「概念的理解」を志向する数学科授業のデザインと実践：高校２年「微分と積分の考え」における授業実践報告

国際中等教育研究　第17号　p.67 ～ 78
東京学芸大学附属国際中等教育学校研究紀要

「概念的理解」を志向する数学科授業のデザインと実践

―高校２年「微分と積分の考え」における授業実践報告―

Design and Practice of Mathematics Classes Oriented to Conceptual Understanding

－A Report on the Practice of Teaching “The Idea of Differentiation and Integral Calculus” in the Second Year of High School－

「数学科」グループ
数学科　新井　健使
内野　浩子
指田　昭樹
菅原　幹雄
高橋　広明
本田　千春
野島　淳司

本稿は 2023 年 11 月 22 日に実施した本校公開授業研究会の数学科グループの実践報告である。本校数学科は，数学的リテラシーの育成を主たる理念として，本校独自の６年一貫カリキュラムを定めている。そのため，オリジナルテキスト TGUISS を作成し，日々の授業に活用している。現在，教科の研究会において，テキストの節ごとの「概念的理解」を作成し，その「概念的理解」を志向する授業のあり方を協議しており，本授業研究会においても，「概念的理解」を志向する授業を実践した。今回の単元は，曲線で囲まれた図形の面積や体積を適切に分割し，分割した個々の面積や体積を求め，足し合わせることでもとの面積や体積を求める過程を通して，「ある事象について，そのままでは考察が困難な場面では，その事象を適切に分割し，分割された対象を合わせることで，事象全体について考察が可能になることがある。」という概念的理解を促すことを目的としている。この目的の達成のために本授業では「どの分割が使いやすかったか」という概念的問いを発問し，概念的理解を促した。授業後の協議会においては，様々な意見や助言をいただいた。

１章　はじめに

本校数学科は，数学的リテラシーの育成を主たる理念として，本校独自の６年一貫カリキュラムを定めている（たとえば本校数学科，2013)。この教科の取り組みを支える教育システムが国際バカロレア（IB）の中等教育プログラム（MYP）であるが，その理論的基盤の一つに，「概念型カリキュラムと指導（CBCI）」(Erickson et al.，2017）がある。本校数学科では，現実場面の事象を数学的に定式化し，処理し，解釈する力，すなわち数学的モデル化に関わる力の育成を図ることを理念に据えている。そのため，オリジナルテキスト TGUISS を作成し，日々の授業に活用している。現在，教科の研究会において，テキストの節ごとの「概念的理解」を作成し，その「概念的理解」を志向する授業のあり方を協議している。昨年度の公開研究会では，本校数学科として「概念的理解」を志

向する授業について２つの授業を実践した。本授業研究会においても，昨年度に引き続き「概念的理解」を志向する授業を実践する。

２章　授業研究会テーマ「探究の問いが育む概念的理解」との関連

１節　「概念的理解」

昨年度の公開研究会でも述べたように（菅原幹雄ほか，2023），CBCI において，「概念」とは単語や短いフレーズで示される普遍的かつ抽象的なものとされており，“思考の構築物（mental construct）”と表現されている。この「概念」の関係を明文化したものが「一般化」と呼ばれ，この「一般化」が「概念的理解」であると CBCI では示している。たとえば，物体の運動をトピックとしたとき，“速度”や“傾き”，“直線”といった「概念」が形成され，“速度は直線の傾きによって，数学的に表される”といった「一般化」がなされる（エリクソンほか，2020，p.40）。この「一般化」は，１次関数の単元でも，２次関数の単元でも，微分の単元でも導出することが可能である。このように，「一般化」は，時，文化，状況を越えて転移するものである。

MYP において，「一般化」にあたるものが「探究テーマ」である。探究テーマは，概念と文脈との関係を表すもので，実際の内容により裏付けされた転移可能なアイデアを表現しているものであるが，単元の内容をこえて転移できないほど具体的なものであるべきではないとしている（国際バカロレア機構，2016，pp.73-74）。数学の手引きで示されている探究テーマの例も「関係性を表現したモデルを用いることにより，より良い意思決定が可能となる（二次関数でのテーマ例）」，「論理は，測定や観測を通して発見したものの妥当性を評価するための強力なツールである（平行線と角でのテーマ例）」（国際バカロレア機構，2020，pp.24-25）となっている。

