学芸大数学教育研究　第13号　2001　35－44

日常場面における確率の意味についての生徒の認識に関する一考察[1)]

清水美憲*，西村圭一**，清野辰彦***，松田恵里***
胡密***，田中義久***，洪瑛喆***，多辺田香織***

本研究の目的は，日常場面で用いられる確率についての生徒の認識の実態を，中学生・高校生・大学生を対象とする質問紙調査を通して探ることである。調査の結果，基本的な確率の問題でさえ正答率が低いこと，しかも一部の問題では学校段階による正答の差があまりみられないことなどが明らかになった。また，生徒の反応を分析した結果，日常的に用いられる「確率」の意味と数学的な意味とのずれの実態が顕在化し，今後の研究課題が明らかになった。

1. 研究の目的・方法

平成 14 年度から施行される新しい学習指導要領では，確率に関する内容を中学校第 2 学年と高校の「数学 A」,「数学 C」で学習することになっている(文部省, 1999)。この状況を諸外国と比べてみると，生徒が確率の内容を学習する機会は少ないように思われる。

実際，例えばオーストラリア・ビクトリア州のカリキュラム枠組みでは，確率の内容が"Chance & Data"の領域として「レベル 3(小学校 3･4 年)」の段階から全ての段階において取り扱われている(Board of Studies, 2000)。また，アメリカの『学校数学のための原則とスタンダード』でも，就学前教育から第 2 学年までのインフォーマルな扱いも含めて,「確率の基本的な概念を理解して応用すること」が強調されている(NCTM, 2000)。

我が国のカリキュラムにおける確率の扱いを考慮すると，生徒が確率についての基本的な概念を身につけているかどうかが注目される。実際，日常場面で認識している確率と数学的な確率との間には「ずれ」がみられることが先行研究で指摘されている(市川, 1998)。

このような問題意識の下に，本稿では，確率に関する生徒の認識の実態を探り，その問題点を解明する手がかりを得ることを目指す。そのために，質問紙を作成し，調査を実施することにした。

2. 調査の実施

2.1 対象と実施時期

東京都内の公立中学校 3 年生 3 クラス 73 名，公立高校 2 年生 2 クラス 76 名，国立大学教育学部 3 年生 2 クラス 138 名，総計 287 名を対象に，平成 13 年 1 月に質問紙調査を実施した。

2.2 調査方法

確率の問題についての質問紙を作成し，授業時間内の約 30 分間を利用して，授業担当の教師によって配布・回収してもらった。

2.3 調査問題

調査問題は，確率に関する内容からなる 7 題によって構成されている(付録 1 参照)。問題は，次の 4 つの観点から選択された。

A. 確率の概念を問う基本的な問題
B. 直観的な予想と実際の確率がずれる問題

C. 日常場面で使われているが生徒の解釈が曖昧だと予想される題材を含む問題

D. 直観的な予想と実際の確率がずれ，しかも数学的な解を得るのが困難な問題

具体的には，「じゃんけん」と「サイコロ」の問題が各1問(A)，誕生日に関する問題が2問(B)，降水確率に関する問題が2問(C)，「3囚人問題」が1問(D)である。「サイコロ」，「降水確率」，「3囚人問題」には，回答に至った理由の記述欄を設けた。

2.4 調査の結果

表1は問題別の正答者数および正答率を示す。問題1(2)と4に関しては回答欄だけでなく，理由の記述欄の内容を見て正答かどうかを判断した。生徒の記述に対する解釈は，各問題に対し3名の判定者がそれぞれ独立にコーディングを行い，不一致のものについては再度検討し，合議により分類した。

問題3(1)は複数回答を許しており，回答の総数が他の問題とは異なる。なお，問題3(2)は意識調査であるため表1では省略した。

問題	中学	高校	大学	合計
1(1)	61(83.6)	63(82.9)	127(92.0)	251(87.5)
1(2)	40(54.8)	47(61.8)	87(63.0)	174(60.6)
2(1)	1(1.4)	2(2.6)	8(5.8)	11(3.8)
2(2)	0(0.0)	1(1.3)	5(3.6)	6(2.1)
3(1)	24(32.0)	38(46.9)	84(56.8)	150(48.0)
4	0(0.0)	0(0.0)	0(0.0)	0(0.0)

