東京学芸大学附属小金井中学校『研究紀要』第45号　2009

数学科における授業設計
―― 教育実地研究生の研究授業を通して ――

松尾　吉陽　　野島　淳司[*1]

数学科の授業設計を行うとき、どのような視点が重要なのか、教育実地研究生の研究授業を通して考察するのが本稿のねらいである。

Ｂ類数学科の学生は、３年次に初めての教育実地研究を行う。その数学科の学生が、数学の授業設計をするときの教材研究、問題解決型の授業展開、多様な解決方法のある問題設定等々、１時間の数学の研究授業を構築するまでの過程を考察する。

そして、その授業設計をもとに研究授業を実践した。研究授業の実際から、生徒の反応を中心として、授業の分析・考察を行う。

初めての教育実地研究であるため、授業展開における未熟な点、改善すべき課題も多いが、研究授業を通して、数学科の授業設計における重要な視点の方向性を明らかにすることができた。

キーワード：２次方程式の利用、教材研究、数学的コミュニケーション、教育実地研究

１．教材研究

(1)　導入場面の重要性

野島実習生が２次方程式の利用の授業で考えた題材は、「長方形の畑に直交する道の幅を求める問題」「対角線の本数から多角形を求める問題」「動く図形の面積に着目する問題」の３つである。その中で、研究授業では、「対角線の本数から多角形を求める問題」を扱った。

数学の授業の導入では、一般的に次のような５つの観点が重要である。（註１）

①　生徒の疑問や葛藤を引き出す導入
②　生徒一人ひとりが解答を出せる導入
③　生徒が既習事項をもとに考えられる導入
④　生徒が体を通して学ぶ導入
⑤　生徒の考えを広げ、満足感をもたせる導入

野島実習生が１回目に提出した指導案には、まず最初に「対角線とは何ですか？」という教師の発問が書かれていた。

予想される生徒の反応としては、

・四角形の斜めの線
・多角形の斜めの線
・多角形上の頂点を結ぶ線のうち辺でないもの

を挙げ、その後「多角形上の異なる２つの頂点同士を結ぶ線分のうち辺を除く線分のことである」という対角線の定義を指導することになっていた。

＊１　東京学芸大学Ｂ類数学専攻３年生

定義を指導した後、具体的に四角形、五角形、六角形の対角線をかかせる導入である。これでは、生徒は教師の言われたことをやっていくという展開となってしまう。

この導入を、生徒の「今日の学習はどんなことをするのだろうか」という学習に対する興味関心を高め、授業に対して「ワクワクとした期待感をもたせる導入にできないだろうか」というのが第１の視点である。

(2) 問題解決型の展開

野島実習生は、問題解決型の授業展開となるように授業設計をした。

第１番目は、「ｎ角形の対角線の本数を求める場面」

第２番目は、「対角線の本数が90本の多角形を考える場面」

第３番目は、「対角線の本数が919本の多角形を考える場面」

問題を段階的に難しくしていく過程をとって問題解決にあたらせた。このように、対角線の公式を求め、基本的な問題を解決し、発展的な問題に挑戦するという授業設計をしている。