CBCI と MYP の「概念的理解」に相当するものを比べたときに，CBCI の方が教科の特色が強く反映されているのに対し，MYP は逆に教科の色が反映されておらずむしろ他教科で使用することも可能な表し方となっている。ただし，CBCI において，例は上記の通りであるものの，概念には異なるレベルの一般性と複雑さがあり，マクロからミクロまでの概念が存在し，いずれも重要であることに言及している（エリクソンほか，2020，pp.58-59）。その意味では，特定の単元に閉じない概念の理解を志向するということが重要であることがわかる。あとは，その概念が，教科内の他単元に転移可能な（深みを与える）概念であるか，他教科等へ転移可能な（広がりを与える）概念であるかどうかの視点である。

したがって，本実践における「概念的理解」とは，特定の単元に閉じない複数の概念の関係を明文化したものであり，単元の学習を通して獲得すべき転移可能な理解を反映したものであるとする。

２節　「概念的理解」を志向する授業のデザイン

２－１　KUDs による授業デザイン

本授業研究会の主題に対して，数学科の授業実践は「概念的理解」促すために「探究の問い」を活用することになる。そこで，授業をデザインするにあたって，昨年度の公開研究会と同様に CBCI でも提示している KUDs を用いて説明することにする。KUDs とは，生徒が何を知るべきなのか（Know-事実に関する知識），何を理解すべきなのか（Understand-転移可能な概念的理解），何ができるようになるべきか（Do-スキルやプロセス）の頭文字をとったものである。たとえば，CBCI では**表１**に示すような例を挙げている。これからわかるように，K は学びの対象であり，D は学ぶ手法であり，

本実践で重視するUと相互に関係し合う。この3つを抑えることで,「学びの転移」を促す授業の枠組みができると考える。

表1　KUDsの例（エリクソンほか（2020），p.85を参考に新井ほかが作成）

K	生徒が知るべきこと（トピック型，事実に関する知識）	1. チョウの生活環の段階 2. 私たちの国の発展における重要な歴史上の人物と彼らの功績 3. 面積と体積の公式
U	生徒が理解すべきこと（その教科における転移可能な概念的理解）	1. 生活環は，種の存続を可能にする。 2. 歴史上の転換点は国家の社会的，経済的，政治的方向性を形成し得る。 3. 幾何学的図形は変換（平行，対称，回転，相似など）することによって複製することも変形することもできる。
D	生徒ができるようになるべきこと（特定のプロセスおよびスキル）	1. データまたはアイデアを示すモデルや図を作成する。 2. 一次および二次資料を用いて，異なる歴史的観点を分析および比較する。

2－2「探究の問い（思考をうながす問い）」の設定

「探究の問い（思考をうながす問い）」とは，生徒が概念的理解に向かって考えるプロセスを助けるもので,「事実的問い（事実に関する問い）」,「概念的問い（概念的な問い）」,「議論的問い（議論を喚起する問い）」にわけることができる（エリクソンほか, 2020, p.68；国際バカロレア機構, 2014, p.74)。MYPにおいては，単元を設計するにあたり必ず設定すべきものである。「事実的問い」を用いて知識の基礎を固め,「概念的問い」を投げかけることによって，生徒が自身の思考をより深い，転移可能な概念的理解へとつなげられるようにすることが，この「探究の問い」設定の目的である。

3章　「概念的理解」を志向する数学科授業のデザイン

1節　本実践における「概念的理解」

本公開授業で実践する授業は，数学Ⅱの「微分・積分の考え」に相当する内容であるが，数学Ⅲで学習する「区分求積法」の考えから導入している。現在，検定教科書では微分の考えから導入し，微分法の逆演算として不定積分を考え，そこから定積分，面積へとつながっていくのが一般的であるが，本校数学科では，現実場面の事象を数学的に定式化していくことを大切にしているので，面積を「区分求積法」によって求めることから積分へつなげている。この後，瞬間の速さを求めることで微分法につなげ，さらに，速さと移動距離の対応関係を考えることで，微分法と積分法の関係を見いださせている。このことは，この単元の概念的理解にもつながると考えている。

