

## 授業記録をもとにした授業研究の一例

— 中学2年生に対する文字による説明の授業の記録から —

半田 進

授業のなかでいろいろな子どもの反応をどのように深めるかは授業の重要な部分である。ここでは、授業記録にある子どもの反応について授業のなかでどのように深めるべきかについて考察を試みた。いわば、授業記録をもとにした授業研究である。教育界の現状を考えると、実際に授業を参観しての研究には種々の制限があるから、紙上で見解を開示し合うことも意義のあることではないかと思う。

### 1 授業をもとにした研究の現状

授業をもとにしたいわゆる授業研究に参加する機会がときどきあるが、十分に議論しないで研究会が終了となることが多い。時間の制約であったり、授業者の感情を押し量って発言内容を控えたり問題点の指摘を遠慮したりするために議論が深まらない。また、学習指導案が授業を参観する直前に配られるために教材について事前の検討が十分できないことも多い。そのため授業研究の中で、子どもの反応を教材内容の価値を深めるためにどのような生かすべきかについて、十分な討議がなされないというのが実状のように思う。

授業研究の現状について高橋は次のように整理している。<sup>1)</sup>

” 昨今、この授業研究が形骸化し、教師相互の研鑽を基盤とした授業研究の文化が衰退しつつあるという指摘がなされている。(千々石, 2006) また、わが国の算数教育界は、子供の学力が低下しつつあるといったマスコミの指摘などから、学習指導の形態に偏りがちであり、これまで広く行われてきた子供達の多様な考えをもとにした考え方を育てる授業よりも、むしろ単調な知識伝達型の授業が優先さ

れるようになりつつあるという指摘がなされている。(坪田, 2004)

このような我が国の算数教育を取り囲む状況とは対照的に、アメリカでは我が国の問題解決型授業の価値が大変高く評価されると同時に、このような授業を生み出した背景となる授業研究に対して注目が集まっている。(高橋, 2000, 吉田, 2001)”

ここでの授業研究の形骸化の指摘は算数の授業についてであるが、筆者が最初に述べた授業研究の参加の経験は、多くは中学校の場合であるから、授業研究の形骸化は中学校の場合も同様であるといえると思う。特に、「単調な知識伝達型の授業」は中学校の場合の方が多くように思われる。

外国の研究者によって我が国の授業研究の価値を指摘されるまでもなく、算数・数学教育の研究は授業を通して行うことが大切であることはいままでもない。とくに、現場の教師にとっては有効で多くの示唆が得られる研究の手法である。ところが、最近、現場教師を中心とするいろいろなレベルの研究会が、参加者が少ない、討議の内容が浅い、討論に活気がない、授業研究が少ない等々、研究会

が衰退していると嘆く心ある教師たちの声をよく耳にする。実際、区や市レベルの研究会で数名の参加者という場合に少なからず遭遇している。このような実状は、必然的に授業研究に参加することの少ない教師を増大させているから、算数・数学の授業の質の低下が懸念される。教師の研修意識の低下だけでなく、体制の不備、雑務の多さなど研修会参加を困難にする外的条件が増大していることも事実であろう。その要因の究明や積極的な対策は別のところに譲ることにして、ここでは、この実状を踏まえながら、授業研究の有効性の実を多少なりとも上げることができないかと考えた。

授業研究は授業を参観した直後に参加者で討議することによって多くの示唆が得られるものであることはいうまでもない。しかし、そのことが自由にできない、形骸化する恐れがあるというような実情から、授業記録をもとに試みた授業研究の一事例を示すことも意味のあることではないかと思う。

## 2 授業記録をもとにした子ども反応の考察

授業を通しての研究の最も価値あるところは、授業における子どもの反応をもとにすることである。そこで、授業記録をもとに、そこにおける子どもの反応について考察した例を紙上に示すことから上記の目的に少しでも迫りたいと思う。

授業を参観しての授業研究会では、参観者よる討議であるから、ある種の一般性やコンセンサスが得られたり、対立点や問題点が浮き彫りにされることになる。また、授業直後に行なわれるから、ある程度授業の再現も可能で、討議の根拠や論点を事実に近いものに

