



東京学芸大学リポジトリ

Tokyo Gakugei University Repository

算数・数学科における同一題材を用いた小中高の数学的活動の接続（一年次）：教材開発に焦点を当てて

言語: Japanese

出版者: 東京学芸大学附属学校研究会

公開日: 2024-09-20

キーワード (Ja): ETYP:教育実践, STYP:小学校,

STYP:中学校, STYP:高等学校, SSUB:算数, SSUB:数学

キーワード (En):

作成者: 佐藤, 亮太, 栗田, 辰一郎, 松本, 紘一郎, 越後, 佳宏, 難波, 怜央, 稲垣, 悦子, 瀧藤, 潤, 中山, 優, 武埜, 健, 青山, 久美子, 大谷, 晋, 荻原, 洋介, 木部, 慎也, 祖慶, 良謙, 田中, 満城子, 長世, 諒, 吉岡, 雄一, 矢嶋, 昭雄, 本橋, 大喜, 早川, 竣, 上田, 将大, 岡本, 隆司

メールアドレス:

所属: 東京学芸大学附属高等学校,

東京学芸大学附属世田谷小学校,

東京学芸大学附属世田谷中学校,

東京学芸大学附属世田谷小学校,

東京学芸大学附属世田谷小学校,

東京学芸大学附属世田谷小学校,

東京学芸大学附属世田谷小学校,

東京学芸大学附属世田谷中学校,

東京学芸大学附属世田谷中学校,

算数・数学科における同一題材を用いた小中高の数学的活動の接続（一年次）

— 教材開発に焦点を当てて —

附属高等学校	佐藤 亮太	附属世田谷小学校	栗田 辰一朗	附属世田谷中学校	松本 紘一郎
附属世田谷小学校	越後 佳宏	附属世田谷小学校	難波 怜央	附属世田谷小学校	稲垣 悦子
附属世田谷小学校	瀧藤 潤	附属世田谷中学校	中山 優	附属世田谷中学校	武埜 健
附属高等学校	青山 久美子	附属高等学校	大谷 晋	附属高等学校	萩原 洋介
附属高等学校	木部 慎也	附属高等学校	祖慶 良謙	附属高等学校	田中 満城子
附属高等学校	長世 諒	附属高等学校	吉岡 雄一	東京学芸大学	矢嶋 昭雄
世田谷区立下北沢小学校	本橋 大喜	台東区立上野中学校	早川 竣		
富岡市立富岡中学校	上田 将大	群馬県立高崎北高校	岡本 隆司		

目 次

1. 研究の目的と方法	56
1. 1 研究の目的	56
1. 2 研究の方法	57
1. 3 本稿における数学的活動の接続の視点	57
2. 題材Ⅰ「17段目の不思議」	58
2. 1 小学校における題材Ⅰ	58
2. 2 中学校における題材Ⅰ	60
2. 3 高等学校における題材Ⅰ	62
3. 題材Ⅱ「高さを測る」	65
3. 1 小学校における題材Ⅱ	65
3. 2 中学校における題材Ⅱ	67
3. 3 高等学校における題材Ⅱ	68
4. 数学的活動の接続について	70
4. 1 題材Ⅰ「17段目の不思議」について	70
4. 2 題材Ⅱ「高さを測る」について	70
5. まとめと今後の課題	71

算数・数学科における同一題材を用いた小中高の数学的活動の接続（一年次）

— 教材開発に焦点を当てて —

附属高等学校	佐藤 亮太	附属世田谷小学校	栗田 辰一郎	附属世田谷中学校	松本 紘一郎
附属世田谷小学校	越後 佳宏	附属世田谷小学校	難波 怜央	附属世田谷小学校	稲垣 悦子
附属世田谷小学校	瀧藤 潤	附属世田谷中学校	中山 優	附属世田谷中学校	武埜 健
附属高等学校	青山 久美子	附属高等学校	大谷 晋	附属高等学校	荻原 洋介
附属高等学校	木部 慎也	附属高等学校	祖慶 良謙	附属高等学校	田中 満城子
附属高等学校	長世 諒	附属高等学校	吉岡 雄一	東京学芸大学	矢嶋 昭雄
世田谷区立下北沢小学校	本橋 大喜	台東区立上野中学校	早川 竣		
富岡市立富岡中学校	上田 将大	群馬県立高崎北高校	岡本 隆司		

1. 研究の目的と方法

1. 1 研究の目的

小学校、中学校及び高等学校における算数・数学科の授業では数学的資質・能力を育てることが求められている。そこには連続性と発展性があり、それを考慮して授業設計・カリキュラム設計をすることが必要である。また、児童・生徒に連続性と発展性を実感させることも大切である。数学的資質・能力のうち数学的な思考力・判断力・表現力の連続性と発展性を意識して授業設計・カリキュラム設計をしているかという点について研究の余地が多分にある。さらに、数学的資質・能力のうち知識・技能の連続性と発展性についてはよくわかっていて、そのことを意識して授業設計・カリキュラム設計をしていたとしても、児童・生徒に連続性と発展性を実感させることができているかという点で課題がある。

そこで、同一題材を用いた小学校、中学校及び高等学校の算数・数学科の授業を行うことを考えた。同一題材を用いることで、連続性と発展性を意識して設計した授業設計・カリキュラムが児童・生徒の実際に合っているのか、児童・生徒の思考力・判断力・表現力がどのように発達するのかを検討しやすくなると考える。

平成13年度の文部科学省研究開発実施報告書に東京学芸大学附属世田谷小・中・高等学校の算数・数学科で同一題材を用いた授業実践がある。この実践は「関数の考え」に着目した授業について示唆を与え、長期にわたって「関数の考え」を育成するカリキュラムの提案とともにその必要性を述べている。本プロジェクト研究では、「関数の考え」に限定せず、他の思考力・判断力・表現力についても研究対象とし、同一題材を用いた小・中・高等学校の算数・数学科の授業を比較する。比較することによって、数学的活動の接続（思考力・判断力・表現力の連続性や発展性、授業の工夫や留意点、生徒の意見の価値づけの内容や方法、題材の連続性や発展性）を明らかにし、教科書やカリキュラムへ提言することを本プロジェクト研究の目的とする。本プロジェクト研究の具体的な目的は、以下の3点である。

1. 同一の題材を用いて各学校種に応じた教材を開発し、数学的活動の接続の視点を見出すこと。
2. 同一の題材を用いた授業を実践し、参観し合い、比較・検討すること。
3. 研究を通して得られた知見を、各附属学校で行っている現職研修セミナー、学会発表、教育実習の機会を通して、現職教員研修や教員養成に資すること。