問題解決型の学習は、このような問題の与え方だけではない。このことについても、１つの視点として考察していかなければならない。

(3) 教材研究の観点

数学の問題に対する教材研究では、次の６つの観点を重要に考えている。（註２）

① 素材の中にいくつもの性質が入っているような期待感を抱くもの。

② からくりを徐々に解き明かしていく際のわくわく感を抱くもの。

③ 対称性やパターンの繰り返しを美しいなあと感じるもの。

④ ある観点からみれば同じことや類似したことなんだと感じるもの。

⑤ 公式を適用すれば思考を節約して、公式は便利なものであると感じるもの。

⑥ １つのことを実に多くの人が考え追求してきたんだなあ、よくこんなことを発見できたなあと感じることができるもの。

野島実習生が研究授業の指導案を考える上で、これら６つの観点は指導していなかった。研究授業を実践してみて、関連性についても考察できれば授業設計の１つの視点となる。

(4) 課題提示

生徒に具体的な課題を提示するとき、その課題をどのように生徒に与えるかによって授業展開が変わってくる。具体的な課題提示には、次のような方法がある。

① 生徒の実態に合わせた提示をする。

② 数値を□のように未知数にして提示する。

③ 条件不足、条件過多の問題として提示する。

④ 問題の連続性を図る提示とする。

⑤ 逆転の発想で問題を提示する。

⑥ ゲーム化して問題を提示する。

課題提示の方法を考察していくことは、授業設計の１つの視点となる。

〈引用・参考文献〉

（註１） 松尾吉陽：「導入で勝負する」算数重要単元の指導，明治図書，1996

（註２） 東京学芸大学附属小金井中学校「研究紀要」第44号pp121－134，2008

（松尾　吉陽）

2．授業設計

(1)　２次方程式とその利用について

①　他の単元との関連

方程式の学習については中学校１年生で１次方程式、２年生で連立方程式を学んでいる。学年を追って複雑になっていく方程式の単元を学ぶことにより、生徒の数理的な能力が向上し、その活用範囲が広がっていくことが期待される。中学校３年生で新たに２次式の展開や因数分解を学習し２次式についての扱いができるようになったことと、平方根について学習し既知の数の範囲が有理数から根号を含む数に拡張されたことに対応して、２次方程式の指導を行うことは自然な流れであるといえよう。また２次方程式を学ぶことにより、相似な図形の面積や三平方の定理が扱えるようになるなど、これからの学習に向けての応用範囲が飛躍的に広がる。

②　なぜ方程式を使うか

問題を解決する際に方程式を使う最大の利点は、条件を間違えることなく式に表すことができれば、あとはその式を代数的に解いていくだけで"確実に"答えが求まるという点であろう。時には方程式など使わずにイメージやひらめきで答えを出せることもある。しかしこれらの方法では"確実に"答えを出すことはできないのである。簡単な例を出すと、「ある整数とそれより１大きい数をかけた積が12となる。ある数はいくつか。」という問題があったとする。この問題に対して、ひらめきで３×４＝12だからある数は３だと答えたとしよう。確かに３は答えの一部であるが、これでは正しい答えとはならない。正しくは３と－４であり、方程式を使ってきちんと解けばこれらの答えが出ることは言うまでもない。これはごく簡単な例であったが、この例のように方程式をきちんと作って解けば答えはその解の中に確実にある。換言すれば、問題の答えの集合は方程式を解いた解の集合に含まれているわけである。したがってきちんと立式された方程式を解けば問題の答えを"確実に"求めることができるのである。特に２次以上の方程式では、答えが複数ある場合があり、方程式を使う利点は大きい。

③　解の吟味について

②で「方程式をきちんと作って解けば、答えはその解の中に確実にある」ことを述べたが、逆に方程式の解であっても問題の答えとはならない解が存在することがよくある。これは問題の条件を全て方程式に盛り込めていないことに起因するものだが、実際に問題の条件を全て方程式に反映するのは難しい。そのために方程式を解いた解が問題に適しているかを判断すること、いわゆる"解の吟味"をすることが必要になる。１次方程式の学習においても解の吟味については学んだはずであるが、１次方程式の場合は解が１つであるため、その解が答えとならないことはほぼない。そのためにほとんどの生徒は解の吟味の必要性を感じることができない。しかし２次方程式の利用となるとその解は通常２つであり、２つの解がそのまま答えとならないことも多い。よって多くの生徒がここで初めて解の吟味の必要性を意識するはずであり、その必要性について指導するには最適な機会である。

④　文章題を学ぶ意義

数学におけるほとんどの単元で、新たな内容を学んだ際にはその利用として具体的な文章題を解く。文章題を解くことを通して、それまでに学んできた数学的なスキルが様々な問題を解決するのに利用できることを知り、数学への関心が深まるとともに数学を学ぶ際の有効な動機付けとなることが期待される。また文章題を通して、例えば方程式でいえば文字の設定や、解の吟味など今まで

には必要でなかった作業が必要であるということを学ぶ。さらに２次方程式では、具体的な文章題を解くことを通して因数分解や平方完成、解の公式を用いた２次方程式の解法などについてまとめて学習することができ、２次方程式そのものについての理解が深められる。