求めることができる。紙上ではこれらの有効性が制限されるのは当然である。しかし、討議の時間が制約される、事前に内容が検討できない、考察が十分にできない、協議内容が深まらない、職場を離れて研究会に参加できない等々の要因はかなり改善できる。教育界の現状からみてこのことの改善の意義は小さくないように思う。

授業研究の視点はいろいろあるが、ここでは、子どもの反応をもとに教材として深めるべき内容は何かを中心に考察する。記録をもとにするのであるから、授業の臨場感を読み取った考察は制限される。特に、どのように指導すべきかという指導法に関する考察は困難である。教室において、発表された個々の子どもの考えを教室全体の課題にしようとするとき、子どもの考えのどのような内容を深めればよいかという、子どもの反応の解釈が必要となる。そして、子どもの考えのどのような内容に光を当てるかは教材のもつ数学的価値ときり離せないが、どのような数学的価値に着目するかは教師の教材観による。どのように指導しようかという指導法の決定にあたって、この子どもの反応をもとに教材に関連した価値に対する教師の深い洞察が必要になる。したがって、子どもの反応についての考察を述べることは、教師の教材観を深めることへの示唆を期待するのであるから、結果として指導法に関連することはいうまでもない。

子どもの反応を教材としての価値と関連させて考察することは、ある意味での教材開発になるとも考えている。新しい場面や新しい内容をもつ事例の開発は大切であるが、すでに授業された教材であっても、その授業で深

められなかった教材の価値の検討や深い教材解釈を加えることもある意味で教材開発であるといえると思う。

### 3 考察の対象とする生徒の反応

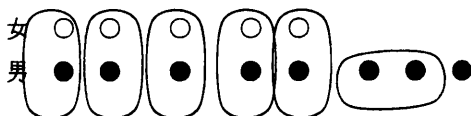
考察の対象とするものは、次の課題による4人の生徒の反応である。この授業は、単元の導入として中学2年の「式の計算」の指導の最初に行ったものである。<sup>2)</sup>

(課題) たかし君のクラスの人数

たかし君のクラスは、男子が女子より3人多いそうです。たかし君のクラスの人数は、偶数でしょうか、奇数でしょうか。

(生徒の反応)

#### [考え方1]



2人ずつ分けるといつも1人残るので、クラスの人数は奇数になる。

#### [考え方2]

男	...	13	→	14	→	15	→	16	→	17	...
女	...	10		11		12		13		14	...
合計	...	23	→	25	→	27	→	29	→	31	...

合計がすべて奇数

#### [考え方3]

・女子が奇数の場合

男子の人数は 奇数 + 3 = 偶数  
 全体の人数は 奇数 + 偶数 = 奇数

・女子が偶数の場合

男子の人数は 偶数 + 3 = 奇数  
 全体の人数は 偶数 + 奇数 = 奇数

\_\_\_\_\_ は女子

#### [考え方4]

$$\underline{x + x + 3} = 2x + 3$$

↓ ↓ ↓  
 女子 男子 偶数

2xのようにxに奇数を入れても偶数を入れても「2x」の部分はいつも偶数になる。

### 4 授業者の工夫についての考察

授業において、このような有意義な反応が多く出されたという背景には、授業者のこの教材や授業に対するいろいろな工夫や配慮があるからであろう。そこで、資料から読み取れる、授業者の配慮や工夫を整理しながら、それに対する若干の補足や意見を述べる。

#### ア) 課題の意外性

授業者は、課題は問題文が簡単であり、「わかるわけない」と感じる生徒が多く、解決できたときの充実感を味わせることができる課題であると述べている。

問題文が簡単ということは、多くの説明なしに問われていることが把握できる簡潔な表現になっているという意味であろう。そして、このような問題の設定では「条件が不足して奇数が偶数かは決定できないのではないか」という疑問を生徒は懐くのではないかと、問題文が簡潔だけによけいにそのように感じる生徒が多いことを予定しているといえる。そして、ちょっと調べてみると、決まりそうだ「いつでも奇数になるのかな」という課題意識が高まる。「きまりそうにないのに決まった」という解決の喜びは大きいであろうという課題のよさを主張しているといえる。