算数・数学における問題発見・解決のプロセスと育成すべき資質・能力

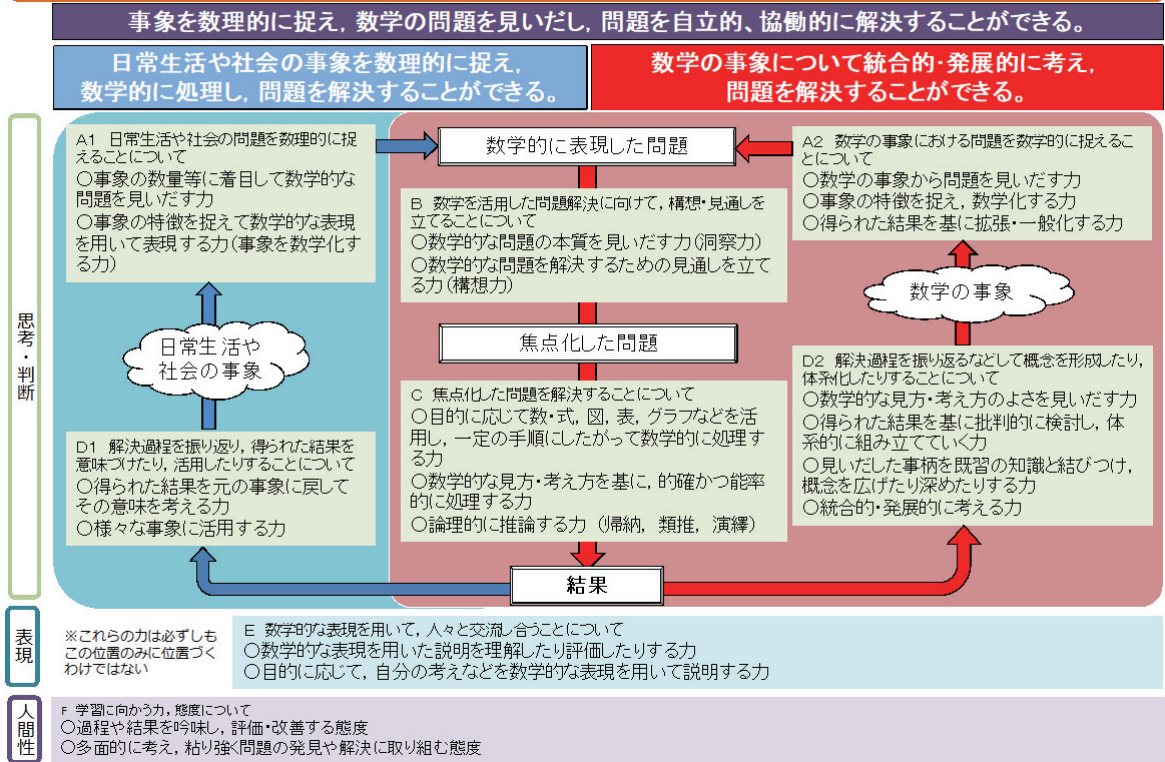


図1. 算数・数学における問題発見・解決のプロセスと育成すべき資質・能力

1. 2 研究の方法

本プロジェクト研究は、3年計画で以下の方法で進める予定である。今年度は1年次。

1年次 教材開発に焦点を当てて

- ・同一の題材を用いて、各学校種に応じた教材を開発する。
- ・附属研究会の機会を利用し交流し、授業を立案・実践し、数学的活動の接続の視点を見出す。

2年次 接続を意図した授業の成果・課題の整理

- ・授業実践し、参観し合い、1年次に設定した視点等で比較・検討する。その際、公立学校においても実践を行うようにする。
- ・附属研究会の機会を利用し、研究の成果や課題を議論し、整理する。

3年次 教員研修や教員養成への貢献に焦点を当てて

- ・研究を通して得られた知見を、各学校で行っている現職研修セミナーや学会発表、教育実習の機会を通して、広めたり、改善するための示唆を得たりする。
- ・教育実習の機会や大学との連携を図り、教員養成に生かす。
- ・附属研究会の機会を利用し、現職研修や学会発表を通しての成果や課題を議論し、3年間の成果をまとめる。

1. 3 本稿における数学的活動の接続の視点

数学的活動とは、「事象を数理的に捉えて、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」(文部科学省, 2018, p.26) ⁱとある。問題発見・解決の過程は、主として二つの過程がある。「一つは、日常生活や社会の事象などを数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り

得られた結果の意味を考察する過程であり、もう一つは、数学の事象から問題を見だし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的、体系的に考察する過程である」(文部科学省, 同上)。

小学校・中学校・高等学校における数学的活動は、連続性と発展性があるはずである。本稿では、同一題材を用いた小学校・中学校・高等学校の数学的活動の接続について明らかにするために、数学的活動の問題発見の部分と問題解決の部分に分けて比較し、また、数学的な内容についても比較する。

(佐藤 亮太)

2. 題材 I 「17段目の不思議」

2. 1 小学校における題材 I

第4学年「変わり方調べ」の単元において、「17段目の不思議」の実践を行う。変化する二量を表に表し、そこから変化と対応のきまりを見つけ、「17段目の不思議を解明する」という問題の解決に生かす学習として扱う。

2. 1. 1 授業の目標

目標は、次の通りである。

「17段目のふしぎ」について考える活動を通して、2段目の数と17段目の数を調べて関係を表に整理することで、2段目を7倍した数の一の位が17段目の数字になっていることに気づき、関係しそうな二つの変数に着目して調べ整理することで問題を解決することができるよさを感じることができる。

小学校では「2段目の数をいろいろに変えて調べてみることできまりを見付けること」を活動の中心とする。

中学校の教科書「新しい数学2」(p.202)に、「17段目のふしぎ」が掲載されている。

「17段目のふしぎ」の手順に続いて「やってみよう」が示される。

- ①では、1段目の数をいろいろに変えて調べること
- ②では、2段目の数を変えると、17段目に入る数はどうなるか調べること
- ③では、17段目に入る数の決まりを見付けることが活動として示されている。

さらに、はるかさんが

「文字を使って説明できないかな？」

と、次なる活動を示している。

文字を使って説明することを中学校段階の活動の中心と捉え、小学校そして授業を行う4年生段階では、17段目に入る数のきまりを見付けることを活動の中心とする。17段目に入る数が2段目の数によってきまるのではないかと見通し、数を変えて調べてみることできまりが見えてくる面白さを、児童に感じさせたい。

17段目のふしぎ

好きな1けたの数を1段目に書き、次の手順で17段目までの数を書いてみましょう。17段目にはどんな数が入るでしょうか。

① 1段目に好きな1けたの数を書きます。	1段目																
② 2段目の数を5にします。	2段目	5															
③ 1段目と2段目の数の和を求めて、その一の位の数を3段目に書きます。	3段目																
④ 2段目と3段目の数の和を求めて、その一の位の数を4段目に書きます。	4段目																
⑤ ③、④の手順と同じようにして、17段目までくり返し計算します。	5段目																
	6段目																
	7段目																
	8段目																
	9段目																
	10段目																
	11段目																
	12段目																
	13段目																
	14段目																
	15段目																
	16段目																
	17段目																

やってみよう

- ① 17段目にはどんな数が入るでしょうか。1段目の数をいろいろに変えて調べてみましょう。
- ② 2段目の数を変えると、17段目に入る数は、どうなるでしょうか。
- ③ 17段目に入る数のきまりを見つけてみましょう。