(2) 本時の指導について

① 本時の主題　対角線の本数から多角形を求める

② 本時の目標

（関心・意欲・態度）

n 角形の対角線の本数を文字を用いて表そうとする。またその式を用いて対角線の本数から多角形を求めようとする。

（数学的な見方や考え方）

演繹的に見出した公式を応用して問題の解決をしようとする。また根号の入った値を整数値で近似し、整数の範囲で答えを出すことができる。

（表現・処理）

文字を用いて立式し、その２次方程式を解くことにより答えを出すことができる。またその考えた過程を説明することができる。

（知識・理解）

２次方程式を用いて様々な問題が解決できることを理解し、その有用性を知る。

③ 本時の課題について

前時で２次方程式の文章題の代表的といえる問題２題を取り上げ、その基本的な解法を習得させた。本時ではそのことを受けて、計算や解の考察がやや難しく、かつ一見すると２次方程式とは関連がなさそうであるために生徒が２次方程式の応用範囲の広さを確認できるような課題を提示する。

具体的には、

「n 角形の対角線の本数を求める」

「対角線の本数が90本である多角形を求める」

「対角線の本数が919本に最も近い多角形を求める」

という課題を自力解決の時間を取りながら順番に提示していく。

④ 生徒の実態に関して

中学校３年生という時期で受験を控えているということもあり、教科書レベルの内容はすでに学んでしまっている生徒が多い。また教科書レベルよりも少し難しい内容の課題を与えてもこなしてしまう生徒が多いことや、先日行われた文部科学省の学力調査の結果を見ても、学力レベルは一般的な公立学校よりも平均的にかなり高いと言える。特に本時の授業対象である学級は、数学に対する興味・関心の高い生徒が多く、また高校数学の内容まで勉強している生徒も何人かいる。そうした実態を踏まえ、ただ教科書に載っているような問題を扱っていくのでは不十分であり、すでに２次方程式の学習を終えている生徒でも頭を悩ませたり、新たな視点が得られたりするような課題を与えなければならない。

しかし全員がそういった生徒というわけではなく、中には教科書に書いてある内容を理解するのがやっとであるという生徒もいる。そういった生徒もいるということも頭に入れ、授業の流れを明確にする必要があるし、発問もはっきりしたものでなければならない。また自力解決の際に机間指導をしっかりと行い、立式などの最低限のことを自分で行えるよう指導する必要がある。

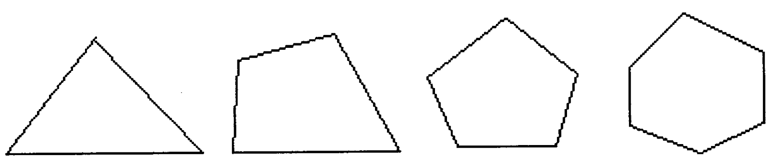
今までの授業を見る限り、この学校の生徒は課題を与えてノートにやらせればほとんどの生徒が真剣にノートと向かい合うし、板書や説明などを求めればほとんどの生徒がためらわずに行ってくれる。生徒に関して言えば非常に授業をしやすい環境であると言える。このように真面目に数学の学習に取り組む生徒であるからこそ、教師主導で授業を進めていくのではなく、生徒に考える時間をしっかり与え、積極的に生徒に発表・板書などをさせ、その意見を授業に取り入れるなど生徒主体の授業を作っていかなければならない。

3．研究授業の実際

上記した授業設計を基に研究授業を行ったが、実際の授業を通して授業設計時のねらいがうまく達成された点、うまくいかなかった点、そもそも授業設計の段階で問題があった点などがはっきりした。以下ではこの研究授業における授業展開や生徒の反応についてできる限り詳細に記述し、あとの考察への材料とする。