課題のもつこの意外性は、子どもに考えさせるには大切な要素である。この思考を促す

課題の重要性については、すでにいろいろなところで指摘されていることでもある。例えば、デュウイーは次のように述べている。

” 何んらか疑はしいものが存在するのでないかぎり、事態は一見して読み取れる。事態は見ただけで分かるのである。即ち、そこには単に知覚があり承認はあるが、しかし判断はない。又もしも問題が全部的に疑わしく、もしも問題が徹底的に暗黒かつ曖昧であるならば、そこには底知れぬ神秘が宿り、それ故いかなる判断も行はれない。しかしながら問題が、たとへ麗ろげながらも、異なる色々な意味を、反対的立場において成立し得る解釈を、暗示するならば、そこには或る「問題の中心」があり、或る「問題の焦点」がある。”<sup>3)</sup>

課題設定には、子どもの実態を把握しながら、子どもにとって抵抗感の適切な課題を設定することがまず大切である。<sup>4)</sup> 抵抗感はいうまでもなく課題の内容に対してである、問題文が簡潔ということから、問われている課題の内容に直接的に課題意識が向けられる。この課題のよさへの授業者の配慮が、生徒がこのようによい反応をした要因の一つであるといえることは確かであろう。

#### イ) 課題の日常性について

授業者は、この課題は、朝礼で並ぶときを想定できるなど、日常生活に密着した課題であると述べている。そして、課題の表題に「たかし君のクラスの人数」とつけているのも、「日常生活に密着した課題」という授業者の意図を反映していると思われる。

課題の日常性ということについて、少し触れておきたい。学校のクラスの一員であることや、朝礼で並ぶというようなことがらは生徒にとって日常的であるということ、課題

が日常性をもつことと同じでないことに注意しておく必要がある。ここでの課題は「男子が女子より3人多いクラスは奇数か偶数か」ということであるから、奇数、偶数を考えることが日常性があるかどうかということの考察でなければならない。

数学に日常性があるから、国語と並んで数学が基礎学力として重視されると、松原はその重要性を指摘している。<sup>5)</sup>

” 数学の特性は一言にしていえばその抽象性にある。一般に抽象は具体のような日常性をもたない。にもかかわらず、幼児の数意識を見ても明らかである。社会が進展し複雑化するにつれて、この日常性は、数量・図形に関する簡単なものでは済まされなくなってきている。しかし、幼児でもおとなでも、どのような職業に従事するひとたちでも、それぞれの程度で、この数学の日常性に関係せずには1日も生活できなくなっている。”

数学に関係せずには1日も生活できなくなっているということは、それほど大袈裟のことを述べているのではない、私たちの生活が国語なしで生活できないのと同様に、私たちの毎日の生活を営むための必須の力として数学が根底にあるということである。また、生活の意味を掘り下げないと、この真の意味は論じられないから、ここでは、日常性の意味について深く論じる余裕はない。

ここで指摘したいことは、奇数、偶数を考える問題を日常場面に関連させて課題にしたことが日常性ではないということである。課題の日常性は、数学が普通の生活の中に生きていると実感させることをねらっているのであるから、課題を子どもの真の課題にすることであるといいかえもよいと思う。

#### ウ) 授業の導入について

クラスの人数が奇数か偶数を考えることを生徒の真の課題にするには、授業の導入が大切である。授業記録には、授業の進め方については、次のように記述されている。

まず、OHPで課題を示し、生徒の考えを挙手させて確認した。「偶数になる」が5名程度、「奇数になる」が10名程度、残りは、「決まらない」というものであった。「決まらない」と考えた生徒の中には、「よく分からない」という生徒が若干名含まれている。次にプリントを配り各人で考える時間を与えた。

このような記述だけからは、実際の授業で、いきなりこの課題を示して上のように進めたのか、それとも、朝礼で並ぶ場面など生徒の経験する具体的な場面との関連の話し合いがあつてこの課題を提示したのかは不明である。しかし、具体的な場面から課題にするまでの授業の実際が示されていないということは、この過程の重要性についての意識が薄いためであるとも予想できる。

中学校の数学の授業では、授業の導入に配慮や工夫がなされないことが多いように思う。次は最近参観した授業研究での授業の導入である。(授業が特定されることを避けるために意図的に課題を具体的に示さず、授業の様子だけを分かるような記述にした。)