文字を使って説明できないかな？

202

▲新しい数学2 p.202

2. 1. 2 授業の概要

本時の展開は以下の通りである。

時間	主な学習活動と児童の反応	指導上の留意点																																																																													
0	<p>① 問題場面を把握し、めあてを設定する。</p> <p style="text-align: center;">17段目のふしぎ</p> <p>T 好きな数を4つ、1段目に書き、手順にそって17段目までの数を書いてみましょう。</p> <p>C 5が並びました。5555です。</p> <p>C 2段目が5だからだと思えます。</p> <p>C 2段目の数を変えてみよう。</p> <p>C 今度は2になりました。2222です。</p> <p>C 私もです。2段目を変えると17段目が変わる。</p> <p>C 表に整理したらきまりが見つかるかもしれない。</p>	<p>・ワークシートを配布し一緒に取り組ませることで、手順を確認しながら進める。</p>																																																																													
7	<p style="text-align: center;">2段目と17段目の数の関係を調べよう。</p> <p>② 自力解決を行う。</p> <p>T ノートにかいて調べてみましょう。</p>	<p>⑤ 伴って変わる2段目と17段目の数を表に整理し、表を横に見たり縦に見たりして関係を説明している。(ノート、行動分析)</p>																																																																													
15	<p>③ 解決の検討を行う。</p> <p>T 調べて分かったことを発表してください。</p> <p>C 表を横に見ると、□が1ふえると△が3へります。</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td></td> <td></td> <td>←</td> <td>←</td> <td>←</td> <td>←</td> <td>←</td> <td>←</td> <td>←</td> <td>←</td> <td>←</td> </tr> <tr> <td>2段目□</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>17段目△</td> <td>0</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>8</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>9</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> </tr> </table> <p>C 表を縦に見ると、□と○の差が0,6,2,8,4...です。</p> <p>C □と○の和が0,8,6,4,2...でした。</p> <p>C 縦に見て、すぐに17段目の数が分かるきまりがありました。□×7=△です。</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>2段目□</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>17段目△</td> <td>0</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>8</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>9</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↘</td> </tr> </table> <p>C でも、2×7=14です。</p> <p>C 一の位だけを見ればよいです。</p> <p>C 本当だ。「□×7=一の位が△」だね。</p> <p>T □にいくつか当てはめてみて、本当に成り立つか調べましょう。</p> <p>C 7の段は一の位が全てあるから、0～9のすべての数字が揃うんだね。</p>			←	←	←	←	←	←	←	←	←	2段目□	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	17段目△	0	7	4	1	8	5	2	9	6	3			↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	2段目□	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	17段目△	0	7	4	1	8	5	2	9	6	3			↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	<p>・きまりと表を関連付けて説明させる。</p> <p>・一の位に着目することで成り立つきまりであることを確認する。</p> <p>・2年生の学習を振り返る。</p>
		←	←	←	←	←	←	←	←	←																																																																					
2段目□	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																					
17段目△	0	7	4	1	8	5	2	9	6	3																																																																					
		↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘																																																																					
2段目□	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																					
17段目△	0	7	4	1	8	5	2	9	6	3																																																																					
		↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘																																																																					
35	<p>④ 学習の振り返りをする。</p> <p>T ふしぎを解明するために大切だと思ったことを発表してください。</p> <p>C まずは、数をかえて調べてみることです。</p> <p>C 表に整理してきまりを見つけます。</p> <p>C きまりが本当に成り立つのか、やってみて確かめることも大切です。</p>																																																																														

2. 1. 3 授業の数学的活動と3つの接続の視点

本授業の数学的活動は、2段目の数を変えて調べてみることで、帰納的にきまりを見つけていく活動である。

まず児童は、自身が指定した1段目に並ぶ4つの数字が、17段目にはすべて5になっていることに驚きをもつだろう。自身の4つの数字も友達も17段目にはすべて5で揃っていることから、それが確からしいことを認識する。次に児童は、教師が指定した2段目の「5」に着目し、ここの数字を変えたらどうなるだろうと問いをもつ。2段目を「6」にすると、17段目はすべて2になっている。ここでも、自身が並べた4つの数字や友達の数字もすべて同様になっていることを児童は確認する。そして、2段目をさらに他の数字にしてみたら17段目の数字はどのようなものかを調べることで、17段目のふしぎを解明していく。このように、児童が調べてみることで、2段目の数字に対してきまった数字が17段目に出てくることを見つけていくことを本授業の数学的活動とする。

接続の視点は、文字式で演繹的に考えて解決していく中学校と違って、帰納的に考えることできまりを明らかにしていくことである。また、調べた際には、「変わり方調べ」の学習で用いている表に整理させる。表を横に見ることで2段目が1増えると17段目の数字が3ずつ減ったり7ずつ減ったりしてみても見えることや、表を縦に見ることで「2段目の数字×7＝一の位が17段目の数字」という関係が見えたりする。これまで学習してきたきまりの見付け方を発揮することで、小学生なりに17段目のふしぎに迫り、愉しさを味わわせていく。

(瀧藤 潤)

2. 2 中学校における題材 I

2. 2. 1 授業の目標

中学校で「17段目の不思議」を扱うにあたり、設定した目標は、以下の3つである。

- ・文字を用いることで、事象の構造を捉えることができることを知る
- ・ある問題から新たな問題を作るとき、現問題の条件に着目するとよいことを知る
- ・探究から原問題との関係を考察することを通して、より原問題の理解を深めることができる

この目標を設定した背景は2つある。第1に、中学校（第2学年）における文字式学習の焦点を文字式の意義の理解においたことである。本題材は例えば「関数の考え」など他の観点からも着目することができるが、ここでは文字式の意義・よさに着目している。それは、文字式の意義の理解に課題があることが兼ねてから指摘されており（例えば、國宗，2017）ⁱⁱ、授業者も生徒の実態から形式的な文字の処理ができることよりも文字のよさを理解することに焦点を当てていたからである。本題材では帰納的推論にとどまらずに「いつでもそうなるか」というこれまで学習した文字式のよさと同時に、「なぜそうなるか（この事象の「からくり」は何なのか）」を明らかにする道具としての文字のよさを理解することに焦点を当てた。

第2に、本プロジェクト研究のテーマの意味に着目したことである。本研究は小・中・高と3校種で同一教材を扱う。こうした実践は他にもみられる。例えば、筑波大学・附属小中高等学校算数・数学科合同研究会（2023）ⁱⁱⁱでは「小・中・高の算数・数学一貫教育において『変化を捉える力』をいかにして育てるか」というテーマについて授業を通して検討している。その際に授業で扱う問題は発達段階・既習に応じて変化させているが、薄井ほか（2022）^{iv}では、ほぼ同一の問題を異校種・異学年で実施できる可能性を提示している。これらは教師の立場から12年間で育成する資質・能力の整理、その教材が持つ数学的背景の教材研究、異校種・異学年の理解に資する実践報告である。

以上は教師の視点からの意義であるが、生徒の立場から考えれば「一度解決したことのある問題をもう一度解く」ということに意義があると考えられる。本研究には、「問題を（一度）解決するとどまらず、新たな問題を自ら作り続けていく」という学習観が背後にあり、こうした学習観に基づく生徒の創造的な数学的活動を促す意図がある。そのため、本題材においても高校への接続のために新たな問題を考察すること、また新たな問題を考察し原問題との関係を考察することのよさ・愉しさを味わわせることに焦点を当てた。

2. 2. 2 授業の概要

本題材を中学校第2学年の式の計算の利用に位置づけ、「奇数と奇数の和は偶数である」や「2桁の自然数の各位を入れ替えた数同士の和は11の倍数である」といった問題を扱った後に扱った。一般性を観点として文字のよさについてはすでに学習している状態であり、形式的な文字式の説明（証明）の記述にも少しづつ慣れている状態であった。本題材はまず17段目の不思議を文字式で説明する第1時と、原問題から発展させて考えさせる第2時に分けて行った。以下が授業の板書と、その実際である。