2節　単元設計

本単元の設計は表２である。

表２　単元設計

1. ⑷単元名	近似と極限	
2. 学習指導要領との関連	高等学校　数学Ⅱ　(5)微分・積分の考え 数学Ⅲ　(1)極限　ア(ｱ)・イ(ｱ) (3)積分法　イ(ｲ)	
3. [K]学習内容	1. 内側近似・外側近似・誤差の限界 2. 極限値 3. 区分求積法	
4. [U]概念的理解	1. ある事象について，そのままでは考察が困難な場面では，その事象を適切に分割し，分割された対象を合わせることで，事象全体について考察が可能になることがある。	
5. [D]プロセス・スキル	1. 具体的な図やモデルを用いて説明する。 2. 近似値を真の値に近づける方法を提案する。 3. 近似値を真の値に近づけたときそれが真の値であるか検証する。 4. 平面で得たスキルを立体に応用する。	
6. 探究の問い	（事実的問い） ・ 内側近似と外側近似が同じ値になることはあるか。 ・ 極限値を真の値としてよいか。 （概念的問い） ・ 曲線で囲まれた図形の面積を測定するにはどうしたらよいか。 ・ 使いやすい分割の方法はどのようなものだろう。 ・ 近似値を真の値に近づけるにはどうしたらよいか。 ・ 近似値を真の値にする方法はあるのか。	
9. 指導計画（計８時間）	第１時	ある島の面積を測定する方法を提案する。
	第２時	前時で提案した測定法の精度を高めていく方法を考え，検証する。
	第３時 （本時）	島の面積の測定法を用いて，放物線の下の面積を導き出す。
	第４時	内側近似と外側近似を考えることで，誤差を小さくしていく過程を理解させる。
	第５時	曲線で囲まれた面積を極限値として定める。
	第６時	極限値を計算する。区分求積法で平面図形の面積を計算する。
	第 7/8 時	区分求積法を立体の体積に応用する。

4章　「概念的理解」を志向する数学科授業の実際

1節　公開授業の概要

実施時期：令和5年11月22日（水）13:20～14:10
対　　象：5年S組　34名（男17名，女17名）
授業者　：指田昭樹

2節　単元「極限と微分積分の考え」について

本公開授業で実践する授業は，数学Ⅱの「微分・積分の考え」に相当するの内容であるが，数学Ⅲで学習する「区分求積法」の考えから導入している。現在，検定教科書では微分の考えから導入し，微分法の逆演算として不定積分を考え，そこから定積分，面積へとつながっていくのが一般的であるが，本校数学科では，現実場面の事象を数学的に定式化していくことを大切にしているので，面積を「区分求積法」によって求めることから積分へつなげている。この後，瞬間の速さを求めることで微分法につなげ，さらに，速さと移動距離の対応関係を考えることで，微分法と積分法の関係を見いださせている。このことは，この(小)単元の概念的理解にもつながると考えている。

また，本(小)単元では，曲線で囲まれた図形の面積や体積を適切に分割し，分割した個々の面積を求め，足し合わせることで面積を求める過程を通して，「ある事象について，そのままでは考察が困難な場面では，その事象を適切に分割し，分割された対象を合わせることで，事象全体について考察が可能になることがある。」概念的理解を促すことを目的としている。また，内側からの近似と外側からの近似，さらにその誤差の限界を考察することで極限値として面積を定義できる。

3節　公開授業の目標

曲線で囲まれた図形を適切な（計算しやすい）形に分割し，足し合わせることで面積の近似値を求めることができる。

4節　公開授業の指導案

本公開授業の指導案は表3である。

表3　授業指導案

時間(分)	学習活動（主な発問(T)，予想される生徒の反応(S)）	留意事項(○)・評価(■)・手立て(□)
0	**1．本時の導入** 前時での島の面積を測定する方法を振り返る。 T1：前回の授業で，ある島の面積を測定しました。どんな方法で測定したでしょうか。 S1-1：扇形，長方形，台形，三角形を組み合わせて，島を覆いつくす。 S1-2：正方形の升目をつくり，その升目を数えることで面積を求める。ただし，升目の一部にかかっている部分は0.5としてカウ	 ○前時で発表した人をあてる。