#### 例1 関数 $y=ax^2$ の利用(中3)

教師が問題となる場面を板書しながら説明した。そして、そのあとすぐに、この場面で「〇〇に伴って変わるものは何ですか」と発問することから授業を展開した。

#### 例2 1次方程式の利用(中1)

「～君は明日遠足に行くのでそのおやつのお菓子を買いに行きました。チョコレート

〇個とポテトチップ△円分を買って、1000円札を出したら□円おつりがきました。チョコレート1個は何円ですか。」という問題をプリントしたものを配布し、それを生徒に指名して読ませた、その後、さあ解きなさいという授業であった。

これらの例のような数学の授業が多いのが中学校の実態のように思う。教師が与える問題や教科書にあるものは「書かれた問題」であつて、現実には「書かれざる問題」があると、松原は指摘し次のように述べている。

”「書かれた問題」は当然それと並んで重視すべき「書かれざる問題」を前提としている。

「書かれざる問題」すなわち子どもが自然現象や社会事象を直視でそこから生まれてくる問題である。作られた問題でなく、なまの問題、事象の中に潜んでいる生きた問題、それを発見するや否や事象との複雑な巧妙なからまりをそのまま見せて働く問題、これが算数教育の究極のねらいとする諸問題であり、算数、数学教育は環境に発生するこれらの課題を発見し、これを解決し処理する能力を養うためになされる。”<sup>6)</sup>

平易な言葉や子どもに馴染み深い場面の設定であっても、提示された問題は他人(問題に当面している子ども自身でない)により出題されたものであつて、子ども自身の問題ではない。例示した授業は、この子ども自身の問題にすることが指導されていない授業であるといえる。「書かれざる問題」から「書かれた問題」にするまでの指導が導入の役目であつて、授業の大切な部分を占めるものである。

#### エ) 子ども自身の問題にする

「書かれた問題」は具体的な場面と関連させてあつても、抽象化や仮定がすでになされ

ているものである。「書かれざる問題」は子どもが自然現象や社会事象を直視してそこから生まれてくる問題であるから、子ども自身の問題とすることは、子ども各人に抽象化や理想化や仮定をさせる過程をとらせることでもある。したがって、子ども自身の問題にするこの意味は、学習指導要領の数学科の目標の「事象を数理化する能力を高める」こととの関連や数学的モデルか疑似数学モデル<sup>7)</sup>かという視点からの考察をもすべきであろうが、紙数の関係で省略する。ここでは、課題を子ども自身の問題にするこの意味を次の詩で暗示的に示し、そのことの大切だけを強調するにとどめておく。

お勘定 金子みすず<sup>8)</sup>

空には雲がいま二つ、  
路には人がいま五人。  
ここから学校へゆくまでは、  
五百六十足あって、  
電信柱が九本ある。  
私の箱のなんきん玉は、  
二百三十あったけど、  
七つ転げてなくなった。  
夜のお空のあの星は、  
千と三百五十まで、  
かぞへたばかり、まだ知らぬ。  
私は勘定が大好き  
なんでも、勘定するよ。

数えなさいと言われて数えているのではない、子ども自身の必要感から自然に数えているのである。教師により提示された課題を子ども自身の問題とすることは、「この問題を解きなさい」と強要することではなくて、「私は勘定が大好き、なんでも勘定するよ」というような心理状態をつくりだすことであると

もいえる。クラスの人数が奇数、偶数かということ、その前提としてクラスの人数を数えることがある。数えるということは、私たちの生活の中で自然と行っている日常性のあることである。詩は人間の感じたことの自ずからの表現であるように、数学もそうであるとの信念や期待感から、あえて内容的にも数に関連ある詩を取り上げてみた。

## 5 授業展開の実際

前述したような課題提示の後で、しばらく生徒に自由に考えさせて、多くの生徒がいつでも奇数になりそうだという声があがったところで、次のように本時の真の課題を提示している。「どうも、奇数のようであるけれど、なぜ奇数になるのか、友達にわかりやすいように説明しなさい」と指示する。机間観察をしながら、授業で全体討議にかけるべき生徒の考えを指名して板書させたものが、初めに挙げた生徒の反応である。