表1：問題の正答者数

( )内はパーセンテージ

表1が示すように，問題1は確率の基本的な問題であるにもかかわらず，(1)の正答率が90%未満，(2)の正答率が60%未満であった。さらに，「誕生日の問題」は正答率が5%未満であり，「3囚人問題」では正答者がいなかった。正答率からみると学校段階による顕著な差は見られない問題もある。

3. 調査結果の分析

全体で7問の調査を行ったが，生徒の認識における「ずれ」を解明することが主な目的であるので，特に理由の記述欄を設けた「サイコロの問題」・「3囚人問題」に焦点を当てる。生徒による理由の記述を分析することによって，解答に至った考え方を知ることができ，「ずれ」の生じている原因について解明することができると考える。

3.1 問題1(2)「サイコロの問題」

(1) 中学校・高校で扱われる確率の定義

確率の定義には，a.相対度数に基づく定義，b.古典的定義，c.公理論的定義などがある。このうち，中学校・高等学校において扱われているのは，aとbである。特に，高等学校では，「事象Aの起こる場合の数」を「起こりうるすべての場合の数」で割った商として確率が定義される。

このように，中学校・高等学校の段階では，実験・観測を行うことで得られる「相対度数」に基づいた定義を基盤とし，根元事象を数えるという形式的な処理を行うことで確率が求められる「古典的定義」も学習している。

(2)「サイコロ投げ」の前提と「サイコロの問題」の焦点

「サイコロ投げ」においては，以下の2つのことが暗黙に仮定されている。1つ目は，「エルゴード性の成立」であり，2つ目は，「同様に確からしいこと」である。「エルゴード性が成立する」とは，「1つのサイコロを何回も繰り返して投げた際に，ある目の出る頻度の平均」と「大量の同種のサイコロを1回投げ，ある目の出る頻度の平均」とが一致することである。また「同様に確からしいこと」とは「どのサイコロも目の出方は変わらない

だろう」という過去の経験にのみ依存して設定されている仮定である。

「サイコロの問題」では，上で述べた「古典的定義」の解釈に誤りがあるかどうか，つまり「サイコロの区別がつかない」という記述を生徒がどのように解釈するかを調べるとともに，相手の意見に対して，明確な根拠を持って反駁できるかどうかをみることにした。

(3)結果の分析

ア 回答の分類

この問題は「けい子さんの考えに対する自分の考え」を自由に記述できる。この記述を基に生徒の回答を分類した結果を表２に示す。それぞれのカテゴリーは，下記の通りである。

	中学	高校	大学	合計
i	24 (32.9)	25 (33.0)	49 (35.5)	98 (34.1)
ii	16 (21.9)	22 (29.0)	38 (27.5)	76 (26.5)
iii	2 (2.7)	3 (4.0)	10 (7.0)	174 (60.6)
iv	17 (23.3)	7 (9.0)	25 (18.0)	49 (17.1)
v	3 (4.1)	2 (3.0)	0 (0.0)	5 (1.7)
vi	11 (15.1)	17 (22.4)	16 (12.0)	54 (18.8)
合計	73	76	138	287

表２：各カテゴリーの反応者数
(　)内はパーセンテージ

i.「正しくない」とし，確率正答
ii.「正しくない」とし，確率の記述なし
iii.「正しくない」とし，確率誤答
iv.「正しい」
v. 分からない
vi. 無回答

イ 記述内容による分類

この問題は基本的な問題であるのに関わらず，正答率が65%未満と低かった。そこで正答・誤答者それぞれの記述内容が(2)の「サイコロ投げ」の前提に依存しているかどうかを調べることにし，生徒による回答の判断理由の記述内容を以下の６つに分類した。分析対象は，無回答と理由のないものを除く，大学生113名，高校生53名，中学生49名，合計215名である。表３に分類結果を示す。それぞれのカテゴリーは下記の通りである。