	ントする。 S 1-3：島を囲むように長方形をかき，島の外側にある部分に三角形を作って削っていく。 S 1-4：島を囲むように円をかき，島の外側にある部分を削って求める。	
	T2：では，測定の精度を高めるにはどうしたでしょうか。	○内側近似と外側近似については必ずしも確認するわけではない。
	S 2-1：できるだけ隙間がなくなるようにする。 S 2-2：正方形の升目小さくする。 S 2-3：できるだけ隙間がなくなるように島の外側にある部分を削っていく。 S 2-4：できるだけ隙間がなくなるように円の大きさやや三角形の形を工夫する。 S 2-5：内側近似と外側近似の差が小さくなるようにする。	
5	T3：今日は島の面積の求め方を踏まえて，次の探究課題に取り組みましょう。 **探究課題：放物線$y = x^2$の下の図形 OAB の面積を求めよう。**	
	2．個人探究および発表	□前時の求め方で使えるものがないか考えさせる。
10	T4：まだ，求めている途中だと思いますが，どんな方法で解いているか発表しましょう。	
	S 4-1：S1-1 の方法で求める。 S 4-2：曲線 OB に沿うような扇形を考えそれを利用する。 S 4-3：S1-2 のように升目をつくって考えるが，そこから長方形を作って求める。 S 4-4：三角形 OAB の中で図形 OAB からはみ出ている部分を三角形で削っていく。	○式まで完成していなくても求め方だけ発表させる。
15	T5：手がつかなかった人は発表された方法を参考にして求めてみましょう。	○細かい升目をかくことにこだわっている生徒がいたら，それが必要か考えさせる。
30	T6：面積をどのように求めたか発表しましょう。また，なぜその方法を用いたのかも説明しましょう。	○計算に時間がかかっている場

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

S 6-1：S1-2 の方法をもとに 10 等分割外側近似で求めました。

$$0.1^2\times(1+2+3+4+6+8+9)+0.1^2\times0.5\times10=0.335$$

となる。

《理由》比較的精度が高く計算も簡単だったから。

</td>
<td>合は，求め方（分割の方法）がわかる式を発表させる。</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>

S 6-2：S4-3 の方法をもとに 10 等分割内側近似で求めました。

$$\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{10}\left(\frac{k}{10}\right)^2=\frac{1}{3}-\frac{1}{20}+\frac{1}{600}=0.285$$

となる。

《理由》今後分割数を増やして精度を高めようとしたときに S 5-1 の方法よりやりやすいと思ったから。

S 6-3：S4-3 の方法をもとに 100 等分割内側近似と 100 等分割外側近似を求め，その真ん中の値としました。

$$\sum_{k=1}^{100}\frac{1}{100}\left(\frac{k}{100}\right)^2=\frac{1}{3}-\frac{1}{200}+\frac{1}{60000}=0.32835$$

$$\sum_{k=1}^{100}\frac{1}{100}\left(\frac{k}{100}\right)^2=\frac{1}{3}+\frac{1}{200}+\frac{1}{60000}=0.33835$$

となるので

0.32835＜（図形 OAB の面積）＜0.33835

より，

(0.32835+0.33835)÷2=0.33335

となる。

《理由》今後分割数を増やして精度を高めていけるから。

S 6-4：S4-3 の方法をもとに n 等分割内側近似で求めました。

$$\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{n}\left(\frac{k}{n}\right)^2=\frac{1}{3}-\frac{1}{2n}+\frac{1}{6n^2}$$

となる。

《理由》文字を使って一般化するのに n 等分割内側近似は式が作りやすい。また，同じように n 等分割外側近似も作れるので精度を高めやすいと思ったから。

S 6-5：S4-3 の方法をもとに半分半分を n 回分割した内側近似で求めました。

$$\sum_{k=1}^{2^n-1}\frac{1}{2^n}\left(\frac{k}{2^n}\right)^2=\frac{1}{3}-\frac{1}{2\cdot2^n}+\frac{1}{6\cdot2^n}$$