教室全体の生徒の様子を捉えて適切な時期に的確な課題を提示しているし、適切な生徒の考えを板書させている。先に示した、生徒の考えは生徒が板書した通りのものを書き写したものであるが、このような生徒の実態から、この教師の日頃の指導が適切であることがうかがわれる。

生徒が板書したものをもとにして、全体の討議をすることが授業としてのいわば山場である。まず、板書した生徒の考えを説明させて他の生徒が納得したかを確かめる。次のような展開の記録になっている。

[考え方1] …図で解決した説明

男子と女子をペアにして○で囲んでいくと、2人ずつ分けて1人残るから奇数である

と説明すると、「フォークダンスだ」という声があがって生徒は納得した。

[考え方 2]…表を利用して解決した説明

男子 13 人から始めて、順に 1 人ずつ増やして奇数になることを確かめている。このようなきちんとした表にはまとめなくても、具体的な数値を並べて調べることは、多くの生徒の解決法であった。

[考え方 3] …ことばによる説明

女子が奇数の場合と偶数の場合について説明している。

[考え方 4] …文字を使つての説明

「 $x$  に奇数を入れても、偶数を入れても  $2x$  の部分はいつも偶数になる」と書いている。その後、 $2x + 3 = 2(x + 1) + 1$  と補い、2 の倍数に 1 加えたものであることから、奇数になることを生徒は実感した。

この後、それぞれの考えのよさを発表させたところ、次のような意見が出た。

[考え方 1…見たらわかる、視覚的、一目瞭然]、[考え方 2…変化のようすが分かりやすい、具体的である]、[考え方 3…聞いていて分かりやすい、場合わけしてある、考えていく順番が分かる、他の方法に比べて説明が長くなってしまうことが短所である]、[考え方 4…確実に誤解されない、 $x$  人で奇数と偶数の両方の場合を表している、シンプルで合理的である、文字は世界共通であるが小学生には難しい]

授業ではこの最後の生徒の発言に関連させて、この単元で文字の有用性について学習するという方向づけをして授業は終えたとある。

## 6 生徒の反応の考察

授業では板書してある考え(方法)のよさ

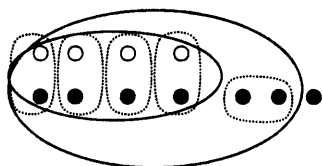
を発表させている。「よさは何んですか」という発問は板書された考えを、教室の各生徒に見直させるきっかけとしてはうまい発問であろう。しかし、それは記録にあるようなことがらを列挙させることが真のねらいではなくしなければならない。「よさは」と聞いてはいるが、それぞれの考えの特徴は、修正点は、というような意図を含んだ発問であるべきであろう。この発問をきっかけとして、板書されている 4 つの考えを掘り下げ、関連を考えさせながら、ここでは文字による説明とはどのようにしていかなければならないかを理解させることである。以下、この反応を授業の中でどのように生かすべきかについて考察する。

記録には、「生徒は納得した」「実感した」とある。その納得が「男子が女子より 3 人多いと奇数であることが、初めはあやふやであったものが奇数であることが正しい」と納得した(実感した)ということのようである。ここでのねらいは、そこではなく、推論の過程を的確に表現するとはどのようなことか、数学的説明の厳密さに着目させることを納得させることである。よさはと発問すれば、生徒は記録されたようなことがらを発表するであろう、しかし、それはよさというよりもそれぞれの方法の形式や見た目の特徴を列挙しているに過ぎない。「よさは」は推論過程の的確の表現にどれだけせまっているかでなければならないから、結果としてそれぞれの方法の欠点を補いの的確な表現として完成させることの議論にならなければならない。

[考え方 1] では、囲む○のつけ方の違いに着目させる必要がある。縦に男女で囲んである場合と、横に男子どうしの場合とがある。

奇数か偶数か調べるのであれば、男子どうし、女子どうしでペアをつくってもよいはずである。ところがそれではうまくいかない、ここでは男女のペアを作ったところにうまさがある。男女人数が同じならば、必ず男女のペアがつけれる。したがって、人数の違いの3人を処理すればよいのである。○の囲み方の違の着目からこのことを考えさ [考え方4] と対応させて明確にさせる。授業での、 $2x + 3 = 2(x + 1) + 1$  の変形では  $2x + 3 = 2x + 2 + 1$  とする必要があるが、[考え方1] でのこの吟味と対応させてることによって理解させられよう。そして、教師の導いた最後の式  $2(x + 1) + 1$  の意味もこの図をもとに理解させたい。