	中学		高校		大学		合計	
	正答	誤答	正答	誤答	正答	誤答	正答	誤答
A	0 (0.0)	8 (16.3)	0 (0.0)	4 (7.5)	0 (0.0)	10 (8.8)	0 (0.0)	22 (10.2)
B	23 (46.9)	0 (0.0)	22 (41.5)	0 (0.0)	38 (33.6)	4 (3.5)	83 (38.6)	4 (1.9)
C	5 (10.2)	0 (0.0)	0 (0.0)	1 (1.9)	0 (0.0)	1 (0.9)	5 (2.3)	2 (0.9)
D	3 (6.1)	0 (0.0)	9 (17.0)	1 (1.9)	3 (2.7)	2 (1.8)	15 (7.0)	3 (1.4)
E	6 (12.2)	0 (0.0)	7 (13.2)	1 (1.9)	33 (29.2)	7 (6.2)	46 (21.4)	8 (3.7)
F	0 (0.0)	0 (0.0)	1 (1.9)	0 (0.0)	4 (3.5)	0 (0.0)	5 (2.3)	0 (0.0)
合計	49		53		113		215	

表３：記述内容による分類
(　)内はパーセンテージ

A. ２つのサイコロの区別がつかないからよいとしている
B. ２つのサイコロの区別がつくときと同じとしている
C. 図で説明している
D. ２つのサイコロの区別をつける必要があるとしている
E. ぞろ目でないとき(例えば１と２の目が出る場合)に２通りあると説明している
F. 確率の確からしさや独立性を意識して説明している

ウ 分析結果

上記の分類結果に基づいて，「正しい」と判断した者の根拠，「正しくない」と判断したものの根拠は「サイコロ投げ」の前提に依存しているのか，そして，「正しくない」と判断しかつ確率が誤答だった者の根拠は何かを検討することにした。

<u>「正しい」と判断した者の根拠</u>

ほとんどの記述がＡであり，高校・大学生の中にはＢもいた。図は樹形図を用いていた。

この誤答は，「根元事象の数(観察可能な事象の数)」＝「起こりうる全ての場合の数」と

しているために起こる。確率の確からしさの概念が曖昧であると言える。

「サイコロ投げ」の前提

分類のうち確率の独立性に依存していると考えられる記述は，B，Fの中にあり，確からしさに依存していると考えられる記述は，C，D，E，Fの中で見られた。

独立性に依存していると考えられるもののほとんどがBの理由を記述していたが説明の方法は学校段階によって変容があった。中学生は，理由はBのみの記述が多い。これは，独立性が未習であるため理由が説明できず，経験的なものに頼っていると考えられる。高校生は，中学生の経験的な意見に比べ，1つのサイコロで1の目が出る確率を考え，それを根拠としている。大学生になると，少数ではあるが，「独立性」という語句を使って説明している記述が見られた。

確率の確からしさに依存していると考えられるもののほとんどが「起こりうる場合の数が数え足りない」という記述があった。

中学生はCが他の学校段階よりも多い。高校生はDの記述が多く見られる。大学生はEとの記述が多い。

「正しくない」と判断しかつ確率が誤答

大学生には「サイコロ投げ」の前提によって考えたが，確率は誤答であったものがでてきた。特に顕著なのは，Eで，アの分類でiiiであった大学10名のうち，7名が属している。中・高校生にはほとんどみられない。また，確率は1/18というものが多く，6名であった。

例1 目のでかたは，たとえば(1,2)が(2,1)になったあり，順番が逆になる場合もある。2つのサイコロの区別がつかないから，1/6×1/6×2=1/18となる。よって，1/21は間違っていると考える。

例2 (1A,1B)と(1B,1A)2通り。36通り　1/18正しくない。区別がつかなくとも，全事象は同じと考える。(1A,1B)と(1B,1A)の2通りを1通りと考えてしまっているけいこさんはおかしい。目には見えないけど，2つのサイコロを区別して考える。

例1は事象の独立性，例2は事象の確からしさで考えている。しかし，2個とも1の目が出る事象を多く数えすぎているため，確率が誤ってしまうのである。

エ　分析結果の考察

以上の分析から，次の3点が示される。

イ　正しいと判断している生徒は「根元事象の数」＝「起こりうる全ての場合の数」としている。

ロ　事象の独立性に基づいて考えている生徒と，事象の確からしさに基づいて考えている生徒がいる。しかし，このように考えていても誤答の生徒がいる。

ハ　説明の仕方について，学校段階を追って変容が見られる。

分類Eにおける人数の推移からみると，中学・高校では，自分で答えを求めた後でけい子さんの考えと比べ判断する記述から，大学ではけい子さんの考えのどこが違っているのかを指摘する記述へと変わったことがわかる。大学生は明確な意見をもって「けい子さん」に反駁できたようである。

