



# 東京学芸大学リポジトリ

Tokyo Gakugei University Repository

空間思考の育成を目指した教材開発に関する研究：  
動的幾何ソフトウェアを用いて

メタデータ	言語: 出版者: 東京学芸大学数学科教育学研究室 公開日: 2024-07-02 キーワード (Ja): ETYP: 教育実践 キーワード (En): 作成者: 相澤, 匡紀 メールアドレス: 所属: 群馬県立長野原高等学校
URL	<a href="https://doi.org/10.50889/0002000611">https://doi.org/10.50889/0002000611</a>

## 空間思考の育成を目指した教材開発に関する研究

## —動的幾何ソフトウェアを用いて—

相澤 匡紀

## 要 約

本研究の目的は、動的幾何ソフトウェアを用いた空間思考の育成を目指した教材開発の枠組みを構築し、教材を開発することである。この目的を達成するために、第1に、空間思考の基礎的考察を述べる。第2に、先行研究において述べられてきた、空間思考の育成を目指した教材開発の視点を整理し、本研究における教材開発の視点を明確にする。第3に、教材開発の視点に基づき、実際に教材を開発し、開発した教材の数学教育的価値について考察する。

## 本論文の構成

序章 本研究の目的と方法	育成を目指した教材開発の枠組みの構築
0.1 本研究の背景と目的	
0.2 本研究の方法	
第1章 空間思考の基礎的考察	第3章 動的幾何ソフトウェアを用いた空間思考の育成を目指した投影図の教材開発とその試行
1.1 空間思考の定義	
1.2 空間思考が定義されるまでの背景	3.1 動的幾何ソフトウェアを用いた空間思考の育成を目指した投影図の教材の開発
1.3 空間思考に関わる生徒の実態と課題	
第2章 空間思考の育成を目指した教材開発の枠組みの構築	3.2 開発した問題の解決における学習者の思考の実際と分析
2.1 空間思考の育成を目指した教材開発の枠組みに関わる先行研究の検討	3.3 投影図の学習指導への示唆
2.2 動的幾何ソフトウェアに関わる先行研究の検討	終章 本研究の総括と今後の課題
2.3 動的幾何ソフトを用いた空間思考の	4.1 本研究の総括
	4.2 今後の課題

## 1. 研究の目的と方法

空間図形の指導では、空間図形概念を形成するとともに、実在的空間や抽象空間に関する想像力や直観力を育成することが重要である(川名・池田, 1994)。また、実在的空間をモデル化して抽象空間を作り、図形の性質

や図形間の関係を用いて論理的に考察する力を育成することが重要である。しかしながら、生徒の実態を見ると、上記の力の育成が十分になされているとは言えないことが様々な調査によって明らかにされている(水谷, 2001; 太田, 1986; 風間, 1993)。

上記の実態を改善していくためには、生徒が問題解決において、実在的空間や抽象空間に関する想像力や直観力を働かせながら、論理的に考察する思考、即ち空間思考を働かせ、数学的活動を遂行するとともに、数学的活動をどのように遂行したのか自覚し、反省する学習が必要であると考え。上記の思考に基づく数学的活動の遂行と反省の促進において、筆者は、動的幾何ソフトウェア（図形の動的変形を可能にしたソフトウェアの総称）が有効に機能すると考える。飯島（2021）は、動的幾何ソフトウェアを含むICTの利用によって、「人とソフトの対話」が生まれ、一定の時間と労力でも探究の広さや深さが変わっていくことを指摘している。「人とソフトの対話」から、生徒自身が数学的活動を反省的に捉えることが可能であり、空間思考の育成も図られると考える。投影図の学習で言えば、動的幾何ソフトウェアを用いることによって、生徒自身が立体を観察している方向はどの方向か、観察の対象は何かといった、観察する活動自体を反省的に捉え、複数の視点から立体を観察することを通じて、平面図と立面図を論理的に関連付け、視点を統合する力を育成することができる。と考える。

今日では、生徒が数学的活動を遂行し、反省することができる動的幾何ソフトウェアが学校教育にも導入され、生徒を取り巻く学習環境が大きく変化してきた。一方で、動的幾何ソフトウェアを用いた際の空間図形の教材開発については、十分には進められてきていない。また、動的幾何ソフトウェアを用いた際の空間図形の教材開発の視点についても明確にはなっていない。以上の研究の背景を踏まえ、本研究の目的を以下のように設定する。