となる。

</td>
<td>〇S6-1 の升目による近似と S6-2～S6-4 の長方形近似とを比較させる。</td>
</tr>
</table>

	《理由》 S 5-4 の方法より精度が高いと考えたから。 S 6-6：S4-4 の方法の式は順々にやっていくと $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\times 1\times\frac{1}{2}=0.375$ $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\times 1\times\frac{1}{2}-\frac{1}{16}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2=0.34375$ となる。これを n 回繰り返すと $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{4}\right)^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}2^{k-1}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{4}\right)^{k}=\frac{1}{2}-\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n}}{6}$ となると思うが説明はできない。	
45	**3．振り返り** T 7：今日は規則的な曲線や直線で囲まれた図形の面積を求めることをしましたが，「**どの分割の方法が使いやすかった【概念的な問い】**」でしょうか。また，それはなぜですか。 S 7-1：S5-4 の方法（長方形 n 等分分割）。ほかの方法もいい部分はあったけど，分割を増やしても式を作るのが一番簡単で，精度も高めていけるから。 T 8：地理で面積を求めるとき S1-2 の方法を習ったと聞きましたが，他の教科でも分割することで理解が深まったりする場面を経験したことはありますか。 S 8-1：国語の単語（品詞分解），文節，段落。 S 8-2：音楽の拍子，小節，拍，フレーズ。 S 8-3：化学の原子，分子，素粒子。 T 9：皆さんは様々な教科で，「知りたい事柄を適切に分割し，分割された対象を合わせることで，その事柄全体について考察する」ことを経験していますね。 さて，次回は長方形 n 等分分割を用いて，面積についてさらに探究を深めていきましょう。	■分割を増やしても式が作りやすい方法はどれかがわかる。

5 節　公開授業の実践記録

前時の復習においては， S 1-1～S 2-4 の考えを提示することができた。それをもとに本時の探究課題に取り組み始めた。机間巡視をしながら説明する生徒を指名し考え方を板書させた。S 4-3 のような生徒がいたが，（授業者は）気づかなかったので，それに近い考えとして，長方形と三角形の組み合わせた生徒，長方形分割の生徒，長方形の内側・外側近似の生徒，とりつくし法の生徒 4 人を取り上げ比較することにした。面積を求めた計算を発表する場面では， S 6-1～S 6-3 のような具体

的な分割数で求めている生徒はいたが，S 6-4～S 6-6 のような n 等分分割して求めている生徒はいなかった。最後の振り返りの場面で，「どの分割の方法が使いやすかった【概念的な問い】」に対して，長方形近似のよさについての発言が，生徒から出てきたので，少し，概念的理解に迫ることができたのではないかと考える。しかし，他教科とのつながりを問うことまで行きつかなかったので，概念的理解を深めていくまでは到達できなかった。

公開授業後の協議会では次のような意見をいただいた。

・長方形で近似するとゼロ次で近似するのだけれど，台形で近似すると 1 次で近似していて，よさがある。もともとの概念的理解にもどると，均等に切らずに直線だと見なせるところをズバッと切った。n を無限に飛ばさず，n が有限の範囲で精度をよく出すとしたら，ざっくりでいいところはざっくり，細かく分割するところは細かく足し合わせ，精度もよかった。

・より覆いつくせるように分割すると考えていた生徒が多かった。“適切に”が先生と生徒の間で一致していなかったが，最後の最後に一致したという感覚がある。台形近似を発表した生徒は，何分割したのか他の生徒に聞いて，一番左の方法を考えた。計算しやすいだと長方形で進むと思うが，そうは考えていなかったのではないか。最初の問いでどう表現できたかなと思う。「求めよう」だと全部覆いつくすし，代案は思いつかないが，計算が楽にというところが出るとよかった。

・うまく分割するのは長方形，先々のことを考えると誤差をつめていけるということで，適切な分割方法は，誤差とセットになっていないのではないか。定式化できるということで満足していたようだ。定式化できることともっと細かくできることはセットではないか。100 等分，何等分でもできると最後の生徒が言っていた。

また，指導助言者を務めていただいた東京学芸大学の成田慎之介先生より次の助言をいただいた。

・授業研究について

授業研究は日本の文化として存在している。普段の授業に何かを持ち帰って，日常の授業に生かし，また，授業研究会に参加してというサイクルが大事。今回の授業は一般的な授業ではないので，先生方が何を持ち帰るかは自分自身で考えることが大切。

