の概略と作業について

### 講義①

講義①では、プロジェクト研究において検討してきた内容をもとにして主に次のような内容について講義を行った。

- ・ 数学的活動を促す授業がもつ条件と課題がみたすべき条件について
- ・ 数学的活動を促す課題づくりについて

数学的活動を促す課題づくりについては、過去2年のプロジェクト研究の中で実践してきた課題をもとにして、具体例とともにどのような視点から課題づくりに取り組むことが可能であるかについて講義を行った。



### 講義②

講義②では、基礎実習において実習生が担当する1次方程式の単元について実践例を紹介した。ここでは、通常、淡泊に流してしまいがちな内容において、あえて生徒を適度に混乱させ、習熟を深めることをねらった実践について取り上げた。

### 講義③

講義③では、数学的活動を促す指導のねらいについて次の4つの視点から説明した。

- ・ 知っていることをもとにして発見する力
- ・ 学んだことを利用する力
- ・ 自分の考えを表現する力
- ・ 考えたり聞いたり調べたことを記録する力

この説明に続いて、図形の論証における実践課題として、折り紙を使って正三角形と正六角形を折ることから図形の論証指導に入る指導例について紹介した。

### 講義④

講義④では、本学教員であり、本プロジェクト研究のメンバーでもある矢嶋昭雄先生から、数学的活動がどのようなことから強調されるようになったのか、その背景についてお話をいただいた。また、その中では、紙コップを利用した数学的活動を促す課題の例についても具体的に紹介をしていただいた。



### 作業

ここでは、講義①~講義④で扱った課題の選び方や授業計画の仕方なども参考にし、参加者それぞれが領域や単元を指定し、各自、ミニ学習指導案づくりに取り組んだ。そして、そこで作った学習指導案について、作成者の意図や疑問点などを発表し、それをもとにしてよりよい活動について参加者で討議し、修正案を考えた。参加した実習生には、オリエンテーション時にこの現職研修セミナーにおいて検討ができるように、実習の実践授業

第1時において指導する内容について考えてくるように指示してあったので、その内容について学習指導案づくりに取り組み、参加者から意見を頂いた。

#### 4. 2. 2. 現職研修への貢献

既に、述べてきたように本校では年に2回の現職研修セミナーを行なってきた。ここ2年は、テーマを「数学的活動を通じた授業づくり」として実施してきた。2、3年前から春期と夏期では多少意図するところを変えて実施するようになってきている。夏期については、現職研修という目的とともに、教育実習生の指導の一環としての意味も持たせるようにしている。春期については、数学的活動をいろいろな視点からとらえることをねらいとして、外部から講師を招き、講演を拝聴する機会や作業的活動を教員自らが行ったりする場を設定してきている。本年度は外部講師として片桐重男先生（元横浜国立大学教授）をお招きし、「高次の学力と数学的考え方」という演題でお話頂く予定である。昨年度の春期は、「問いから問いへと広げる数学的活動に焦点をあてた作業的な教材について」という演題で、池田敏和先生（横浜国立大学教授）に具体例をもとにお話いただいた。

夏期、春期ともに本プロジェクト研究において得られた知見や教材をもとにして、本校教員や本大学教員が講義をし、現職研修に貢献してきている。また、プロジェクト研究で得られたことを社会に公にする場としての現職研修セミナーであるとともに、このセミナーでの活動の中で得られた意見などがプロジェクト研究を推進する働きも担ってきている。

現職研修セミナー以外では、外部講師としての現職研修への貢献もあげることができる。本年度も昨年度に続き二戸市教育委員会から招聘され、研修会講師（二戸市授業力向上プロジェクト）として本校数学科3名（羽住、傍士、鈴木）で8月に岩手へ行き、公開授業（二戸市立仁左平中学校3年生対象）と講義を行ってきた。ここでの授業や講義もこのプロジェクト研究によって、開発された教材や得られた知見をもとに行なってきた。

以上のように、本プロジェクト研究を通して得られた知見を本年度は教員養成、現職研修において活かし取り組んできた。しかし、その活動はまだ緒についてばかりであり、今後より一層充実したものとなるように改善していくことが望まれる。それについては、次年度以降も継続的に取り組んでいきたいと考えている。

（文責 鈴木 誠）

#### 4. 3. 高等学校における授業づくりと現職研修及び教員養成への貢献

##### 4. 3. 1. 実践 高校2年生 ものの見え方を数学的に考察する授業

～ 東京スカイツリーと東京タワーを題材にして～

##### （1）本時の課題

課題①「東京スカイツリー（634m）と東京タワー（333m）が同じ高さに見える場所はどこか」

同じ高さに見える場所は、スカイツリーを見込む角と東京タワーを見込む角が等しい場所であるとし、スカイツリーの足（S）からの距離と東京タワーの足（T）からの距離の比が634：333である地点であり、アポロニウスの円周上となる。

課題②「ST上（Tの延長上）で、スカイツリーが東京タワーと比べて最も大きく見える場所はどこか」

目の構造と物が見えるしくみについて以下のようにする。「Aと比べてBが大きく見える」とは、網膜上でAの像に比べてBの像が大きいということである。また、Aの像の大きさはAを見込む角が大きければ大きくなる。したがって、「Aと比べてBが大きく見える」とは、Aを見込む角に比べてBを見込む角が大きいということとする。また、東京タワーを見込む角を $\alpha$ 、スカイツリーを見込む角を $\beta$ とする。上記の課題②の解決とし

て、以下が考えられる：(Ⅰ) 図形を用いて；(Ⅱ) 関数を用いて；①差 ( $\beta - a$ ) が最大になるとき；②比 ( $\beta / a$ ) が最大になるとき。