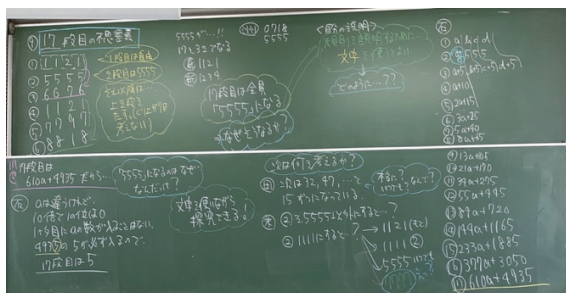


図1 授業（第1時）の板書

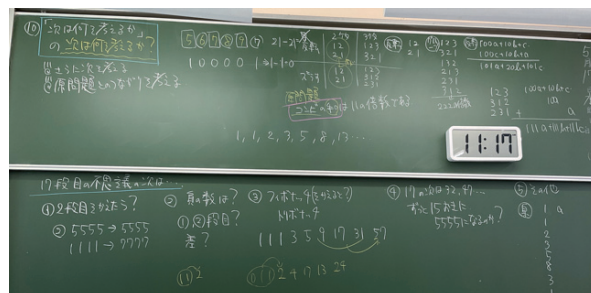


図2 授業（第2時）の板書

【第1時の導入】17段目に5555になることが共有された。「なんで？」という声が聞こえ始め、このような場面ではどうすれば良いかを見通しを問うと、「規則を説明するために文字を使うと良い」が共有された。どのように文字を使うべきか？として、自力解決に入った。

【第1時の展開】自力解決で Ishi の解決を紹介したが、このように解決できた生徒は数名であり、教室のほとんどは手が出ず、文字を使えば良いことは分かりながらもそれをどのように使えば良いのかはわからない様子だった。一度文字式を活用している生徒の数行を写真で撮り、全員に見せ、ペアで話し合わせることで、クラスのほとんどが計算をし始めることができた。

文字式の学習がある程度進んでいるにも関わらず生徒が文字の設定がうまくいかなかったのは、本題材の場合、いわゆる「探索型」(小岩, 2020) の文字式利用がここで初めて出会ったことが起因していると考えられる。本題材の場合、一段目がどのような数であっても (a と置いて)、17段目の時にどのような数になっていけば良いか、という解析的な思考は働いておらず、また授業でも強調されていなかった。この時点で生徒は本問題を文字で証明するというよりも探索することが必要であった。

その後、 $610a+4935$ になることをできていない生徒もいたため、一緒に黒板上で計算した。その上で生徒の反応として「なるほど」といった反応が少なく、 $610a+4935$ の式の読みを促すために再度ペアで話し合わせた(板書「5555になるのはなぜなんだっけ?」)。生徒の反応を見る限り、2人のうち1人はうまく説明できていそうな状況であり、この式の読みは全体にとって必要な時間であった。一方で、文字を使うことで事象の理由が説明できることの納得感があったかは疑問が残る。後述するが、第2時で文字を使用する生徒が少なかったからである。

【第1時のまとめ】次は何を考えるかを問い、次回につなげた。5555だと5555になり、1111だと1111や5555になるという予想が出てきたが、7777になると教師が告げると、驚きの声が上がった。

【第2時の導入】前時の発展した問題と原問題とのつながりについて言及する生徒の振り返りを紹介しながら、発展・統合について教師から話した。具体的には、原問題という言葉を定義し、つながりを考えることの面白さ、どんどんと問題を作っていくことの楽しさについての話をした。

【第2時の展開】生徒の振り返りやプリントから、様々な発展先を取り上げ、その後自分でやりたいものを選び、取り組ませた。その後、振り返りを書かせ提出させた。生徒は十分な時間で自分の興味関心に基づいて探究することができたが、その時に具体的な数で探究する生徒が多く、文字式を使用する生徒は少なかった。前時の早い段階で1段目を a 、2段目を b として探究する生徒の発言を時期尚早(その時に扱っていた命題が1段目のみ任意の数の場合であることと、その時点で2種類の文字を扱うことは全体には困難であること)として制してしまったが、生徒にまず自由に文字を用いて探究させ、前時で $610a+4935$ の式の読みを促す活動を行ったように、文字の意味を振り返るような活動をすることも考えられる。

【省察】生徒は文字式利用に困難を抱えており、授業における手立ての検討が必要である。例えば、具体的な数と文字の往還を充実すべきであった。本教材には「1桁目の数を残す」という処理がある。具体的な数では1段目が3であれば、「①3 ②5 ③8 ④3」と処理されながら続くが、Ishiの式では「① a ②5 ③ $a+5$ ④ $a+10$ 」となり、処理されていない。この場合「④ a 」でもよく、例えば「⑧ $13a+105$ 」も「 $3a+5$ 」でもよい。このように、具体的な数の処理と文字との対応関係が一致せず理解に苦しむ生徒もいたのではないだろうか。「 $(5a+9b) + (9a+4b) = 10(a+b) + 4a+3b$ 」であり、14段目は $4a+3b$ と考えてよい」といった根拠を理解するほか、例えば⑧の $13a+105$ はどのような数であるのかなど、文字式に馴染んでいる必要があった。そのため、1段目が3であれば、数処理なしの「①3 ②5 ③8 ④13」や、文字式で処理ありの「① a ②5 ③ $a+5$ ④ a ⑤ $2a+5$ 」といった場合も扱い、具体的な数と文字との往還を充実させ、理解のための手立てとすべきだった。

2. 2. 3 授業の数学的活動と3つの接続の視点

本研究グループにおける議論を通して3つの校種を貫く「接続の視点」として【題材の数学的な内容の深まり】と【問題発見のプロセス】と【問題解決のプロセス】が挙げられた。この3点から、本実践を考察する。

【題材の数学的な内容の深まり】の違いは、小・中では生徒が見出すのが推測か定理かということが異なる。その際には、文字の登場が中学校では大きく、文字を用いることで様々な命題に発展する創造的な数学的活動が期待できる。また、高校へと進むと合同式を用いることでより抽象的な考察をする点で深まりが期待される。

【問題発見のプロセス】に関しては、小・中では「『17段目』は(いつでも)5である」という命題(推測)を発見することと証明することのいずれに焦点を当てるか、具体的に中学校では「それはいつでも、なぜなのか?」という問いを子どもに持たせることが異なる。小・中の接続において「帰納的推論から演繹的証明」という接続がある。この接続のためには、生徒が上記の問いを自ら持つために演繹的証明の必要性の理解が重要であり、これには2.2.1で述べたように、文字式の意義の理解が重要な焦点となる。

【問題解決のプロセス】においては、文字を用いる点で小・中は異なり、中学校においては文字式の意義の理解が焦点となることを述べてきた。高校でも文字を用いることになるが、文字式の中でも中・高の接続の論点は何だろうか。今回の実践を通して、本時では一般性を観点とした文字のよさに加え、「探索型」の文字式利用により、「文字は証明のためだけでなく発見にも活用できる」というよさの理解もあり得ることが考えられた。一方で、今回の実践においては「一般的に説明するためには文字式が必要だ」ということは生徒のほぼ全員が答えることはできながらも、何を文字に置くのか、文字に置いたあとどのように計算すべきかが十分に理解できていない実態があった。前節の【反省】にも述べたが、1桁目だけ残す(mod10)という処理を文字式にいかに関与反映するのかという困難もあり、 $610a+4935$ という17段目の結果が出ても生徒の感心の声が少なかったことなど、文字式を用いた説明の以前に文字式とその操作が生徒に馴染んでいなかったことが推察される。

本教材は2段目を文字にした考察など、問題を解決するに留まらない問題発見・解決のプロセスが顕在化できる教材であるものの、中学校第2学年の文字式を用いた証明の入り口にある生徒には一定の手立てが必要な問題であった。中学校では演繹的に説明することの必要性・意味の理解を焦点に当てつつ、中・高では「文字式のよさの深い理解」を接続の論点とし、生徒の実態に即しながら長期的な視野で育成することが適切であると考えられる。

(松本 紘一郎)