[考え方1] は、「2人ずつ分けると1人残るので、クラス全体は奇数である」と書いているが、ここではペアの集まりが偶数になることの証明が欠けている。男女のペア全体で偶数になることを示した式が  $2x$  で、ペア全体が偶数になることを示した式が  $2(x + 1)$  である。



上図のように○で示しながら、 $2x$  や  $2(x + 1)$  の意味を図で確認する。いいかえれば、[考え方1] を、文字を使って説明する仕方の形式的処理に意味をもたせるという立場で理解させることである。これは、図と比べて文字はより厳密な表現になっていることを暗々裏に気づかせることになるであろう。

[考え方1] の考察での、はじめから男子ど

うし、女子どうしのペアを作ろうという発想は、[考え方3] へと関連する。ペアがつけれるかどうか考えるには、奇数か偶数かの場合分けが必要になってくる。女子が奇数だとすると、ペアをつければ1人残る。男子は3人多いから3人からできるペア1組と残りの、1人とでペアがつけれることから偶数になることがいえる。全体として、ペアを作れば、女子の1人が残ることになる。このことを、[考え方1] のような図にかかせる。

女子が奇数



[考え方3] では、奇数 + 3 = 偶数、奇数 + 偶数 = 奇数、等々の部分の証明が省略されている。上のような確認は [考え方3] で明確にしていない部分の証明を補うことになる。さらに、ここで考えさせた内容を文字で表し処理させることも扱える。例えば、女子が奇数の場合は、女子は  $2n + 1$  と表せる。男子は、 $2n + 1 + 3 = 2(n + 2)$  となることから、全体では  $2n + 1 + 2(n + 2) = 2(2n + 2) + 1$  となる。このような式変形の意味も上のような考察と、図を利用すれば理解させられる。(女子が偶数の場合についても同様に考えさせる。)

このように、考え方1の検討は他の考え方との関連を図ることが大切である。考え方2、3の扱いについても同様である。ここでは、文字で説明することの理解を深めることであるから、いろいろな考え方が、考え方4と関連させられなければならない。生徒が、文字を適切に使えるようになる背景には、当面している場面で、ここで示されている考え方1～3のような活動が重要なのである。



[考え方2]は多くの生徒の行っているものを上手く整理したものである。具体的な数値で調べて、一般に成り立つだろうと考えることが、ごく自然にとる手法であるから、ここではそのことから一般に成り立つことの帰納の仕方を鋭くすることに注意を向けることが大切である。このよさは、表に整理したとか具体的な数値を用いたということではない。生徒のかいている「→」に注目させたい。これは、順に並べて説明しているというだけでは不十分である。ある数値の場合を調べたら、次の場合、つまり1大きくなった場合を調べているという発想にさせたい。[考え方2]を発表した生徒は男子を最初に決めて考えているが、他の方法は女子を先に決めている。女子が10人の場合から始めると言い直せば、他の考え方と比較しやすい。(もちろん生徒の発表にしたがった場合でもよい。)

女子が1人増えれば、男子も1人増える。合計で2人増加するから、ある数値で奇数であったら、次も奇数になることがいえる。このように、考えれば、それほど沢山調べなくてもよいことになる。もっとも簡単な、女子が1人の場合を調べて、あとは1人増加すれば全体が2増加するから、どんな場合でも成り立つといえると整理できる。このような考察から、[考え方2]で女子が10人の場合から始めているが、実は10人未満の場合は正しいかどうかの説明欠けていたことにも気づかせられよう。