1 本時の学習の導入：対角線について学ぶという意識付け

T：まずは今から黒板に書くことをノートに写してください。



（板書）

T：これは何ですか。（三角形から順に図形を指し示す）

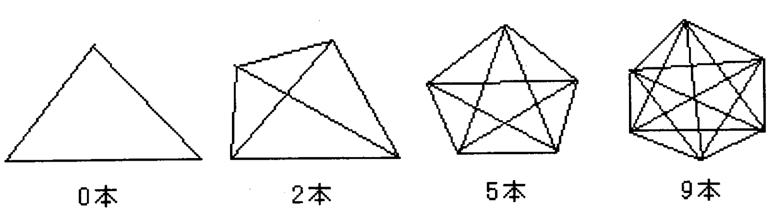
S：三角形、四角形、五角形、六角形

T：ではここで突然ですがクイズです。この中で三角形にはなくて他の図形にはあるものは何でしょう？

S：対角線

T：正解です。今日は対角線について勉強します。まずはこの三角形から六角形に対角線をすべて書き入れてください。対角線を書いたらその下に本数を書き入れてください。（三角形の下には0本と書き入れる）

T：（3人の生徒を指名し、それぞれ四角形、五角形、六角形に対角線とその本数を書き入れるよう指示）



（板書）

T：それでは黒板を見てください。対角線とは多角形上の異なる2点を結んだ線分のうち、辺を除くもののことです。ですから黒板の図のようになりますね。では黒板に書いてある対角線の本数を見て気づいたことがありますか？ノートに書いてください。

S：対角線の本数は2本、3本、4本と順に増えていっている。

T：では次の七角形には対角線がいくつ引けるだろう？

S：14本

T：では八角形は？

S：21本、いや20本

2 本時の課題を解決するための準備：n 角形の対角線の本数を求める

T：では次のステップとして何角形の対角線の本数を求めればよいだろう？

S：n 角形

T：そうだね。じゃあ n 角形の対角線の本数は何本になるかノートに求めてみよう。(自力解決)

T：(机間巡視しながら、筆の進んでいる生徒が少ないのを受けて）じゃあ全然手がつかない人にヒントです。(板書してある六角形の１つの頂点を指して）この頂点から何本引けるかなということを考えていくとわかるかもしれません。

(O君を板書に指名)

(O君)

$$(n-1-2)\times n\times\frac{1}{2}=\frac{n^2-3n}{2}$$

O：１つの頂点からその点と両端の点を除く$(n-3)$本に対角線が引けて、頂点がn個あるのでn倍して、同じものを２回数えてしまっているので２で割った。質問ある人？

T：K君は少し違う考え方でやってくれました。(K君を板書に指名)

(K君)

$$\frac{n(n-1)}{2}-n=\frac{n^2-3n}{2}$$

K：１つの頂点から他の頂点に引ける線分の数は$(n-1)$本で、頂点がn個あるからnをかけ、２回数えている分２で割った。線分のうち辺は対角線でないから辺の本数であるnを引いた。

T：K君は対角線の定義に基づいて考えてくれましたね。

3 本時の課題①：対角線の本数が90本である多角形を求める

T：ではここからが今日の課題なのですが、どんな問題をやるか予想できる人いますか？

S：対角線の本数が与えられていて多角形を求めるような問題。

T：(「問：対角線の本数が90本の図形を求めよ」と板書する）では各自ノートにやってください。

(自力解決)

(机間巡視し、立式ができていない生徒には指導をする)

(Noさん、Naさんを板書に指名)

(Noさん)

$$\frac{n^2}{2}-\frac{3}{2}n=90$$

$$n^2-3n-180=0$$

$$(n+12)(n-15)=0$$

$$n=-12,15$$

<u>15 角形</u>

(Naさん)

$$\frac{n(n-3)}{2}=90$$

$$n^2-3n-180=0$$

$$n=\frac{3\pm\sqrt{9+720}}{2}=\frac{3\pm 27}{2}=15,-12$$

$n>0$ なので $n=15$

<u>十五角形</u>

T：今２人に板書してもらいましたが、まだできていない人は黒板を見ないで自力で解くようにしてくださいね。終わった人は黒板の２人の解答を見て良い点や足りていない点を考えておいてください。

T：では今Noさんが黒板に書いたことを説明してください。(板書した生徒ではない生徒を指名)