本研究の目的は、動的幾何ソフトウェアを用いた際の空間図形の教材開発の視点を明確にするとともに、明確にした教材開発の視点に基づき、空間思考の育成を目指した教材開発を行うことである。上記の研究目的を達成するために、本研究では次の方法をとる。

第一に、空間思考の基礎的考察を述べる。第二に、先行研究において述べられてきた、空間思考の育成を目指した教材開発の視点を整理する。そして、本研究における教材開発の視点を明確にする。第三に教材開発の視点に基づき教材を開発する。また、開発した教材の数学教育的価値について考察すること及び開発した教材を大学生に対して試行し、空間思考の実態と分析の結果を述べる。第四に、本研究の総括及び今後の課題を述べる。

## 2. 空間思考の基礎的考察

### (1) 空間思考の定義

狭間他（2000）は、空間思考を「実在的空間および抽象的空間に関わる課題の遂行場面で、いろいろな直観的基盤をもとに、空間像をつくり、操作する知的活動」と定義している。

直観的基盤とは、「ア. 実際的なモデル(実物、立体模型、写真など)」、「イ. 規約的な図表現（見取図、各種投影による図表示、展開図、切断面図、パソコン画面の図表示、地図など）」、「ウ. 言語・記号・式表示」の3つを意味する。また、「空間像をつくる」とは、空間図形のイメージをつくることを意味する。そして、「空間像を操作する」とは、立体の移動や回転とともに、立体の合成・分解、投影、展開、切断することである。また、空間像を操作する際、3次元の事物を観察する視点の変更や

統合が行われる。

狭間他（2000）の空間思考の定義を援用する理由は2つある。1つ目は、空間像の構成と操作、観察する視点の変更や統合を考慮しており、空間図形の学習において、これらの項目は必要不可欠だからである。2つ目は、複雑な空間に関わる力を育成する数学的活動を、直観的基盤を基に、空間像をつくり、操作するという単純な構造で捉えており、教材を開発する上で有益な定義だからである。

### （2）空間思考が定義されるまでの背景

我が国で「空間思考」、「空間思考力」を初めて用いたのは加藤重義（1937）とされている（狭間他，2000）。加藤が述べる空間思考力とは、空間に関する考察力・想像力・推理力等が組み合わされた能力であり、日常の場面での課題を空間と平面を一体ととらえ、具体物を伴った操作活動を通して、相互に関連付けた学習を行うことで育成されるものと言える。

狭間（2000）の空間思考の概念規定は、加藤（1937）の述べる空間思考の価値を担保しつつ、Hershkowitz et al.（1996）の心的イメージの図式で複雑な空間に関わる活動を整理したものである。

筆者は、空間思考の数学教育的価値として、実在的空間や抽象空間に関する想像力や直観力を養うことができること、空間思考を育成することで数学的に推論することや、論理的に考察する力が養うことができることの2つがあると考える。

### （3）空間思考に関わる生徒の実態と課題

空間思考に関わる生徒の実態として、大きく2つの課題がある。1つ目は、実在的空間や抽象空間に関する想像力や直観力が十分に

育成されていない実態である（水谷，2001；太田，1986）。2つ目は、実在的空間をモデル化して抽象空間を作り、図形の性質や図形間の関係を用いて論理的に考察する力が十分に育成されていない実態である（風間，1993）。

## 3. 空間思考の育成を目指した教材開発の枠組みの構築

### （1）空間思考の育成を目指した教材開発の枠組みに関わる先行研究の検討

狭間他（2000）は、空間思考の育成を目指した教材開発の枠組みについて、調査研究から得られた空間思考の生徒の実態を踏まえ、空間思考の育成に焦点をあて、教材開発の視点を「A. 対象との関わり」「B. 立体・空間に関する観察、具体的な操作などの活動の観点（数学的見方・考え方）」「C. 表現形式、および表示間の関連づけ」「D. 数学的知識・技能」の4つの柱で構成した。