3.2　問題2「誕生日の問題」

この問題は直観的にとらえる確率と数学的な確率のずれが生じやすい問題として知られている。実際の回答の結果からは，数学的に求める以前に，経験的な確率によって判断して答えている傾向が見られた。

(1)回答の結果と分析

	中学	高校	大学	合計
0%	5(6.8)	10(13.1)	21(15.2)	36(12.5)
10%	35(48.0)	31(40.7)	67(48.5)	133(46.3)
20%	19(26.0)	12(15.8)	12(8.7)	43(15.0)
30%	2(2.7)	0(0.0)	3(2.2)	5(1.7)
40%	3(4.1)	4(5.3)	4(2.9)	11(3.8)
50%	5(6.8)	4(5.3)	3(2.2)	12(4.1)
60%	0(0.0)	0(0.0)	1(0.7)	1(0.3)
70%	3(4.1)	0(0.0)	1(0.7)	4(1.4)
80%	0(0.0)	0(0.0)	2(1.4)	2(0.7)
90%	1(1.4)	2(2.6)	8(5.8)	11(3.8)
100%	0(0.0)	0(0.0)	3(2.2)	3(1.0)
無回答	0(0.0)	13(17.1)	13(9.4)	26(9.1)
合計	73	76	138	287

表 4：選択肢の分類
( )内はパーセンテージ

全体的な傾向として，(1)(2)とも，10%，20%の答えが多い(全体の約 61%)。中学，高校では正答がほとんどいないという結果であるが，大学では，計算によって正答している記述も見られた。調査の対象である中学生，高校生は数学的な確率の内容を未習であり，直観的判断に頼らざるを得ないため，解答の偏りも同じような傾向を示している。

(2)問題 2(1)(2)の相関からの分析

問題 2(1)と問題 2(2)の関係を見ると，人数が 40 人から 2 クラスの 80 人になるように問題が設定されている。このときに解答としては大きく 3 つのパターンに分類できる。

i 確率が 2 倍になると考えている解答

ii (1)より(2)の確率が低いと考えている解答

iii (1)と(2)で確率が同じである解答

iv その他

	中学	高校	大学	合計
i	41(56.9)	21(46.7)	62(49.6)	124(51.2)
ii	7(9.7)	3(6.6)	11(8.8)	21(8.7)
iii	15(20.8)	9(20.0)	28(22.4)	52(21.5)
iv	9(12.5)	12(26.7)	24(19.2)	45(18.6)
計	72	45	125	242

表 5：解答パターン
( )内はパーセンテージ

この相関から，i では人数が 2 倍になるので，確率も 2 倍になると考えている。ii では人数を分母にあてはめて相対度数を考えているため，40 人から 80 人になることで確率として半分になると見られる。iii では全体的な傾向として 20%以下の解答が多く，大学生では，これ以外に 90%以上の解答が数人いた。

ほとんどの生徒が，誕生日が一年間の日数の 365 日に依存していることが認識できずに，問題中にある数値(40 人,80 人)のみで考えている。また，365 日を意識しつつも，365 を分母に，40 もしくは 80 を分子に置いて解答を得ている生徒がみられた。

これは中学校以来の確率の学習で，確率を相対度数に基づく定義として捉える学習が根底にあるとみられる。確率を求めるどの場合もこの考え方を用いて解くことはできないが，中・高校生についてはこの考え方で解答する以外に主な手段がないことも理由であることも考えられる。

3.3 問題 3(1)「降水確率の問題」

この調査問題の目的は，生徒は降水確率という概念をどう解釈しているかを問うことによって，日常的に用いられる「確率」の意味と数学的な意味とのずれを調べることである。

降水確率は日常生活のなかでよく使われる概念であるが，大学生でさえその解釈が曖昧であることが予想されるのである。

(1)記述内容の分析

表 6 は，この問題に対する記述内容の分類(複数回答)結果である。全体の傾向として，どの学校段階においても「日にち」「その他」という回答に集中している。また，学年が上がるに従って正答率が上がっている。