S：n角形の対角線の本数が90本であることから等式を立てて、それを整理して因数分解して解いて、答えを出しました。質問ありますか？

T：Naさんの解法もNoさんとほぼ同じですね。Naさんは２次方程式を解くときに何を使いましたか？

S：解の公式

T：どうして解の公式を使ったのですか？

S：因数分解がすぐには思いつかなかったから。

T：解の公式をきちんと覚えている人はこのように利用しても良いですね。

T：ではこの２つの解法を見て、気づいた点や直した方が良い点はありますか？
（５人ほどの生徒が挙手する）

S：Noさんも答えは漢数字とすべきではないですか？

T：みなさんはどちらの方がいいと思いますか？

S：漢数字

T：普通、多角形を表すときは漢数字の方がよいですね。他に？

S：Noさんも$n>0$などと書いてなぜ15が答えであるのか書いたほうが良い。

T：その通りですね。他には？

S：対角線について考えるのだから$n>0$でなくて$n>2$にした方が良いのでは。

T：みなさんどう思いますか？

S：その方が良い。

T：多角形が考えられるのは三角形だから$n \geqq 3$とするのがより良いでしょう。では他に２つの解答のどちらにも足りないことに気づいた人はいますか？

S：nは何なのかを最初に書いたほうが良い。

T：その通りですね。２人ともいきなりnを用いた式を書いていますが、これではnが何を表しているかわかりません。例えば「求める多角形をn角形とすると」というように文字の設定を書かないとダメです。

４　本時の課題②：対角線の本数が919本に最も近い多角形を求める

T：実はここからが今日やりたいメーンの課題です。（「問：対角線の本数が＿＿本」とのみ板書する）

T：何本だと思いますか？

S：1000本、10000本、x本

T：残念。今日は何月何日でしょう？

S：９月19日。まさか919本？

T：当たりです。（「919本」と板書する）

S：うわっ。マジかよ。

T：この続きの問題文が予想できる人いますか。

S：919本の多角形を求めよ。

T：ではなくて919本に…

S：最も近い多角形を求めよ。

T：そうです。（「対角線の本数が919本に最も近い多角形を求めよ」という完成された問を板書する）
では時間を取るので各自ノートにやってみてください。
（自力解決）

T：（机間巡視をし、しばらく時間が経ってから）
終わってしまった人はもっと良い解法がないか、もっと楽な方法はないかということも考えてみてください。
（Su君、Aさん、Noさんを板書に指名）

（Su君）

$$\frac{n(n-3)}{2}=919$$

$$n^2-3n-1838=0$$

$$\frac{3\pm\sqrt{9+7352}}{2}=0$$

$$\frac{3\pm\sqrt{7361}}{2}=0$$

$$85\times85=7225\ ,\ 86\times86=7396$$

$$85<\sqrt{7361}<86$$

$$85.5\times85.5=7310.25$$

$$\frac{3+85.5}{2}=44.25$$

よって　四十四角形

（Aさん）

対角線 919 本引けると仮定して、その多角形を n 角形とする。

$$\frac{n^2-3n}{2}=919$$

$$n^2-3n=1838$$

$$n^2-3n+\frac{9}{4}=1838+\frac{9}{4}$$

$$\left(n-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7361}{4}$$

$$n-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{7361}}{2}$$

$$n=\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{7361}}{2}$$

$n>0$ より　$n=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{7361}}{2}$

$84<\sqrt{7361}<85$ なので

$$n=\frac{3}{2}+\frac{84}{2}=43.5$$

四十四角形

（Naさん）

とりあえず数を代入して計算してみる。

四十五角形　→　945本

四十四角形　→　902本

945－919＝26

919－902＝17

四十四角形

T：では黒板を見て下さい。３人に板書してもらいましたが、答えはみな同じになっていますね。それぞれの解法を説明してもらいましょう。ではSu君。

Su：文字の設定はまた書き忘れたんですけど、とりあえず919本と等しいということで等式を立てて、それを解いていってルートが出てくるところまでいきました。そこから実際に計算して$\sqrt{7361}$が85と86の間にあることがわかり、間の85.5を代入して計算したら44.25となったので四十四角形としました。