A. は、学習対象と事物・現象、図、及び概念や関係を表す言語・記号とをつなぐ活動の観点である。B. は、3次元事物や2次元表示などの対象に対し、操作する際、視点の変更や統合、対象の運動や変形を行うことに関わる観点である。また、自分の身体を軸として、捉えることに関わる観点である。C. は、3次元事物や2次元表現の操作に対し、3次元事物を用いて表現することや2次元表現をすること、並びに表現間の関連づけに関わる観点である。D. は、数学的知識・技能の観点である。狭間他（2000）の教材開発の視点では、空間像の構成・操作をする上で、必要となる観察や具体的操作に着目しているとともに、視点の変更や統合、対象の運動や変形に着目している。また、表現形式および表現間の関

連づけに着目している。空間思考を育成する上で、観察や具体的操作、視点の変更や統合、対象の運動や変形、表現形式および表現間の関連づけは必要不可欠であることから、これらの視点は、教材開発の視点として有益なものである。実際、狭間他(2000)においても、空間思考を育成する算数・数学的活動が教材開発の視点として用いられている。以上のことから、本研究においても、狭間他(2000)の空間思考を育成する算数・数学的活動を教材開発の視点として位置づける。

## (2) 動的幾何ソフトウェアに関する先行研究の検討

Leung(2011)は、動的幾何学環境(Dynamic Geometric Environment: DGE)におけるタスクデザインモデルを設計しており、PM(Practice Mode)、CDM(Critical Discernment Mode)、DSM(DGE Situated Mode)の3つの局面を設定している。ここでの動的幾何環境とは、Cabriなどの動的幾何ソフトウェアを使用することのできる学習環境を指し、DGEと呼ぶこともある。

表1 動的幾何環境下タスクデザインモデル  
(Leung, 2011, pp. 329-330)

### PM:動かす行為の設定

PM1:動的幾何環境に組み込まれたツール(ICT)を使用して、幾何学的対象を構築したり、事前に設計された幾何学的対象を操作する。

PM2:動かしてICTと対話する。具体的には以下が挙げられる。

(ア)知識ベースの決まった動かし方(動かし方を学ぶ)。

(イ)動かして、予想を立てることを学

ぶ。

(ウ)対話を学ぶ:動かしている最中にさまざまな動的幾何環境の対象を同時に認識し、さまざまな動かし方で応じる。

### CDM:操作を通じて不変である特徴に焦点を当てる

変動と不変のパターンを観察、記録、再構築する。

(ア)探索中の幾何学的状況の不変の特徴を探す。

(イ)柔軟に動かすことのできる幾何学的対象を構築し(PM2を利用して)、不変の特徴を再構築する。

### DSM:動的幾何環境下でのディスコースの確立

DSM1:一般化された予想を行う。

(ア)誘導ドラッグ:動かして、さまざまな状況で同じ不変の特徴を表示する。

(イ)幾何学的対象の構築

(ウ)動かして、考え方を合わせる。

DSM2:動的幾何環境で起きた現象を説明または証明するためのディスコースを開発する。

(ア)DSM1で行われた推測のための対象の構築(帰納的および演繹的推論による)。

(イ)ドラッグテストの実行。

(ウ)説明または証明するための動かすことを利用したディスコースを開発する。

各段階について、詳述する。PMは、動的幾何ソフトウェアを用いて、幾何学的対象を操作すること、動的幾何ソフトウェアと対話する局面である。またLeung(2011)は、PMでは、動的幾何ソフトウェアの操作方法を知り、実

際に操作することによって、動的幾何ソフトウェアに慣れることや学習者と動的幾何ソフトウェアの間の相互作用を構成することができる必要があること、動的幾何ソフトウェアの操作ツールについては、学習者が自由に教師の意図した操作ツールを使用できるようにし、教師は学習者がそれらのツールを自由に操作できるよう配慮しなければならないことを指摘している。

CDM について、Leung (2011) は、「学習者が『ドラッグ対話』に慣れると、学習者は注意の焦点を移して、探索中の幾何学的状況のドラッグ不変の特徴を探ることができる。これは、数学的概念の形成が行われる可能性のある重要な局面である」(p.329) と述べている。つまり、PM を経た上で、点や辺、観察する視点などの対象を動かしても変わらない不変の特徴を探る局面である。