	中学	高校	大学	合計
ア.面積	7 (9.6)	2 (2.6)	19 (13.8)	28 (3.1)
イ.時間	7 (9.6)	0 (0.0)	5 (3.6)	12 (4.2)
ウ.日にち	24 (32.9)	38 (50.0)	84 (60.9)	150 (52.3)
エ.強さ	10 (13.7)	3 (3.9)	6 (4.3)	19 (6.6)
オ.人数	0 (0.0)	0 (0.0)	1 (0.7)	1 (0.3)
カ.その他	27 (37.0)	31 (40.8)	31 (22.5)	89 (31.0)
無回答	0 (0.0)	7 (9.2)	2 (1.4)	9 (3.1)
合計				

表6 記述内容の分類 (複数回答)
( )内はパーセンテージ

(2)各学校段階による傾向

上記の記述内容の分類からどの学校段階も似たような傾向を示していたにもかかわらず，理由の記述欄から学校段階における顕著な特徴がみられた。

中学生は，具体的な理由の説明ができていない者が多い。例えば，「降水確率」を「雨の降る確率」というように語句の説明をしているに過ぎない。

しかしながら，数学的に解釈している解答の多くは，「サイコロ投げと同様に 100 回中の 30 回雨が降るということである」であった。これは，「同様に確からしい」ことを前提とする中学校での学習内容によるものである。

高校生は，授業で学んだ知識によって，「確率は過去のデータから割り出した統計的なものだから」という理由に集中している。中学生のように相対度数で考えている生徒はごくわずかである。上記の理由でカとした生徒も多かったが，過去のデータと未来の予測とを関連させて考えることができていない。

大学生は，理由にかなりばらつきがあるものの，消去法によってウと解釈した者が比較的多い。全体の傾向性としては，中高生の解釈を総合したような結果となっている。

中高生との顕著な違いとして表れたのは，ウの理由から，過去のデータと未来の予測とを関連させて考えていることである。

3.4 問題4「3囚人問題」

本調査では，「3囚人問題」の原題を取り扱い，さらにその理由を記述させた。そのことにより，「3囚人問題」に対する考え方の特徴を明らかにすることができると考えた。

(1)記述内容の分類(グラフは%表示)

ア 答えによる分類

答えを大きく分けて 1/3,1/2,0,その他，とした。答えで分類した結果を以下に示す。

	中学	高校	大学	合計
1/3	20(31.7)	13(27.7)	33(32.4)	66(31.1)
1/2	36(57.1)	17(36.2)	43(42.2)	96(45.3)
0	3(4.8)	5(10.6)	11(10.8)	19(9.0)
その他	4(6.3)	12(25.5)	15(14.7)	31(14.6)
合計	63	47	102	212

表7 答えによる分類
( )内はパーセンテージ

回答の中で最も多かったものは，1/2 であり，次いで 1/3 であった。この回答の傾向は全ての学校段階に共通している。

イ 看守の言葉の影響による分類

看守の言葉を考慮しているのかどうかが考え方に大きく影響しているので，看守の言葉を考慮したかどうかによって分類した。

ア 看守の言葉を考慮している

イ 看守の言葉を考慮していない

ウ 記述からでは判断できない

	中学	高校	大学	合計
ア	32(50.8)	19(40.4)	54(53.0)	105(49.5)
イ	18(28.6)	19(40.4)	34(33.3)	71(33.5)
ウ	13(20.6)	9(19.1)	14(13.7)	36(17.0)
合計	63	47	102	212

表8 看守の言葉の考慮による分類
( )内はパーセンテージ

それぞれの学年段階が，同じような傾向を示しているため，さらに詳細な分析を加える。

ウ 記述に基づく分類

全体の記述を答えと看守の言葉の考慮の 2 つの観点での分類した後，さらに記述に基づく分類を行った。分類コードを以下に示す。

			分類コードの説明
1/3	ア	a	条件付き確率の誤った使用
		b	ベイズの定理の使用(正答)
		c	その他
	イ	d	間接的な状況変化に対して確率は不変であるという意識
		e	看守の発言に対する疑い
		f	その他
	ウ	g	
1/2	ア	h	囚人 A の意見に同意
		i	その他
	イ	j	最初から 1/2 である
		k	すべての確率は「起こる」か「起こらない」かの 2 つに 1 つ
		l	その他
	ウ	m	
0	ア	n	「B は処刑される」から「C は釈放される」と判断
		o	その他
	イ	p	囚人 A の行動それ自体が処刑に値すると判断
		g	その他
	ウ	r	