この課題①②には、ものの見え方を数学的に考察することが含まれている。これによって、ものの見え方についての理解を深めることができるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することができ、数学的活動を促すことができる課題であると考ええる。

また、この課題では、「～と比べて大きく見える」ことを差で認識していると仮定したり、比で認識していると仮定したりし、考察を進め、具体的な事象と照らし合わせ、その仮定したことの妥当性を吟味することが含まれている。仮説を設定し、その結果を得、その結果を検証し、仮説の妥当性を吟味することは、科学的に考察する場合に大切であり、科学の方法と呼んでよいだろう。この課題には、科学の方法を身に付けることを助けることが含まれている。科学の方法が身に付いているか否かは、後の数学的活動に影響を与えるであろう。

## (2) 授業展開と教師の授業マネジメント、学級環境、評価

課題①については、「同じ高さに見える」ことを定義する課題となるため、よく考える時間を与える必要があろう。課題②についても、「～と比べて大きく見える」とはどういうこととするかについて考える必然性を写真等を用いて与え、じっくり考えさせる時間を与える。それは、課題②の解決方法は多様であり、生徒の意見を多く引き出したいからである。机間巡視の際に生徒の意見を把握し、それらを上記の観点(Ⅰ)図形を用いて(Ⅱ)関数を用いて、①差、②比で分類し整理する。そのことによって、その意見の位置づけを明らかにし、評価し、意見を言ってよかったと生徒に実感させるとともに、自らの考えを伝え合う活動を促したい。また、ものの見え方を数学的に考察し、そこから得られた結果を事象(自らの感覚や経験)に照らして吟味しているかどうかも評価し、科学の方法を身に付けることを助けたい。(文責 佐藤 亮太)

## 4. 3. 2. 高等学校における現職研修及び教員養成への貢献

本年度は研究した成果に基づいて、公開研究大会の公開授業や日々の授業において実践した「数学的活動を促す授業」の報告を学会で行うとともに、現職教員研修講座において研究成果を発表した。

### (1) 公開研究大会での公開授業(2012/6/16)

- ①ものの見え方を数学的に考察する教材の提案 —東京スカイツリーと東京タワーを題材にして—
- ②指数の拡張
- ※詳しくは前述

### (2) 情報教育公開研究大会での公開授業(2012/10/1)

- ③相関係数の意味を考える授業
- ④特講科学の方法「ものの見え方」

情報教育公開研究大会では、本校のSSH指定校としての取り組みの一つとして、教科横断的な『科学の方法』の授業を実践した。授業はチーム・ティーチングで行ったが、上記のトピックにおいて数学的な要素が強い部分について数学科の教諭が主に担当し、数学的活動を促した。

### (3) 日本数学教育学会「第94回全国算数・数学教育研究(福岡)大会」での発表

- ⑤ベクトルの内積を考える必然性を重視した実践と考察 —直交条件を用いた導入と展開—
- ⑥拡張に焦点を当てた三角比の指導計画
- ⑦数学的活動を踏まえた数学Bの指導 —基調発表を踏まえて— 単元「数列」の指導に関する私案(試案)の実践報告

2012年8月3日～8日に行われた日本数学教育学会「第94回全国算数・数学教育研究(福岡)大会」におい

て、上記のテーマで実践報告と意見交換を行った。

(4) 日本教材学会「第24回日本教材学会研究発表大会」での発表

⑧行列の応用教材の有効性に関する一考察 —「一次変換」の題材としてマルコフ過程に着目して—

⑨ものの見え方を数学的に考察する教材の提案 —東京スカイツリーと東京タワーを題材にして—

2012年10月20日～21日に行われた「第24回日本教材学会研究発表大会」において、上記のテーマで実践報告と意見交換を行った。

(5) 現職教員研修講座(2012/8/30)「数学的活動を促す授業の開発」

現職教員研修講座において、研究成果を踏まえて数学的活動についての概論を発表し、続いて具体的な教材例(10個)を提示した。参加者は大学院生1名、本校の教育実習生18名であった。過去の二年間では現職教員の方々に参加いただけたが、本年度は学生のみであった。「教員養成への貢献」という観点からは目的を達成しているものの、研究成果の普及や意見交換による深化を考えると、現職教員の方々の参加を促したい。これは今後の課題である。

(文責 花園 隼人)

## 5. 主な成果と次年度の課題

### (1) 主な成果

附属世田谷小学校においては、算数的活動を促す授業の条件をもとに現職教員研修を行った。第1学年での数概念の形成や、第5学年での割合の考え方について授業を公開した。研修会のもち方を工夫することで、参会者が主体的に学び合えるような会となり、教員養成への貢献に努めることができた。

附属世田谷中学校では、実習生指導の一貫として、現職研修セミナーの活用を考え、「数学的活動を通した授業づくりを考える」と題し、3月と8月に実践した。実習生も現職教員も指導案を考えることで、数学的活動のイメージの共有化や小学校、高等学校との関連について協議でき、教員養成への貢献とすることができた。

附属高等学校では、公開授業(6月下旬)、現職教員研修講座(8月下旬)、情報公開研究大会(10月上旬)等の機会を通して発信することができた。研究成果を踏まえて数学的活動についての概論を発表し、具体的な教材例(10個)を提示し、教員養成への貢献とすることができた。

### (2) 今後の課題

今後は、小・中・高それぞれの立場から算数・数学的活動についてより焦点化した研究テーマを設定し、実践授業を公開することで、研究を深めていく必要がある。また、現職研修及び教員養成に貢献するためにも、どのような意図でいつ何を公開するのか、告知・宣伝方法も工夫する余地がある。

(文責 栗田辰一郎)