2. 3 高等学校における題材 I

高等学校数学における題材「17段目の不思議」の研究は、いくつかあり、その中でも数学Bの数列の文脈でフィボナッチ数列に着目した発展的・探究的学習の研究がいくつかある(例えば、田中ら(2021) vi, 伊禮ら

(2016) vii, 多和田ら (2018) viii)。しかし, 本研究では, 単元は数学 A の数学と人間の活動で, その中の「余りによる分類」か「N 進法」を学習した後の授業を想定し, 文字式からよみとることを学習することに焦点を当てた授業を提案する。

2. 3. 1 授業の目標

授業の目標は, 10進法の文字式の計算式から N 進法のことをよみとることができることである。具体的な数を計算すればきをまりを帰納的に推論できるし, 文字式を計算することによって確かめることができるが, 文字式からよみとることで計算しなくてもさまざまなことがわかる。下の表の右側は, 1段目を x , 2段目を a としたときの表である。17段目が $10(98a+61x) + 7a$ であることから, 17段目の数は, $7a$ の一の位であることが分かる。授業では, 「次に同じ数か並ぶのはいつか」と問う。計算してももちろん分かるが, 計算しなくても, この表を見れば, 16段目と17段目が新たな1段目と2段目とみることができれば, 17段目から15段下の32段目に並ぶとよみとることができる。「元の数に戻るのはいつか」「10進法では, 60回で元の数に戻る。N 進法では, 何回で元の数に戻るか?」という問いも同様に, 下の表の右側からよみとることができる。この文字式からよみとる部分が本授業の目標である。教材研究として矢崎 (2023) ix と北山ら (2019) x を参考にし, 授業を立案した。

段目	1桁の数		
1	2	5	8
2	3	3	3
3	5	8	1
4	8	1	4
5	3	9	5
6	1	0	9
7	4	9	4
8	5	9	3
9	9	8	7
10	4	7	0
11	3	5	7
12	7	2	7
13	0	7	4
14	7	9	1
15	7	6	5
16	4	5	6
17	1	1	1

段目		
1	x	x
2	a	a
3	$a + x$	$a + x$
4	$2a + x$	$2a + x$
5	$3a + 2x$	$3a + 2x$
6	$5a + 3x$	$5a + 3x$
7	$8a + 5x$	$8a + 5x$
8	$3a + 8x$	$13a + 8x = 10a + 3a + 8x$
9	$a + 3x$	$21a + 13x = 10(2a +) + a + 3x$
10	$4a + x$	$34a + 21x = 10(3a + 2x) + 4a + x$
11	$5a + 4x$	$55a + 34x = 10(5a + 3x) + 5a + 4x$
12	$9a + 5x$	$89a + 55x = 10(8a + 5x) + 9a + 5x$
13	$4a + 9x$	$144a + 89x = 10(14a + 8x) + 4a + 9x$
14	$3a + 4x$	$233a + 144x = 10(23a + 14x) + 3a + 4x$
15	$7a + 3x$	$377a + 233x = 10(37a + 23x) + 7a + 3x$
16	$7x$	$610a + 377x = 10(61a + 37x) + 7x$
17	$7a$	$987a + 610x = 10(98a + 61x) + 7a$

2. 3. 2 授業の概要

本時の展開は以下の通りである。

時間	主な学習活動と児童の反応	指導上の留意点																																								
0	「17段目の不思議」を体験する。 文字で説明する。																																									
10	T: 次に同じ数が並ぶのは? (自力解決) (周りと意見交換) S: 続けて計算する。 S: 計算しなくても、17段目のことからわかる。 →17+15	計算しない方法を取り上げる。 もし計算しない方法が出なかったら、教師から出す。																																								
15	次どうする? 元の数に戻るのは? (自力解決) (周りと意見交換) S: 続けて計算する。 S: 計算しなくても、17段目のことからわかる。 →2+15×4																																									
20	主課題 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;">10進法では、60回で元の数に戻る。 N進法では、何回で元の数に戻るか?</div> (自力解決) (周りと意見交換)	還暦がなぜ60年か (十干と十二支の10と12の最小公倍数)																																								
30	どのように考えましたか? S: 計算しました。 S: 計算しなくても、17段目のことからわかる。 まだやっていないところを計算せず求めよう。	計算しない方法を取り上げる。																																								
40	まとめよう。 まとめると以下ようになる。 <table border="1" style="margin: 10px auto; text-align: center;"> <tr><td>N</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>回</td><td>3</td><td>8</td><td>6</td><td>20</td><td>24</td><td>16</td><td>12</td><td>24</td><td>60</td></tr> <tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr> <tr><td>10</td><td>24</td><td>28</td><td>48</td><td>40</td><td>24</td><td>36</td><td>24</td><td>18</td><td>60</td></tr> </table> 空いているところを、予想させる。	N	2	3	4	5	6	7	8	9	10	回	3	8	6	20	24	16	12	24	60	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	10	24	28	48	40	24	36	24	18	60	表からNと回数 $f(N)$ の関係を予想し、証明してもよい 例えば、 ・ a と b が互いに素であるとき $f(ab) = f(a) f(b)$ ・ $f(ab)$ は、 $f(a)$ と $f(b)$ の最小公倍数
N	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																	
回	3	8	6	20	24	16	12	24	60																																	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20																																	
10	24	28	48	40	24	36	24	18	60																																	

2. 3. 3 授業の数学的活動と3つの接続の視点

本授業の数学的活動は、17段目の不思議を原題としてスタートし、次に同じ数が並ぶのはいつか、元の数に戻るのはいつか、N進法だとどうかと発展的な問いを考え、文字式からよみとる等により解決し、解決の過程を振り返って文字式が広い範囲のことを述べていることを感得し、結果を振り返って新たな問いや予想を立てることである。

問題を発見する場面では、次どうするかと問い、自ら問題を見いだしてほしいが、授業では上記の問いを扱う予定である。

問題解決の場面では、計算するのではなく文字式からよみとり解決する方法を授業の前半で共有し、授業の後半では多くの生徒が計算するのではなく文字式からよみとろうとする姿を期待している。中学校では、文字式で証明するという活動がメインであるが、高等学校ではその文字式の証明を利用することを習得したい。

数学的な内容としては、N進法が中学では習っていなかったことである。この題材を通して、身近な10進法という数の表記はN進法の特別な場合であることや、60回で戻るのは2進法と5進法のことと関わりがあることから10進法の理解を深めたい。

(佐藤 亮太, 祖慶 良謙)

3. 題材Ⅱ「高さを測る」

3. 1 小学校における題材Ⅱ


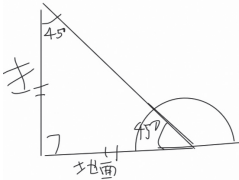
第6学年「拡大図・縮図」の単元で扱う。拡大図・縮図の考え方を活用することで、木の高さという測定しにくい長さを測る授業を想定している。

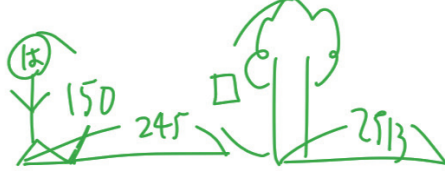
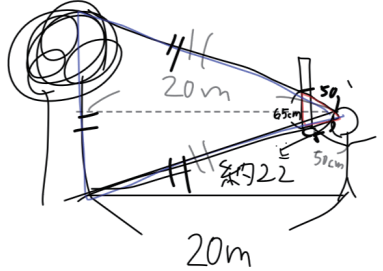
3. 1. 1 授業の目標