表 9 記述に基づく分類

a,b,d,e,h,j,k,n,p の 9 つの分類コードについての典型的な記述を以下に示す。(　)内は生徒の学校段階を示している。

a. B の処刑される確率は 3 あるうちの 2 つ 2/3。そのうちの A が釈放されるのは 1 つ 1/2。∴ 2/3×1/2＝1/3 (大学)
b. 回答例なし
d. 看守が誰か処刑されるといっても，前から決められている確率は変らない。(中学)
e. 看守がうそをいっているかもしれないから。(中学)
h. B は処刑されると分かったから，A と C どちらかが釈放されるので 1/2 になる。(中学)
j. 最初から B と C のうち 1 人は，処刑されることがわかっているのだから 2 人のうちの 1 人，1/2 になる。(中学)
k. 「処刑される」「釈放される」の 2 種類しかないから，1/2 にかわりはないと思う。(高校)
n. B は処刑されるってことは C は処刑されないから。(高校)
p. 人の不幸を喜ぶものに恩赦はない。(高校)

エ 分類の結果

全ての記述(無回答を除く)を，上記の表に従って分類すると以下のようになる。(空白は 0 を意味する。)

			中学	高校	大学	合計
1/3	ア	a	.	1(2.1)	1(1.0)	2(0.9)
		b				
		c	1(1.6)		1(1.0)	2(0.9)
	イ	d	8(12.7)	8(17.0)	24(23.5)	40(18.9)
		e	5(7.9)	1(2.1)		6(2.8)
		f	1(1.6)	2(4.3)	2(2.0)	5(2.4)
	ウ	g	5(7.9)	1(2.1)	5(4.9)	11(5.2)
1/2	ア	h	26(41.3)	10(21.3)	29(28.4)	65(30.7)
		i	2(3.2)		3(2.9)	5(2.4)
	イ	j	2(3.2)	1(2.1)	3(2.9)	6(2.8)
		k		2(4.3)	1(1.0)	3(1.4)
		l			1(1.0)	1(0.5)
	ウ	m	6(9.5)	4(8.5)	6(5.9)	16(7.5)
0	ア	n	3(4.8)	3(6.4)	5(4.9)	11(5.2)
		o			3(2.9)	3(1.4)
	イ	p		1(2.1)		1(0.5)
		q			2(2.0)	2(0.9)
	ウ	r		1(2.1)	1(1.0)	2(0.9)
その他	ア	s		5(10.6)	12(11.8)	17(8.0)
	イ	t	2(3.2)	4(8.5)	1(1.0)	7(3.3)
	ウ	u	2(3.2)	3(6.4)	2(2.0)	7(3.3)
合計			63	47	102	212

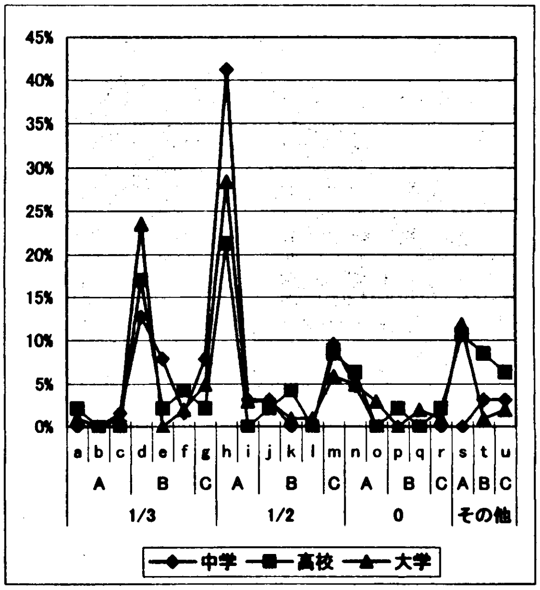

表 10・図 3 分類の結果

(2)考察

条件付き確率は，現行の高等学校学習指導要領において，「数学B」で取り扱われている。指導にあたっては，まず，事象Aが起こったという条件の下で事象Bが起こる確率を直感的に理解させている。