DSM は、CDM で動的幾何ソフトウェア上のタスクの不変の特徴を見出した上で、この不変の特徴に関して、推論する局面である。ここでの推論の方法として、新たに動的幾何ソフトウェア上で、幾何的对象を動かし、帰納的に推論を働かせることや、幾何的对象を構築し、他の幾何的对象を操作したとしても、新たに作成した対象は不変の構造であることを見出すような演繹的推論があると Leung (2011) は、指摘している。

Leung (2011) のタスクデザインモデルでは、学習者が動的幾何ソフトウェアの機能を把握できるように配慮するとともに、動的幾何ソフトウェアを操作する中で、数学的な対象を同定し、同定した対象について推論・対話することを重視しているため、価値があると考えられる。それゆえに、空間思考の育成を目指し

た教材開発の視点に、Leung (2011) のタスクデザインモデルや事例から以下の視点を活動の項目として取り入れる (表 2)。

表 2 動的幾何ソフトウェアを用いた活動の項目

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>a). 幾何的对象を操作 (図形の構成, 図形をみる視点の変更) する活動.</li> <li>b). 動的幾何ソフトウェアと対話する活動.</li> <li>c). 図形を操作 (図形の構成, 図形をみる視点の変更) し, 幾何的对象を観察する活動.</li> <li>d). 予想を立てる活動.</li> <li>e). 同定した幾何的对象に着目して, 推論・対話する活動.</li> </ul> |
|---|

a). b). は、Leung (2011) のタスクデザインモデルの PM に該当する活動の項目であり、動的幾何ソフトウェアの機能を把握するための活動の項目である。

c). は、Leung (2011) のタスクデザインモデルの CDM に該当する活動の項目であり、動的幾何ソフトウェアを操作し、幾何的对象を同定するための活動の項目である。

d). e). は、Leung (2011) のタスクデザインモデルの DSM に該当する活動の項目であり、同定した対象について推論・対話するための活動の観点である。

### (3)動的幾何ソフトを用いた空間思考の育成を目指した教材開発の枠組みの構築

開発する教材の問いに、動的幾何ソフトウェアを用いた活動の項目を据えた場合、まず表 1 の幾何的对象との関わり方が変わる。この観点は、狭間他 (2000) の「A. 対象との関わり」の観点到当たる。学習者が動的幾何ソフトウェアを用いる際、立体を操作したり、



視点を変更したりして、幾何の対象について同定し、予想を立て、推論する活動を行うことが考えられる (d. e.). この動的な関わり方は、狭間他 (2000) の述べる「A1. 3次元事物を対象とする観察、具体的な操作などの活動」と同一な活動である。

以上のことから、動的幾何ソフトウェア上の対象物との関わり方には、2通りの関わり方がある。1つ目は、対象物の変形や学習者の視点の変更が行われる動的な関わり方である。これは、狭間他 (2000) の A1. に相当する関わり方である。2つ目は、対象物を規約的な図表現として読み取り、分析する静的な関わり方である。これは、狭間他 (2000) の A2. に相当する関わり方である。

B. 空間的イメージの形成と操作の観点については、動的幾何ソフトウェアによる操作の観点が新たに含まれる。具体的には、動的幾何ソフトウェアによる平面の構成やある条件を持った直線の構成などの幾何の対象の操作が挙げられる。本研究では、B3. ウ. とし、動的幾何ソフトウェアによる操作の観点を設ける。

また、C. 動的幾何ソフトウェア上に新たに幾何の対象を表現することは、具体モデルを利用する方法の一種であることから、C1. に、動的幾何ソフトウェアも含めることにする。

以上のことから、本研究では、空間思考の育成を目指した教材開発の枠組みと動的幾何ソフトウェアの活動の観点を以下のように設定する (表 3)。また、動的幾何ソフトウェアの活動の観点は、開発した教材の問いの項目として設定する。