学習指導要領解説（2018）によると、本単元では「図形を構成する要素及び図形間の関係に着目し、構成の仕方を考察したり図形の性質を見いだしたりするとともに、その性質を基に既習の図形を捉え直したり日常生活に生かしたりすること。」(p.291)を身に付けることが求められている。さらに、図形の性質を日常生活に生かす場面の具体例として、木の高さを求めたり地図から実際の長さを求めたりする場面を挙げている (p.294)。以上から、本授業の目標は、木の高さという測定しにくい長さを測る活動を通して、拡大図・縮図の考え方が日常生活に生かせることに気づき、進んで活用しようとする態度を養うこととする。

3. 1. 2 授業の概要

本時の展開は以下の通りである。

時間	主な学習活動と児童の反応	指導上の留意点
0	<p>① 問題場面を把握し、めあてを設定する。 T：小さすぎたり大きすぎたりといった測りづらいものの長さを求めるときに拡大図・縮図を利用しました。他にも測りづらいものはありますか？ C：木の高さ。 C：木の高さはどうやったら測れるのかな。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px auto; width: fit-content;"> 木の高さの測り方を考え、実際に測ってみよう。 </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・今までの学習を振り返らせることで、学習のつながりや解決方法を意識させる。 ・出ない場合は教師から提案する。
5	<p>② 自力解決を行う。 T：まずは自分で測り方を考えよう。 C：拡大図や縮図をうまく使えないかな。 C：道具を使えば測れそうだね。 T：班の仲間に考えを共有し、実際に木の高さを測りに行こう。 C：影の長さを利用すると… C：三角定規を使うと… C：写真を撮ると…</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・必要な道具は貸し出す。 ・測量の難しさから、班（4人）で活動させる。
25	<p>③ 解決の検討を行う。 T：考えた測り方と測った結果を教えてください。 C：木の根元に人を立たせて写真を撮り、その人が何人分かを調べました。1.5mの人が13人分だったので、$1.5 \times 13 = 19.5\text{m}$ になると思いました。</p>  <p>C：45° 45° 90°の三角定規を利用しました。木の高さがちょうど三角定規の1辺に見える場所に立ち、それと同じ長さになる地面の長さを測ると、だいたい20mになりました。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> ・理解が難しい場合は、実演させる。 ・図を描いて説明させることで、縮図の考えを利用していることに気付かせる。 ・図を描いて説明させることで、縮図の考えを利用していることに気付かせる。

<p>25</p>	<p>C: 影の長さを利用しました。人と木の影の長さは2513÷245でいたい10.3倍なので、1.5×10.3で約15.5mになりました。</p>  <p>C: 20m離れた所に立ち、定規を持って腕を伸ばし(50cm)、木が何cm(65cm)に見えるかを調べました。長さの比は2000÷50=40なので、0.65×40で26mになりました。</p>  <p>T: みんなの考えを比較してどう思いましたか。 C: 測った結果は同じではありません。これは、測るときの誤差が関係しているからだと思います。 C: 誤差がなければどの考えでも正確に測れそうだね。 C: どれも大きいものを小さくして考えようという縮図の考え方を活かしているね。</p>	<p>・考えを比較させることで、縮図の考えを利用していることに気付かせる。</p>
<p>40</p>	<p>④ 学習の振り返りをする。 T: 木の高さを測ってみて学んだことや感じたことを発表しよう。 C: 今までと同じように縮図が利用できると思いました。 C: 日常にある別の物も拡大図や縮図の考え方を使えば長さを測れそうだね。</p>	<p>④ 拡大図・縮図の考え方が日常生活に生かせることに気づき、進んで活用しようとしている(発言、ノート)</p>

3. 1. 3 授業の数学的活動と3つの接続の視点

本授業の数学的活動は、今までの学習を振り返ることで、木の高さなどの測定しにくい長さを測る方法を考えるという問題を見だし、既習を生かして木の高さの測り方を自立的、協働的に考え実測することで問題を解決するとともに、その方法と結果を共有し比較することを通して、拡大図・縮図の考え方が日常生活に生かせることに気づき、進んで活用しようとする態度を養うことである。

問題を発見する場面では、小さすぎたり大きすぎたりといった測りづらいものの長さを求めてきたことを振り返り、測りづらいものは他にないかと発展的に考えることで、木の高さなどの測定しにくいものの長さを測るといった問題を見いださせる。

問題解決の場面では、まずは自立的に測り方を考えさせ、その後は班で考えを共有し実測するといった協働的な問題解決に取り組ませる。これは、測量は道具などを使用するため共同作業が便利であるとともに、1つの目標に向かって仲間と協力することのよさを実感させるためである(文科省, 1941, pp.2-3)。次に、それぞれの班の測り方と結果を共有し比較することを通して、どの考えも拡大図・縮図の考え方を利用していることに気付かせる。その際、測定誤差についても取り上げ、正確さに着目させることで、今後の学習(中学校の相似の利用、高校の三角比の利用)に繋げていきたい。最後に、本授業の学習を振り返ることで、拡大図・縮図の考え方が日常生活に生かせることに気づき、進んで活用しようとする態度を養うことを目指す。

数学的な内容の高まりとしては、拡大図・縮図の考えを利用することで、測定しにくいものの長さを測定することに気付くことである。本題材は、校種が上がるにつれて多様な数学的な見方・考え方ができるため、より正確により容易に測定することができるようになる。小学校においては、測定方法の正確さや容易さに関する議

論は主として取り上げず、拡大図・縮図の考えを利用することのよさを大切にしていく。中学校や高校で、正確さ容易さにも着目することで、児童が活用の深まりを実感していくことを期待している。

(難波 怜央)

3. 2 中学校における題材Ⅱ

3. 2. 1 授業の目標

中学校の測定の学習は、相似の利用に位置付けられている。教科書によって扱う測定対象物が異なる。例えば、2地点間の距離を求める問題、影を利用して高さを求める問題、単純に高さを求める問題を設定している。これらを参考にして、校舎の高さを求める（校舎までの距離は測定可能）問題を扱うこととした。なぜなら、様々な方法で校舎の高さを求めることが想定できることや実際に測定結果を真の値と検証することができるからである。今まで学習したことを活用するために、教師側から方法提示をせず、生徒が考えた測定方法を用いて実際に測定する授業を行う。中学校で測定の授業を行うにあたり、設定した目標は以下のとおりである。

- ・ある対象物を測定するにあたり、最も精度が高くなる方法を考えることを通して、必要な情報を整理することができる。
- ・計画時に見出した必要な情報を収集するために、適切に測定を行うことができる。
- ・測定結果を基に、縮図を書き、推定値を計算することができる。また、推定値と真の値の検証を行い、測定作業（問題解決過程）を振り返ることができる。

3. 2. 2 授業の概要

全3時間授業を想定している。第1時は、校舎の高さの測定を行うために、どのような情報がわかればよいかを考えさせる。様々な方法を見出させ、何を調べればその方法で求めることができるのかを全体で話し合う。その後、班ごとに実際に行う測定方法を決定し、その方法を選んだ根拠や測定の順序を明確にさせる。なお、一つの方法だけでなく、複数の方法で行わせることで、比較検討できる場面を設定する。第2時は、実際に運動場で測定作業を行う。班ごとに協力して必要な情報を収集する。収集した情報から校舎の高さを算出する。第3時は、班ごとに行った測定方法と算出結果を全体共有する。校舎の高さの真の値と照らし合わせ、どの方法が最も良いか考えさせる。その際の観点としては、簡単に測ることができる、使える場合が多い、調べるものが少ないなどが想定される。精度に関しては、測量者による違いも大きいと考えられるため、本授業では深入りしない。