ベイズの定理を用いた問題は，条件付き確率の発展問題として教科書で位置づけられている。その代表的な問題は「抜き出された不良品がA工場で作られたものである確率」の問題である。教科書では，まず，(1)抜き出された商品が不良品である確率を求め，(2)それがA工場で作られたものである確率を求めるというような，段階を追って解決に至るといった方法がとられている。

ア　場合の数への帰着

解答の分析からわかる傾向として，多くの解答が全事象の数を分母に，求める事象の数を分子におき，その確率を分数の形で求めようとしていることが挙げられる。このような結果は教科書で取り扱われている問題が「コイン」「サイコロ」「トランプ」など，全事象が数えやすいものであることに起因する。しかし，3囚人問題では全事象の数を求めることが解決につながらない。したがって，全事象の数を求める以外の方法で確率を求めることができず，解決が困難となってしまう。

イ　文脈の解釈の困難性

教科書において提示されているベイズを用いた問題は「抜き出された不良品がA工場で作られたものである確率」のように，問題文中に提示された数値のみを用いて計算すれば回答が得られる。いわゆる型にはめられた問題であると考えられる。

しかし，この3囚人問題では条件付き確率を文脈上で判断しなければならない。つまり，文章の中に数値として現れていない条件が背後にあることを把握することが難しい。例えば，看守がAに話しかけていることから，

Aが恩赦になる場合「B処刑」と看守が言う確率は1/2
Bが恩赦になる場合「B処刑」と看守が言う確率は0
Cが恩赦になる場合「B処刑」と看守が言う確率は1

という条件が見えない前提となっている。このような見えない前提を解釈することが困難となってしまうため，直感的な判断に頼らざるをえなくなってしなっているのである。

4. まとめと今後の課題

本研究の目的は，日常場面で用いられる確率についての生徒の認識の実態を，中学生・高校生・大学生を対象とする質問紙調査を通して探ることであった。

問題1の結果から，確率の基本的な問題でさえ正答率が低いことが明らかになった。その原因は，目に見えない事象も含めた起こりうる全ての場合を，落ちなく，重ならずに数えることを理解するのは，生徒にとって困難だからである。よって，事象を数えることを丁寧に指導する必要がある。

問題3の結果からは，日常のなかで認識している確率と数学的な確率の解釈がずれていることが明らかになった。降水確率とは日常よく使っているがその概念については深く考えることはないという実態である。

問題2と問題4の結果からは，確率を求めるのに，生徒が実際に利用できる手段が不足していることが明らかになった。ほとんどの生徒は「相対度数」に基づいた確率を求めるために，分母と分子に当てはめる数値を探している。これは，この方法以外に確率を求め

る手段を利用できないからである。学校段階による差があまり見られないことの理由もこのことによるのではないだろうか。

今回の調査から，生徒のもつ確率に関する理解が非常に浅いことがわかった。この原因の１つとして，確率に関する系統的な指導が不足していることを挙げる。確率の基本的な概念を応用し興味深い事象を解明していくためには，中学校の第２学年と選択による高校の内容のみでは不十分であろう。事象を数えることの指導から確率の基本的な概念の応用までの指導を小学校から高校までの各学校段階に系統的に配置していく必要があると考えられる。

今回の調査問題は，問題による正答率の差が非常に大きく，問題４では正答者がいないという結果であった。したがって，今後の調査では，調査問題を工夫して，上記の知見をさらに検討する必要がある。

1) 本稿は，平成 12 年度・東京学芸大学大学院・「数学科教育学研究法演習」の一環として行われた調査の一部を分析したものである。調査にご協力いただいた世田谷区立若林中学校小林正彦先生に感謝申し上げます。

引用・参考文献

1) 文部省(1999) 高等学校学習指導要領.

2) Board of Studies (2000) *Curriculum and Standards Framework II.* Carlton, Victoria

3) National Council of Teachers of Mathematics (2000) *Principles and Standards for School Mathematics*.Reston, VA: The Council.