質問ある人？

S：解の公式を使ったところは「＝0」じゃなくて「＝n」では？

Su：間違えました。他には？

T：ありがとう。それでは次にAさん、説明してください。

A：Su君とほとんど同じなんですが、解の公式を使わずに平方完成を使って２次方程式を解きました。最後のところは、n＝84として考えて四十四角形にしたんですが…

T：２人とも$85<\sqrt{7361}<86$となっているね。あ、Aさんは１つずれてるけどこれは計算ミスでしょう。そこから一生懸命小数の計算とかして答えにたどり着いたけどここをもっとわかりやすく説明できる人？

（Naさんが挙手）

Na：$85<\sqrt{7361}<86$を nの式に代入したら$\frac{3+85}{2}<\frac{3+\sqrt{7361}}{2}<\frac{3+86}{2}$だから、$44<\frac{3+\sqrt{7361}}{2}<44.5$

T：これだとかなりわかりやすいですね。じゃあ最後にNaさん、黒板に書いた解法を説明してください。

Na：対角線の式に適当に数を代入していったら一番近いのが見つかったから答えとしました。

T：適当というのはどうやって？

Na：勘です。

T：じゃあ勘で思いつかない場合はどうしよう？

S：$40^2=1600$, $50^2=2500$ だからその間の45くらいを計算していくといいんじゃないですか。

T：そうですね。Naさんは２次方程式を使わない方法で解いてくれたけど、この問題はこのように解いた方が楽かもしれません。
最後に残りの時間で３つの解法のよいところや気がついたことをノートに書いてみてください。

４．授業設計の考察―実践を通して―

(1) 授業の姿勢について

私の授業では、教師主導の授業ではなく、生徒が自ら考え、それを発表・説明し理解を深めていくという生徒主体の授業をめざしていることは前に述べた。この考え方のもと、本授業では基本的に教師主体とならないよう授業を進めていった。しかし導入の場面で答えの１つしかないような単発の質問をいくつもしたことや、生徒に板書をさせるときに「正しい答え」が書けている生徒にしか板書させていないといった反省点がある。これでは教師が言いたいことを生徒に言わせただけであって生徒主体の授業とは言えない。生徒主体の授業をするには先生の言いたいことをただ生徒に言わせるのではなく、生徒の様々な意見を尊重しそれを授業で取り上げていくことが求められる。例えば本授業の最後の課題では３人の正しい答えを出している生徒に板書させたが、机間巡視で見た限り「$n=\cdots$」の式までたどりついたがそこから筆の進んでいない生徒が多かった。そういった生徒にも板書をさせ、どこで詰まっているのか、何が問題であるのかなどを考えさせることが必要であった。正解を書いている生徒に板書させた方が楽であるし、授業の流れもスムーズになる。一方、正解していない、または行き詰っている生徒に板書をさせるのは勇気がいることであるし、授業の流れも悪くなる可能性がある。しかしそれが生徒の実際であるのだから、そういった生徒にも勇気をもって板書・発表をさせていく必要がある。教師が正しい解法だけでなく、間違った解法や答えまでたどりついていない解法を授業に活かす姿勢をもつことが重要であるということがわかった。

(2) 導入について

本時の導入は、三角形から六角形の図形を板書し、「この中で三角形にはなくて他の図形にあるものは何でしょう？」という問を発し、生徒に「対角線」と気づかせた上で対角線についての学習をしていくことを知らせるというものであった。これは「対角線とは何ですか？」という問から始まる導入を、松尾教諭の助言により生徒に興味をもたせる導入へと改善した結果である。この問を発することにより、生徒に「これからどういう勉強をしていくんだろう」といった期待感を抱かせ学習への関心を高めることができた。また一人ひとりが答えることのできるクイズ形式の問を導入に用いることで、生徒の主体的な学びが促進された。生徒の関心を高め、主体的な学びの雰囲気を創れるように導入を工夫することも、授業設計の際の大切な視点の１つであることがわかった。