3. 2. 3 授業の数学的活動と3つの接続の視点

【数学的活動】

今回扱う題材は、「校舎の高さを求める」という現実事象である。現実事象から数学の問題とするために、数学化が必要となる。校舎の高さという現実事象を考察する時間を多くとり、生徒自らが情報を取捨選択し、数学化をする経験をさせる。そして、数学化したものの計算等を行い、結論を出させる。最後に真の値と検証するという現実事象に戻させ、問題解決過程をふり返らせる。「良い測定方法」について考えさせる。測量者次第となるため精度が高いことは本授業では議論できない。そこで、簡単に測ることができることやどんな場合にも使うことができるなどの観点から測定方法について振り返る機会を作る。

【問題発見】

校舎の高さという「直接測定することが困難な高さを求める問題」を設定し、生徒自身が相似を利用するために必要な情報を見出す（数学化）。作業が少なく精度が高い測定を目指して測定を行う。

【問題解決】

実際に測量するために、どのような方法が適切かを考える。縮図を書くために必要な情報を考えることを通して測定作業の際に測定する値を決定する。必要な情報だけでなく、測る順序も考える必要がある。例えば、角度から先に求める場合（見上げる角度が 0° となる地点を探し、その地点から校舎までの距離を測る）、長さから先に求める場合（校舎までの距離が 0m となる地点を探し、その地点から校舎の見上げる角度を求める）などが想定される。教科書にあるように影などを利用する生徒がいることも想定される。

【題材の数学的な内容の深まり】

小学校と中学校の違いは3点ある。1点目は、小学校は縮図の例が描かれているが、中学校は縮図の例が描かれていないことである。中学校では、「建物・木の高さを、縮図を利用して求めるにはどのようなことを調べればよいか」ということを考えることから学習が始まっており、縮図は自分で考えて描く必要がある。また、中学校では縮図を書かずに求めようとする考え方が想定される。縮図は、元の図形と縮図が相似な関係となっているが、測量の際に物を立てるなどして、一つの図に2つの相似な図形を見出すことも可能である。2点目は、小学校は縮尺の設定がされているが、中学校は縮尺が設定されていないことである。中学校は縮図の縮尺は生徒が決めるように促されている。3点目は、数値設定の違いである。小学校の数値は縮図を書きやすくするため容易な数値設定がされていることがわかる。実際に測量を行う際には、容易な数値設定となるとは限らないため、どのような値でも求めることができる力を育成する必要がある。

中学校と高等学校の違いは2点ある。1点目は、縮図の有無である。中学校では、縮図を書いて高さを測るが、高等学校は、縮図を描くことなく、タンジェントの値を用いて測定値を算出していることである。2点目は、測量方法の違いである。高等学校では、三角測量を活用するなど測量方法が豊かになることが想定される。これは、校舎の根本までの距離がわからなくても高さを求めることができる方法である。

(武埴 健)

3. 3 高等学校における題材Ⅱ

単元は数学Ⅰの「三角比」であり、全授業内容を学習した後に取り組んでもらうものと想定している。

3. 3. 1 授業の目標

三角比とは測量から生まれたもので、本質は直角三角形の辺の比およびそれに関連する相似である。しかし、教科書の問題等では測量的なものはあっても、身近なものに感じにくいものが多い。特に、座学だけで問題を解いていると、試験では直角三角形ではない三角形で三角比の値を考えたりする誤答も見ることがある。

本授業は「三角比」の最終授業であり、ここまでに正弦定理、余弦定理等を学習している。新しい定理を学習して、それに対応する演習問題に取り組むことも意義はあるが、目の前の問題に対し、状況を精査し、どの道具が利用できるのかを考えることで、それまでの授業内容を整理することも大きな目標である。

3. 3. 2 授業の概要

前時までに、角度を測ることができるアプリをスマートフォンにインストールしておき、使い方を覚えてもらう。また、4人1組程度の班を作成する。

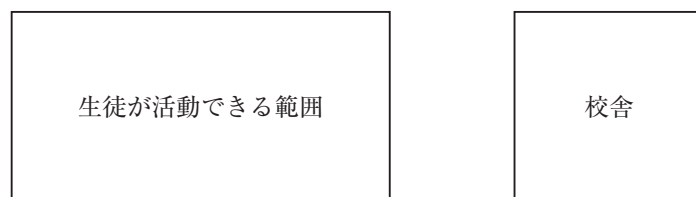
本時の展開は以下の通りである。

時間	主な学習活動と生徒の反応	指導上の留意点
0	学校の校舎の高さを測る。	
～ 35	各班の活動	各班にメジャーを配布する。 教員が助言することはせず、生徒の取り組みを観察する。
～ 50	三角比の表を用いて各班が算出した校舎の高さと測量方法の発表をしてもらう。 実際の高さと算出した高さの誤差を小さくするにはどうすれば良いかを検討する。	・ 2点観測が出てくることになる。「正弦定理」が解決の核になることを発問から引き出す。 ・ 実際の校舎の高さを教える ・ 活動内容の振り返りはアンケートで回収する。

3. 3. 3 授業の数学的活動と3つの接続の視点

本授業では、図のような限られたスペースと限られた道具でどのように問題解決をするかを考えてもらい、より現実的な状況の中で道具を精査することから始め、三角比が実生活に利用できることを体験し、そして、結果を振り返って測量の精度を上げることを考えてもらうことを主眼としている。

使用できる道具は、角度を測るアプリ、メジャー、三角比の表である。



<問題発見>

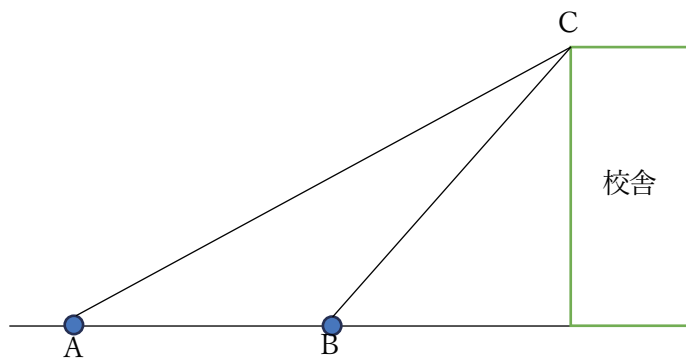
校舎の高さを測るためにはどうすればよいか。

<問題解決>

2点からの仰角を測ることと、その2点間の距離を測ることで解決できる。

<数学的内容>

2点からの角度を測り、その2点間の距離を測ることで正弦定理が利用できることを見抜くことができれば本授業の核心に到達することになる。(下図を参考にしてもらいたい)



以下のような説明（証明）を生徒が表現することができることが理想である。

$\angle CAB = \alpha^\circ$, $\angle CBA = \beta^\circ$, $AB = c(\text{m})$ とする。

正弦定理を用いて、

$$\frac{BC}{\sin \alpha^\circ} = \frac{c}{\sin(\beta^\circ - \alpha^\circ)}$$

$$BC = \frac{c \sin \alpha^\circ}{\sin(\beta^\circ - \alpha^\circ)}$$

したがって、校舎の高さを h (m) とすると、

$$h = \frac{c \sin \alpha^\circ \sin \beta^\circ}{\sin(\beta^\circ - \alpha^\circ)}$$

である。

(萩原 洋介)

4. 数学的活動の接続について

ここでは、同一題材を用いた小学校・中学校・高等学校の数学的活動の接続について、教材ⅠとⅡそれぞれに対し、数学的活動の「問題発見」と「問題解決」の部分と「数学的な内容」という3つの視点で考察する。