表 3 教材開発の枠組み

空間思考の育成を目指した教材開発の枠組み	
A.	対象との関わり
A1.	事物・現象、模型、動的幾何ソフトウェアなどの3次元事物を対象とする動的な観察、具体的な操作などの活動 (d. e.).
A2.	2次元表示 (写真、絵; 見取図, 展開図, 各種投影的図, 切断図, ビデオ・コンピュータの画像, 動的幾何ソフトウェアなど) に基づく静的な観察、具体的な操作などの活動 (d. e.).
A3.	言語・記号表示に基づく観察, 推論.
B.	立体・空間に関する観察, 具体的な操作などの活動の観点 (数学的見方・考え方)
B1.	3次元事物を観察する視点の変更と統合.
	ア. 見やすい1視点から.
	イ. 複数視点から.
	ウ. 視点と自由な変更と統合.
B2.	空間における定位: 自分の身体を軸にした座標系から他の座標系への移行
	ア. 空間における自分の身体を軸として各対象の位置を同定する (左右・前後・上下, 垂直・水平など).
	イ. 自分から見た対象の位置を基に各対象の位置を同定する.
	ウ. いくつか視点を変えて見た対象の位置を基に対象間相互の位置を同定する.
	エ. 任意の対象を基準にしてそれとの位置関係で, 他の対象を同定する.
B3.	対象を運動, 変形などの操作によって捉える.

- ア. 位置の変化（運動：移動，回転，軌跡など）.
- イ. 構造の変化（変形：合成・分解，展開，切断，投影など）.
- ウ. 動的幾何ソフトウェアによる操作.
- エ. アとイの合成.

B4. 拡大・縮小によって捉える.

C. 表現形式，および表示間の関連づけ

C1. 3次元事物による表現：粘土，ストローとモール，紙，動的幾何ソフトウェアなどによる立体模型の構成. 空間関係の具体例の構成.

C2. 3次元事物の2次元表現（見取図. 展開図. 投影図. 切断面の図. 運動や関係を表す図，パソコン画面上の表現など）.

C3. 3次元表示と2次元表示間の，2次元表示間の関連づけおよび表示間の移行.

C4. 言語・記号表示と3次元立体またはその2次元表示との関連づけ.

D. 数学的知識・技能

#### 動的幾何ソフトウェアを用いた活動

- a). 幾何的対象を操作（図形の構成，図形をみる視点の変更）する活動.
- b). 動的幾何ソフトウェアと対話する活動.
- c). 図形を操作（図形の構成，図形をみる視点の変更）し，幾何的対象を同定する活動.
- d). 予想を立てる活動.
- e). 同定した幾何的対象に着目して，推論・対話する活動.

#### 4. 動的幾何ソフトウェアを用いた空間思考の育成を目指した投影図の教材開発と試行

##### (1)動的幾何ソフトウェアを用いた空間思考の育成を目指した投影図の教材の開発

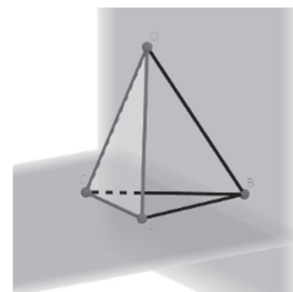
###### ①開発した教材

空間思考の育成を目指した問題を表4の枠組みで開発した. 以下がその問題であり, 3問構成である.

###### 【問題】

三角錐  $O-ABC$  がある. 辺の長さは表の通りです. 次の問いに答えましょう.

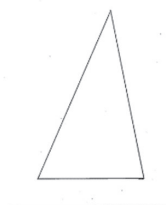
OA	6.5
OB	7.5
OC	7
AB	5
BC	6
CA	4



(1) 作図ソフト上にある三角錐を様々な視点から観察してみましょう.

(2) 面  $ABC$  を底面として，面  $OAC$  を正面にした時の投影図を，作図ソフトに描きましょう.

(3) 下の図は面  $ABC$  を底面として，面  $OAC$  を正面<sup>1</sup>にした時の投影図を途中まで描いたものです. 残りを完成させましょう.





## ②問題解決過程

本稿では、(3)の問題解決過程について詳述する。(2)では、三角錐の各点から立面図、平面図に対し、垂直となるように投影線を引き、三角錐の立面図、平面図を描くことを行った(図1)。

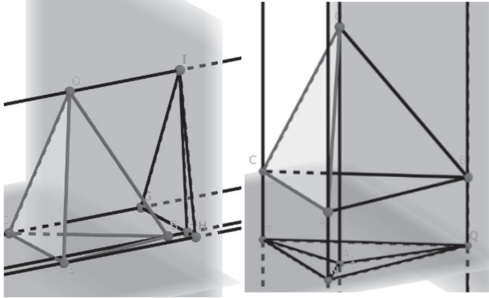


図1 立面図と平面図

(3)では、(2)を踏まえ、動的幾何ソフトウェア上にある三角錐の投影図を紙面上に表現する問題である。投影図を表現する際に焦点となるのは、平面図上に三角錐の垂線の足Hをどう描けばよいかということである。

問い. 平面図上に三角錐の垂線の足Hをどのように描けばよいか.