この考察を文字を用いて表すことも教室の状況によっては可能である。例えば、女子がある人数のとき、全体が奇数であることを、 $2m+1$ と表せば、女子が1人多くなれば全体として2人増える。したがって、

$$2m+1+2=2(m+1)+1$$

とできる。あるいは、女子 $x$ 人の場合として、[考え方4]の式の変形を利用して処理させることもできるかもしれない。

生徒の反応の考察は、生徒の考えたことを尊重しながら、さらにそれを洗練させることが教師の役目であろう。生徒にいろいろに考えさせるが結局そのなかのある考えを最終的に採用してしまうような授業がよくある。この場合であれば、[考え方4]が一番よい方法というようにしてしまう指導である。それは、多様に考えさせる指導でも、子どもの考えを尊重している指導でもない。採用した方法一通りだけが尊重されて、他は見捨てられている。いろいろに考えても、それが見捨てられたのでは、多様に考えたことの意味はないことになる。また、いろいろな方法が単によい(正しい)というだけの授業もそれぞれの考えを尊重していることではない。いろいろな考えを関連させて、それぞれ考えの修正や見直し、発展を示唆しながら、それぞれの考えを洗練させることが、子どもの考えを尊重することである。ここでは、文字使用がねらいであるから、それぞれの方法のよさが文字を使う場合に収斂させる授業にならなければならない。いいかえれば、[考え方4]の文字を使った説明の理解に他の考え方が必要なのである。文字の使用の意味を[考え方1~4]をもとにして理解させることである。

ここでは、文字を利用することが「よい方法」ということよりも、文字を用いて説明するとはどのようなことをわからせる、ということに教師の指導のベクトルは向かうべきであろう。文字を用いて証明する学習の初期の指導である。関係や成り立つことを式で表

している、奇数や偶数というようなことばによる説明を文字を使うとどのように表せばよいかということを理解させることであろう。文字を使うとよいというよりも、文字式が証明の武器として使える、そのためにはどんな使い方をするかを理解させることがこの時期の指導の重点であろう。文字を用いることよさは、よさを列挙できるようにさせることではなく、適切な場面に文字が使える力をつけることなのである。

授業において、子どもにどれだけ意味のある数学的な考え方をさせているかを反省(評価)することは教師として欠かせないことである。たとえば、この授業で、女子の人数が決まれば男子の人数が決定し、その関数が  $x + 3$  であることが盛んに用いられる。生徒の考えに関数はいろいろ働いているが、その重要性をどれだけ背景にもっているかを反省してみる。もちろん、関数という言葉を用いて指導することではない。[考え方の2]の考察で、数学的帰納法を教師はどれだけ意識できたかである、そのようなことばを用いなくて、その基本的な発想をどのように生徒のものにしようとしたか等の反省である。

## 7 おわりに

この教材を「文字を用いた証明」とい立場だけから考察してきた。授業者の教材の位置づけが文字式にあったことに由来する。しかし、教材としての価値をこの面だけから掘り下げることは教材研究としては偏っている。「文字を用いた証明」は数学的内容としてよりも、数学の内容を考察するときの手段として大切さという位置づけになる。ここでは、奇数か偶数かを考えさせる場面であるから、

この教材の価値を考えると、整数の性質を指導するという立場での価値も掘り下げる必要がある。この指導で、どこまで整数の性質の理解が深められ、この課題の解決を通して整数についてどれだけ理解が深められたかという視点からの考察は紙面の都合で省略した。

授業記録をもとに、それを考察した事例は多いと思われるが、授業者や参観者でない第三者が考察したものはあまり見られないように思う。ここで述べた考察やこのような授業研究の手法が意味あることかどうかについて大方の叱責を乞うしだいである。

## 注, 参考文献, 引用文献

- 1) 高橋昭彦 (2006) 算数科における授業研究の類型とそれぞれの実態に関数考察 日本数学教育学会誌 第88巻 第8号 算数教育 55・4 p2
- 2) 山口県中学校数学教育会 (2006) 魅力ある素材を用いた実践事例集 pp52~55
- 3) ジョン・デュウイー(1955) 植田清次訳 思考の方法, 春秋社 p124
- 4) 松原元一 (1968) 思考の様相 近代新書出版社 p11
- 5) 松原元一 (1972) 算数, 数学教育の根本問題 新しい中学校数学の研究 近代新書 p19
- 6) 松原元一 (1983) 算数教材の考え方 教え方, 国土社 p180
- 7) 島田茂 (1995) 算数・数学科のオープンエンドアプローチ 東洋館出版社
- 8) 金子みすず (1984) さみしい王女 JULA 出版局 pp.61~62

(はんだ すすむ)

前山口大学教育学部, 前弘前大学教育学部)