4. 1 題材Ⅰ「17段目の不思議」について

問題発見の場面では、この題材を用いた授業の問題は、小中高すべてで17段目の不思議を体験し驚きを持たせてから、小学校・中学校では2段目の数字を変えたらどうかと問い、小学校ではいつでもそうなるのか、きまりをみつけよというのが問題で、中学校ではみつけたきまりを証明せよというのが問題であった。高等学校では、 N 進法に変えたらどうかと問い、みつけたきまりを証明せよというのが問題であった。

問題解決の場面では、小学校では計算して調べ、きまりを帰納的推論をし、計算して調べつくすことによってきまりを確認しているが、中学校では、帰納的推論したきまりを、計算で調べつくすことなく、文字式を利用して演繹的証明をしている。さらに高等学校では、文字式計算をすることなく文字式からよみとることによって演繹的証明をしている。小中高で、解決方法に変化が見られる。小学校と中学校の違いは文字式を学習したことによるもので、中学校と高等学校の違いは、文字式を利用することに習熟してきていること、証明の学習をしていることによるものだろう。問題解決の質の高まりが顕著であり、数学的活動の連続性と発展性がある。

数学的内容は、小学校と中学校では問題の場面は同じであるが、文字式を学習していることによって解決方法の違いがある。高等学校では、17段目以降のことを考察し、 N 進法を学習していることによって、発展的な内容となっている。

4. 2 題材Ⅱ「高さを測る」について

問題を発見する場面について、小学校では、小さすぎたり大きすぎたりといった測りづらいものの長さを求めてきたことを振り返り、測りづらいものは他にないかと発展的に考えることで、木の高さなどの測定しにくいものの長さを測るといった問題を見いださせる。中学校、高等学校では、直接測定することが困難な高さを求める問題として校舎の高さを求めようという問いを与えている。どの学校種においても、直接測定することが困難なものの長さ（高さ）を求めようという問いからはじまる。小学校では問わないが、中高ではより簡潔・精度高く測定するにはどうすればよいかと測定方法を議論する。中学校では測りたい校舎の足元まで行けるが、高等学校では行けない設定となっている。

問題解決の場面について、小学校では、自力解決後、班で考えを共有し実測する協働的な問題解決を行い、それぞれの班の測り方と結果を共有し比較することを通して、どの考えも拡大図・縮図の考え方を利用していることに気付かせる。その際、測定誤差についても取り上げ、正確さに着目させる。最後に、本授業の学習を振り返ることで、拡大図・縮図の考え方が日常生活に生かせることに気づき、進んで活用しようとする態度を養うことを目指す。中学校では、実際に測量するために、どのような方法が適切かを考える。縮図をかくために必要な情報を考えることを通して測定作業の際に測定する値を決定する。必要な情報だけでなく、より簡潔に・より精度高く測定するために、何を測定するか（ある程度遠くから見込む角度の方が誤差が小さい等）や測る順序につい

でも考える。高等学校では、測りたい校舎の足元まで行けない状況下で、既習の正弦定理等を活用する問題解決に取り組みさせる。高等学校でも、中学校同様、より簡潔に・より精度高くするためにはどうすればよいかを考察する。また、班で考えを共有し実測する協働的な問題解決に取り組みさせる。

数学的な内容の高まりについて、小学校では、拡大図・縮図の考えを利用することで、測定しにくいものの長さを測定できることに気付くことである。小学校においては、測定方法の正確さや容易さに関する議論は主として取り上げず、拡大図・縮図の考えを利用することのよさを大切にしていく。中学校では、縮図を与えず、生徒自ら縮尺を考え縮図をかく。高等学校では、正弦定理等利用できる知識が増えているので、測定方法が多くなる。中学校と高等学校では、測定方法の正確さ容易さに関して議論する。本題材は、校種が上がるにつれて多様な解決方法ができるため、より正確により容易に測定することができるようになる。

(佐藤 亮太)

5. まとめと今後の課題

小学校・中学校・高等学校における数学的活動は連続性と発展性があるはずであるという仮説に対し、本稿では、同一題材を用いた小学校・中学校・高等学校の数学的活動の接続について明らかにすることを目的とし、2つの具体例から数学的活動の問題発見の部分と問題解決の部分に分けて比較し、また、数学的な内容についても比較した。

小中高と校種が上がるにつれて、数学的内容が豊かになるのは当然である。そのため、同じ題材であっても問題にする部分が異なる。また、数学的な見方・考え方も豊かになっているので、問題発見・問題解決にも違いがある。逆に、違いがあるように設定し、各校種で焦点を当てるべき数学的活動を明らかにし、授業設計・カリキュラム設計を行いたい。そうすることにより、数学的活動の質の向上が見込め、児童・生徒に数学的活動の連続性と発展性を実感させることができると考える。本稿では、2つの題材について整理・提案した。2つでは述べにくいだが、問題発見については、小学校では素朴な疑問から問題発見していて、中学校・高等学校では一般性や構造の解明を問題としている。問題解決については、小・中・高と上がるにつれ、手を動かすのではなく頭を働かせる解決方法で、解決方法が洗練されていた。

今後の課題は、次の2点である。1点目は、題材を増やすとともに、実践し、数学的活動の接続について明らかにするための視点である「問題発見の部分」、「問題解決の部分」と「数学的な内容」の3つについて比較する方法を検討することである。2点目は、研究を通して得られた知見を、各学校で行っている現職研修セミナーや学会発表、教育実習の機会を通して、広めたり、改善するための示唆を得たりし、教員養成に生かすことである。

(佐藤 亮太)

【引用・参考文献】

- i 文部科学省 (2018). 高等学校学習指導要領 (平成30年告示) 解説 数学編 理数編.
- ii 國宗進 (2017). 数学教育における論証の理解とその学習指導. 東洋館出版社.
- iii 筑波大学附属小中高等学校算数・数学科 (2023). 算数・数学教育で育てたい資質・能力を考える. 第8回筑波大学附属小中高等学校算数・数学科合同研究会, 当日配布資料.
- iv 薄井裕樹・更科元子・鈴木清夫・須田学・須藤雄生・町田多加志・三井田裕樹・森脇雄・吉崎健太 (2022). 創造的な教材・指導法及びカリキュラムの開発 開発教材集 (2004年度～2021年度). 筑波大学附属駒場中・高等学校数学科.
- v 小岩大 (2020). 生徒の文字式利用の様相に関する一考察: 速算の探究に焦点を当てて. 日本数学教育学会

誌数学教育, 102 (7). 2-13.

- vi 田中義久・上山健太・山上佳男 (2021). 数列の発展的な探究課題の開発 — 「17段目のなぞ」の周期性に着目して—. 日本数学教育学会, 103 (1). 2-10.
- vii 伊禮三之, 龍田智恵美, 青木慎恵 (2016). フィボナッチ数列の周期性を題材としたRLA. 琉球大学教育学部紀要88. 307-318.
- viii 多和田実, 漢那初美 (2018). 「数学における探究活動」の指導に関する考察 — 「フィボナッチ数列を題材としたRLA」の授業を通して—. 琉球大学教育学部紀要 93. 105-114.
- ix 矢崎成俊 (2023) 「17段目の不思議」よりも不思議な60段. 現代数学, 56 (7). 10-15. 現代数学社.
- x 北山秀隆, 松山ともこ, 塩見大輔 (2019). 高等学校数学における発展的学習の考察とその背景—フィボナッチ数列の剰余の周期について—. 和歌山大学教育学部紀要69. 67-74.