動的幾何ソフトウェアの平面上に表現された三角形の内部にある三角錐の垂線の足を描くことを通じて、三角錐を様々な方向から観察することが行われる(図2)。

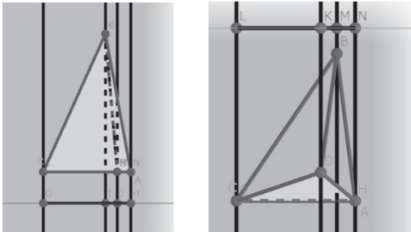


図2 三角錐の様々な方向からの観察

そして、動的幾何ソフトウェア上の三角錐を様々な方向から観察することを通じて、2つの直角三角形OHAを見出すことができる(図3)。

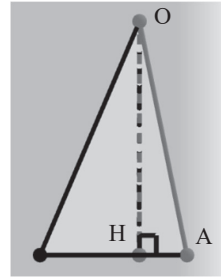


図3 直角三角形OHAを見出す

点Hは紙面上の投影図の基線<sup>2</sup>に対して垂直な点Oを通る直線上に存在することから、平面図上の点Aに相当する点から点Hまでの距離が分かれば、点Hの位置を特定することができる。すなわち直角三角形OHAを紙面上に描き、辺AHの長さを測り取れば良い。問題で与えられている辺の長さをもとに直角三角形OHAを描くと図4のようになる。そして、線分AHの長さを測り取り、紙面上の投影図に描くことができる(図5)<sup>3</sup>。



図4 直角三角形OHAを描く

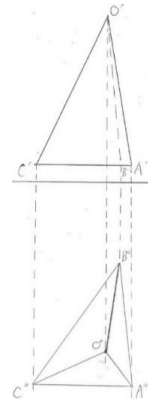


図5 三角錐の投影図

## ③本教材の数学教育的価値

本教材の数学教育的価値は、以下の4つで

ある。1 つ目は、生徒が動的幾何ソフトウェア上にある三角錐を動かし、様々な方向から観察から、投影的な見方を育むことができることがある。2 つ目は、生徒が投影的に見ることは、投影平面に対して、投影線が垂直となるように観察することであると投影平面と投影線の関係を見出すことができることがある。3 つ目は、(2)で行う様々な視点から三角錐を観察し、投影平面に投影図を描く活動を基に、投影された同一の点を統合することができることである。4 つ目は、様々な視点の観察から、三角錐の内部にある図形を見出し、三角錐の垂線の位置を求めることができることである。

#### (2)開発した問題の解決における学習者の思考の実際と分析

開発した教材を国立大学の数学科ではない教員養成課程の学生に対し、試行し、大学生の空間思考の分析を行った。空間思考の分析の結果として、以下の3つが得られた。1点目は、作図ソフト上の対象物に対し、動的な関わり方と静的な関わり方では、動的な関わり方をした場合の方が精緻な推論が行われており、静的な関わり方をした場合には、直感的な推論に留まってしまう傾向にあることである。2点目は、数学的知識・技能によって、作図ソフト上の対象物に対しての関わり方について、対象物を動かすという動的な関わり方よりも対象物や図表現を読み取るという静的な関わり方が優位に働くことである。3点目は、作図ソフト上の対象物に対し動的な関わり方を行った場合にも、2つの水準があることである。1つ目は、見る視点の方向を意識しながら、対象物を複数の視点から観察し、複数の観察の結果から推論を働かせ、視点の

統合が行われる水準である。2つ目は、対象物を動かし、ある1視点の観察から推論を働かせる水準である。この水準では、見る視点の方向の意識がなされない傾向にあり、視点の統合や表現として不十分な記述が見られる。

#### (3) 投影図の学習指導への示唆

投影図の学習指導への示唆として、次の3つが得られた。1つ目は、空間図形概念を形成するために、様々な立体を用いて投影図を読む、描く活動を充実させることが必要であることである。