・概念的理解について

概念的理解には価値がある。日本の文脈でいうと「見方・考え方」や，昭和 31 年の高校の数学学習指導要領でいうと「中心概念」。小学校で台形の面積の求積で，算数の教科書には「台形の面積は，形の特徴に注目して，平行四辺形に形を変えたり，三角形に分けたりして考えれば求めることができる」と書かれている。この活動を通して，こういうことを学んでほしい，つまり見方・考え方に当たるところが書かれている。さらには台形の前に平行四辺形か三角形をやります。それも同じように，形の特徴に着目して面積の求め方がわかっている形にかえればよいという一連の学習をしている。というふうに，一段抽象度の高い理解を考えていくといのが概念的理解だったり見方・考え方だったりで大事なところになっていく。今日の生徒では，島の面積の求め方の振り返りで「最初は大きい長方形でどーんととって，残りを面積公式を知っている図形で敷き詰める。」と言っていて，正にこれじゃないかと思った。こういう見方・考え方，概念的理解というところを授業で顕在化させてそれを共有して理解させる。こういく見方・考え方が大事だということを理解させる授業をデザインすることが，今，求められている。こういう概念的理解をどう促していくか，そのための問いは何か。そういう提案をしていただけることは価値があると思っている。授業研究に戻したときに，先生方が授業研究でどういう学びを得るかといったときに，この面積の問題を授業で扱ったときにどうするかよりもう一段高く，この授業研究をとおして，日常の授業に使えるような授業のデ

ザインの仕方，教材の見方や対話のさせ方など，そういう一段抽象度の高いものを持ち帰って日常の授業にいかしてもらいたい。附属に来ると，生徒がよく考えると思う。それは附属の強いところであるが，これを，附属の生徒だからできると見るのか，うちの生徒にもこうなって欲しいと見るのかで見方がかなり変わってくる。附属の生徒だからできるのですかというと，そうですという面と違いますという面と両方ある。ここにいる生徒が全国どこに行っていても今と同じように考える生徒になっているかというとそれはどうかわからない。やはりここまで育ててきている，その結果，このように多様な考えが出ている。ここがやっぱり大事。この学校を出てそう思うようになった。この学校にいたときにはあまり感じなかったが。外から見ることでここで育てている，数学科だけではなく学校全体で育てているというそこが大事。そういう積み重ねが大事。問題を出して，まずは考えてみようが大事。こういう探究的，問題解決型の授業でよく誤解されるのは，自力解決の時間はいらないのではないかという指摘がある。その時間で，全員が自力解決できないといけないと考えている。そうではなく，自力解決の時間には，自分が今持っている力を総動員させてできるところまで考える。そのあと，みんなで話し合いながら最終的にゴールまでたどりつければいい。

・今日の授業について

実測している生徒が多かった。なぜ，こんなに実測に陥ったのかを 1 つ考えてみたい。対象が変わっても，方法が変わっていない。普通，数学は対象が変われば方法も変わる。方法が変わると理解が進んでいく。そもそも生徒は，対象が変わったと思っていない。島の面積は不規則な図形→放物線の下の面積は規則的な図形規則的な図形の意味は式で表されている関数のグラフの図形だが，生徒はそうは思っていない。どうすべきだったのかが問題となってくる。この教材の流れがどうしてこうなっているのが大事になってくる。島は様々な考えが出てくる。以前，米粒を上にまいて関数の考えを使って求めた生徒もいた。メリットデメリットを考察する。測定の精度を高めるためにどうすればよいかを考察する。今回はそれを放物線でやろうということ。「どのやりかたが一番いいか」という問いがそもそもよいのか。先ほどもありましたが，一番と言われない生徒がかわいそうじゃないか。また，この中に一番があるんだなという話になる。これはやりがちな発問。また，「共通点，相違点は何ですか」もやりがちな発問。これは小学校の教科書にはよくある発問だが，これがなぜよくないのか。例えば，どれが一番いいですか？ある生徒は 100 等分を一般性，これはどんどん接線が引ける，先生は時間はどのくらいかかるのか，後ろの生徒は式に当てはめれば，くりかえりできるからこれがいいなど観点がばらばら。一番どれがいいか，共通点は何かなどものすごく漠然とした問いだと共通点の観点がいろいろなので，こういう発問の難しいところ。例えるなら学芸大学の清野先生いわく「魚つりをしている」ような授業。こちらがえさを垂らして言って欲しいことにくいついた魚だけをつる，そういう授業に陥りやすい発問。発問，問いが大事になってくる。観点を整理していく。最初，ばらばらに出てくるのはよいことだが，いろいろぐちゃぐちゃ出てくる観点を整理するのが教師の役割。一般性という観点でみれば，どれがよいのだろうか。時間という観点で見ればどれがよいのだろうか。という話をしていくとだんだんと収束していったり，方法が修正されていったり，これはこう改善されていったら，これと同じ。例えば，内側と外側近似の平均をとるのと台形近似は同じですよね。正方形で数えるのも，つなげれば長方形になるので同じになるのではないかなどの話が出てくる。例えば，再現性という話が出てくれば。教科横断的な話にもなってくる。そういう話を整理していく。それから，誤差といったときに，測定誤差の話と方法による誤差の話と両方あると思うがそれもこの問題では整理していかなければいけない。精度といったときも，もしかすると半分にしたものが真の値になるかもしれない。方法が考察の対象になって