4) 市川伸一(1998) 確率の理解を探る－3 囚人問題とその周辺－ 共立出版

(*しみず よしのり，東京学芸大学教育学部
小金井市貫井北町 4－1－1
**にしむら けいいち，東京学芸大学教育学部附属大泉中学校，練馬区東大泉 5-17-22
***せいの たつひこ，まつだ えり，こ みつ，たなか よしひさ，ほん よんちょる，たべたかおり
東京学芸大学大学院教育学研究科
小金井市貫井北町 4－1－1)

付録１　調査問題：「確率についての問題を考えよう」

問　題１

(1) Ａさん，Ｂさんの２人がじゃんけんを１回します。このとき，あいこになる確率を求めてください。

考え方：　　　　　　　　　　答え

(2) 大きなサイコロと，小さなサイコロが１個ずつあります。このサイコロを同時に投げたときに２個とも１の目が出る確率を考えます。この２個のサイコロの目の出方の総数は，それぞれのサイコロの目の出方が６通りあるので，6×6=36(通り)あります。したがって，２個とも１の目が出る確率は 1/36 になります。

さて，けいこさんは，２個のサイコロがまったく同じで区別がつかない場合の２個とも１の目が出る確率について，次のように考えました。

２つのサイコロは区別がつかないので，目の出方の総数は，(1, 1)，(1, 2)，(1, 3)，(1, 4)，(1, 5)，(1, 6)，(2, 2)，(2, 3)，(2, 4)，(2, 5)，(2, 6)，(3, 3)，(3, 4)，・・・の 21 通りだから，２個とも１の目が出る確率は 1/21 だ。

この考えは正しいでしょうか。あなたの考えを書いてください。

問　題2

(１)あるクラスには 40 人の生徒がいます。このクラスで，少なくとも２人の生徒の誕生日が同じになる確率はおよそ何%ですか。次の選択肢から選んで○をつけてください。

ア，　0%　イ，　10%　ウ，20%　エ，30%　オ，40%　カ，50%　キ，60%　ク，70%　ケ，80%　コ，90%　サ，100%

(２)　2 クラスの生徒 80 人では，少なくとも 2 人の生徒の誕生日が同じになる確率はおよそ何%ですか。次の選択肢から選んで○をつけてください。

ア，　0%　イ，　10%　ウ，20%　エ，30%　オ，40%　カ，50%キ，60%　ク，70%
ケ，80%　コ，90%　サ，100%

問　題3

(１)ある日の天気予報で，「12：00ー18：00 の降水確率は 30%です」と発表されました。これはどんなことを意味していますか。次の(ア)ー(カ)のなかから当てはまるものを選んで○をつけてください(複数でもかまいません)。また，選んだ理由を簡単に述べてください。

(ア)予報対象地域の 30%程度の面積に雨が降る。
(イ)この 6 時間のうちの 30%である 108 分間雨が降る。
(ウ)この天気予報が 100 日間発表されたなら，そのうち 30 日は雨が降る。
(エ)大雨注意報が出される雨の強さの 30%(１時間に 4.5ー9mm)で雨が降る。
(オ)予報対象地域にいる 100 人のうち 30 人が雨に遭う。
(カ)その他(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

理　由：

(２)あなたは降水確率がおよそ何%のときに傘を持って外出しますか。次の選択肢から選んで○をつけてください。

ア，　0%　イ，10%　ウ，20%　エ，30%　オ，40%　カ，50%　キ，60%　ク，70%
ケ，80%　コ，90%　サ，100%

問　題4

３人の囚人Ａ，Ｂ，Ｃがいます。１人が恩赦になって釈放され，残りの２人が処刑されることがわかっています。誰が恩赦になるか知っている看守に対し，Ａが「ＢとＣのうち少なくとも一人が処刑されるのは確実なのだから，２人のうち処刑される１人の名前を教えてくれても私についての情報を与えることにはならないだろう。１人を教えてくれないか」と頼みました。看守はＡの言い分に納得して「Ｂは処刑される」と答えました。それを聞いたＡは「これで釈放されるのは自分とＣだけになったので，自分の助かる確率は 1/3 から 1/2 に増えた」と喜びました。実際にはこの答えを聞いた後，Ａの釈放される確率はいくらになりますか。答えとその理由を書いてください。

答え　　　　　　　　　　**理　由：**