2つ目は、学習者が対象をどのように見ているのか捉え、複数の視点からの観察の結果を基に推論することができる指導を行うことが必要であるということである。見る視点を決定する力や見ている視点を意識化する力の重要性はこれまでの先行研究で指摘されている(Hershkowitz et al., 1996; 太田, 2013)。動的幾何ソフトウェア上の対象物を観察する場合においても、学習者がどのように見ているのかを意識化する指導が必要である。

3つ目は、動的幾何ソフトウェアで構成した線分や平面の意味を捉えることができる指導を行うことが必要であるということである。

### 5. 本研究の総括と今後の課題

本研究の目的は、動的幾何ソフトウェアを用いた空間思考の育成を目指した教材を開発することである。そのために、先行研究で述べられてきた空間思考に関わる教材開発の枠組みに動的幾何ソフトウェアの5つの活動の項目を取り入れた。そして、開発した教材開発の枠組みをもとに投影図の教材を開発した。今後の課題は、2点ある。1点目は、本研究で整理した教材開発の視点をもとに、空間思考

の育成を目指した教材をさらに開発することである。2点目は、開発した教材を用いた授業実践を行い、教材の有効性を検討することである。

### 注

- 1) 画法幾何学の定義から見ると、「正射影」という語を用いる必要があるが、投影的な見方を育成することをねらいとしていることから、「正射影」という語を用いることは控えた。
- 2) 立画面と平画面の交線である。
- 3) 三角錐の展開図を組み立てる活動を通じて、三角錐の垂線の足を描くこともできる(太田, 2010)。

### 引用・参考文献

- 狭間節子他(2000). 数学教育における空間思考の育成に関する研究. 平成9~11年度科学研究費補助金(基礎研究(C)(2))研究成果報告書.
- Hershkowitz, R., Parzysz, B., & Van Dormolen. (1996). Space and Shape. In Bishop, A. et al(Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*(pp.161-204). Kluwer Academic Publishers.
- 飯島康之(2021). 「第二の現代化」を実現していくためのインパクトとしてICTを使いこなす—それによって可能になる数学的探究に注目し、授業にこだわる—. 日本数学教育学会誌, 103(5), 23-30. [https://doi.org/10.32296/jjsme.103.5\\_23](https://doi.org/10.32296/jjsme.103.5_23)
- 加藤重義(1937). 空間概念陶冶の本質と新指導. 成美堂.
- 川名基・池田敏和(1994). 「空間の想像力」

を育成するための指導に関する事例的研究—中学校1年「立体の切断」において—. 日本数学教育学会誌, 76(3), 9-17.

[https://doi.org/10.32296/jjsme.76.3\\_9](https://doi.org/10.32296/jjsme.76.3_9)

Leung, A. (2011). An epistemic model of task design in dynamic geometry environment, *ZDM-Mathematics Education*, 43, 325-336. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-011-0329-2>

風間喜美江(1993). 空間概念の育成について. 兵庫教育大学大学院学校教育研究科修士論文.

水谷尚人(2001). 空間図形の指導における教具の効用に関する研究. 日本数学教育学会誌, 83(5), 2-9.

[https://doi.org/10.32296/jjsme.83.5\\_2](https://doi.org/10.32296/jjsme.83.5_2)

太田伸也(1986). 思考を促すための作業—模型作りにおける思考の考察—. 日本数学教育学会誌, 68(9), 14-21.

[https://doi.org/10.32296/jjsme.68.9\\_14](https://doi.org/10.32296/jjsme.68.9_14)

太田伸也(2010). 地震の震央・震源を求める問題から空間図形の問題へ: 「三角錐の頂点から底面への垂線の足の求め方」を中心に. 日本数学教育学会誌, 92(3), 2-9. [https://doi.org/10.32296/jjsme.92.3\\_2](https://doi.org/10.32296/jjsme.92.3_2)

太田伸也(2013). 空間図形を観る視点について. 日本数学教育学会数学教育学論究95巻臨時増刊 第46回秋期研究大会特集号. 33-40.

---

(あいざわ まさき

群馬県立長野原高等学校

〒377-1305 群馬県吾妻郡長野原町与喜屋  
21-1)