いかなければならない。生徒がだんだんと曲線を方程式で表したいとか公式みたいなものをつくったらいいんじゃないかみたいな話になっていくんじゃないかと思う。実際に私がやったとき，結構そういう生徒が１人２人ではなく意外といて，曲線の扱い方が問題になったけど，数式で表すことができれば数値を計算して出せるのではないかという感想を書いた生徒がいた。各クラスに３，４人はいた。この問題の対象はこの規則から不規則だが，考察する数学的対象を生徒が作りだしていくことができる教材の配列になっている。$y = x^2$という具体的な関数を与えるのはこちらだが，式で表されている図形を考察したいという思いを生徒から引き出せるもの。と考えると概念は何だったのかな。アルゴリズムとかも概念。生徒もアルゴリズムがさぁと言っていた。概念的理解は本当にこれでよかったのかを議論する必要があると思う。面積という観点で見ると，確かにこういう概念的理解になりそうな気はするが，もっとこうプロセスを広く見たときに，この一連の教材での概念的理解は何か，そのときの問いが何なのかということを考える必要がある。そもそも何か違和感があるのは，問いというのは教師が発するべきものなのか，必ずしも教師が発しなくても生徒の疑問や生徒がもった問いが概念的理解につながる問いもたぶんあると思う。そういうものも考えながら教師が発するのか生徒から引き出すのかを今後考えていく必要があるのではないか。

謝辞

公開研究会において，指導助言者を務めていただいた東京学芸大学の成田慎之介先生に心より感謝申し上げます。

引用・参考文献

H. Lynn Erickson, Lois A. Lanning and Rachel French（2017），*Concept-Based Curriculum and Instruction for the Thinking Classroom second edition*，Corwin（H・リン・エリクソンほか（2020),『思考する教室をつくる概念型カリキュラムの理論と実践―不確実な時代を生き抜く力―』, 北大路書房).

International Baccalaureate Organization（2014），MYP: From principles into practice（国際バカロレア機構（2016),「MYP: 原則から実践へ」).

International Baccalaureate Organization（2020），MYP: Mathematics guide（国際バカロレア機構（2020),「MYP: 「数学」指導の手引き」).

高橋広明ほか（2013),「数学的リテラシーの育成を目指す取組－学習指導および評価の実際－」,『国際中等教育研究』, 7, pp.25-51.

菅原幹雄ほか（2023),「「概念的理解」を志向する数学科授業のデザインと実践－中学１年「図形の構成」と中学３年「関数」における授業実践報告－」,『国際中等教育研究』, 16, pp.131-156.

文部科学省（2019),『高等学校学習指導要領（平成 30 年告示）解説 数学編 数理編』, 日本文教出版.

Design and Practice of Mathematics Classes Oriented to Conceptual Understanding

－A Report on the Practice of Teaching “The Idea of Differentiation and Integral Calculus” in the Second Year of High School－

Abstract

This paper is a report on the mathematics department group's practices in an open class workshop held on November 22, 2023 at our school. The mathematics department of our school has established its own six-year integrated curriculum with the development of mathematical literacy as its main philosophy. For this purpose, we have created an original textbook, TGUISS, and use it in our daily classes. Currently, in the subject study group, “conceptual understanding” for each section of the textbook is created, and the way of teaching oriented to this “conceptual understanding” is discussed, and in this class study group, classes oriented to “conceptual understanding” were practiced. In this unit, through the process of finding the area and volume of a figure surrounded by curves by dividing the area and volume appropriately, finding the area of each divided object, and adding them together, the students learned that “in situations where it is difficult to consider a certain event as it is, by dividing the event appropriately and adding the divided objects together, we can consider the entire event. The goal is to promote conceptual understanding. The objective is to promote conceptual understanding. In order to achieve this objective, we asked the conceptual question,” Which division was easier to use? Various opinions and advice were given in the post-lesson discussion meeting.

（文責　指田昭樹）