(3) 授業展開について

この授業では、「対角線の本数が919本に最も近い多角形を求めよ」という最終的な課題に至るまでに「n角形の対角線の本数を求める」、「対角線の本数が90本の多角形を求める」という課題を順番に提示した。最終課題を解くために必要な道具を準備し、最終課題の前段階としての基礎的な問題を提示し、その後最終課題を提示するという授業設計である。全ての生徒が最終課題に取り組めるように段階的な問題提示をしたわけだが、果たしてこのような段階的な問題の提示の仕方が良かったのかは疑問である。このような授業展開の最も大きな問題点は、各課題で乗り超えてほしいハードルが１つしかないということであろう。つまり本時で言えば、最終課題を解く際には立式から２次方程式の解法までをどのようにやるのかはすでにノートに書いてあり、ルートの近似の部分だけを考察すれば良

いわけである。これでは生徒が多様な考えを生み出すことはできないし、問題を解決する見通しを立てる力を育むことができない。それに対して初めから最終課題、つまり「対角線の本数が919本に最も近い多角形を求めよ」という問を提示するという問題提示の方法がある。このような問題提示の仕方であれば、生徒自身がn角形の対角線の本数を導く必要性を感じ、２次方程式の解法も確認しながらルートの近似まで考えなくてはならない。つまり１つの問題に乗り越えるべきハードルがいくつもあるわけだが、こうすることによって生徒は自ら解決の見通しを立て、多様な考え方により問題を解決していく。しかしこのような提示の仕方は見通しを全く立てることができない生徒への対応や、生徒の解き方に全て任せているために授業展開が難しく、教師の力量が問われることになる。各問題提示の仕方のメリット・デメリットをよく検討し、課題の質の違いに応じてどのような問題提示の方法をとるべきかをよく考えていくことが授業設計の際の大切な視点であることがわかった。

(4) 教材研究について

本時の最終課題は立式された２次方程式の値が非常に大きく複雑で、整数の範囲で因数分解できないことから平方完成や解の公式を用いて解かなければならない。さらに、根号を含んだ解を整数になおして答えなければならないという点も考慮しなければならない。これらのことから発展問題として扱う内容として適切であったと考えている。また基礎問題はその立式された２次方程式の定数項が90とやや大きく因数分解が考えづらく、教科書よりもややレベルの高い課題であるが、生徒の実態を考えれば全員が解くことをめざす基礎問題としては適切であったと考えている。

本時の授業の大きな反省点は、生徒に方程式を使うよさを感じてもらえなかった点である。最終課題の解説で、２次方程式を使わずに当てはめて考えていった方がこの問題は楽であることを述べたが、これでは生徒が方程式を使うよさを感じるはずもなく逆に使わない方が良いとさえ思ってしまう可能性がある。方程式を使うよさは前述した通り、問題の条件を間違うことなく式に表すことができれば、問題の答えを"確実に"求めることができるということである。十分に教材研究をし、このような方程式のよさ、直感で答えることの危うさを感じられるような問題提示をしなければならなかった。教材研究を重ね、授業のねらいを実現できるような課題を見つけることも授業設計の際の不可欠な視点であることがわかった。

(5) 課題提示について

本時では課題提示の際に、ただ教師から一方的に「この問題を解きなさい」といったような提示の仕方はしないよう心がけた。問題を与える際にどんな問題だと予想できるかを尋ねたり、数値を書かず空欄にしておいてどんな数字が入るかを考えさせたりすることで、生徒の問題への関心を高めることができた。

一方、最終課題を「対角線の本数が919本に最も近い多角形を求めよ」という数学的に極めて不自然な問としてしまったことは大きな反省点である。最終的にこの問題を解かせるにせよ提示の仕方は「最も近い」ではなく「である多角形を求めよ」にするのが自然であるしそうすべきであった。このようにすれば生徒がこれでは問題を解くことができないことに気づき、それを受けて最も近い多角形を求めさせるという流れができ、また一歩生徒主体の授業へ向けて前進することができた。このように生徒が問題を"与えられている"という意識をもつことがないように、課題提示の仕方を工夫することも授業設計の際の重要な視点であることがわかった。

（野島　淳司）