東京学芸大学リポジトリ
Tokyo Gakugei University Repository

学校数学における数学的モデル化過程に関する研究：複数仮説の吟味に焦点化して

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 東京学芸大学数学科教育学研究室 公開日: 2024-02-08 キーワード (Ja): ETYP: 教育関連論文, SSUB: 数学 キーワード (En): 作成者: 吾郷, 大輔 メールアドレス: 所属: 国分寺市立第三中学校
URL	http://hdl.handle.net/2309/0002000210

専門学術論文要約

学校数学における数学的モデル化過程に関する研究
―複数仮説の吟味に焦点化して―

吾郷　大輔

要　約

本研究の目的は，数学的モデル化過程における複数仮説の吟味についての明確化である．第一に，先行研究の分析を行い，仮説の吟味について課題点を整理した．第二に，先行研究の分析を踏まえ，西成(2006)の渋滞学を分析し，仮説の吟味の視点から示唆を得た．第三に，西成(2006)の視点から「バスの遅延の問題」の解決と分析を行った．結果，複数仮説の吟味は，主に 3 つの過程で発生することを明らかにした．

本論文の構成

序章　本研究の背景・目的と方法
- 0-1　研究の背景と目的
- 0-2　研究の方法

第 1 章　数学的モデル化過程における仮説の吟味
- 1-1　仮説の吟味の重要性について
- 1-2　複数仮説の扱いが見られる先行研究
  - 1-2-1　Maaß :「天然ガスの課題」のモデル化過程
  - 1-2-2　熊谷 :「航空写真の撮影」のモデル化過程
  - 1-2-3　中村 :「缶の問題」のモデル化過程
- 1-3　先行研究から得られる示唆のまとめ

第 2 章　複数仮説の吟味が特徴的なモデル化過程
- 2-1　「渋滞学」のモデル化過程
  - 2-1-1　現実の渋滞の基本図の準備
  - 2-1-2　ASEP による解決過程
  - 2-1-3　見通しモデルによる解決過程
  - 2-1-4　スロースタートモデルによる解決過程
- 2-2　「渋滞学」のモデル化過程の分析
- 2-3　分析から得られる示唆

第 3 章　複数仮説の吟味に焦点化した事例の検討
- 3-1　事例の概要
- 3-2　事例の解決過程
- 3-3　解決過程の分析
- 3-4　考察

終章　本研究の総括と今後の課題
- 4-1　本研究の総括
- 4-2　今後の課題

序．本研究の背景・目的と方法

数学的モデル化過程では，数学の世界と，現実の世界をつなぐ定式化の過程が存在する．定式化では，仮説が設定される．数学的モデル化過程における仮説について言及した先行研究は多く見られる．仮定の重要性に着目し，「仮定の意識化」を視点とした清野(例：清野，2004，2015)，問題解決過程において，仮説を修正する必要性について言及するもの等が見られる(例：島田，1977；西村，2005)．

また，定式化自体が困難であることも指摘されており(三輪，1983)，実際に，困難性を示す実態も見られる(Maaß，2006)．先行研究による指摘から，数学的モデル化過程における

仮説に焦点化した研究は重要であると考えた．

しかし，先行研究に着目すると，設定した仮説に対して吟味を行わない実態が確認された(例：Maaß，2006；熊谷，2002)． さらに，数学的モデル化過程における仮説を吟味する過程を詳細に捉えた先行研究は見られない．問題解決においてより適切な結論を得るために，数学的モデル化過程を繰り返し遂行する際には，複数の仮説を吟味する必要がある．仮説の吟味が実現されない課題に対応するためには，数学的モデル化過程における複数仮説の吟味の過程を詳細に捉える必要があると考える．したがって，本研究の目的を「数学的モデル化過程における複数仮説の吟味についての明確化」とする．

設定した研究の目的を達成するために，本研究では以下の方法を設定する．

第一に，先行研究の概観・分析を通し，複数仮説を数学的モデル化過程で取り扱う際の課題点と成果を明確化する．

第二に，モデル化過程において複数仮説の吟味が確認できる事例を分析する．分析を通し，複数仮説の吟味の視点から示唆を得る．

第三に，自身で設定した「バスの遅延の問題」の解決，及び解決過程の分析を行うことで，数学的モデル化過程における複数仮説の吟味が行われる過程を明らかにする．

1．数学的モデル化過程における仮説の吟味

(1) Maaß：「天然ガスの課題」のモデル化過程

課題点の整理のため，先行研究に着目した．まず，以下に示すMaaß(2006)の「天然ガスの課題」における生徒の解決過程に着目する．

＜天然ガスの課題＞

1993年，世界の天然ガスの埋蔵量は1,418億立方メートルと推定されていました．それ以来，毎年平均して25億立方メートルが使用されています．天然ガスの埋蔵量がいつ枯渇するかを計算してください．さまざまな仮定やモデルを使用してください．すべての手順を説明してください．(p.126)

解決過程で3種類の仮説を設定した生徒に焦点化し，同生徒を生徒Aとする．生徒Aの解決の概略は以下の通りである(p.130，p.131)．

まず，生徒Aは，天然ガスの年間使用量について，「1. 天然ガスの使用量はこの数年間変わらない」，「2.上昇する」，「3. 落ち込む」と，3つの仮説を設定する．(本稿では，1及び2の仮説に基づく解決に焦点化する) 1の仮説に基づく計算の結果，天然ガスが枯渇する年は，56年後の2049年と算出された．そして，2の仮説に基づく解決の結果からも，天然ガスが枯渇する年は，56年後の2049年と算出された．

生徒Aの解決過程では，仮説が異なるにもかかわらず，算出される数値が同じである，という矛盾が見られた．しかし，生徒Aは，算出した数値を基に解釈をする際に，設定した仮説について検討しようとしない実態が見られた．同じ数値が算出される矛盾の原因として，仮説に着目せず，仮説を吟味しない実態が確認された．

また，生徒Aは解決過程で数式を設定した．しかし，仮説の検討のために，数式をデータとして使用しないことから，仮説が吟味されないことが明らかになった．

(2) 熊谷：「航空写真の撮影」のモデル化過程

熊谷(2002)が示す「航空写真の撮影」の問題に対する生徒の解決過程に着目する．本問題では,「学校の航空写真を撮影するのに必要な高さはどの程度か」,「南アメリカ大陸の航空写真を撮影するのに必要な高さはどの程度か」についての考察が行われた．

学校の撮影の場合，学校を平面とみなして定式化が行われた．結果，撮影に必要な高さは 270m と算出された(p.23).

南アメリカ大陸の撮影の場合，大陸の定式化の際に「(ア) : 南アメリカ大陸を平面として捉える」グループと，「(イ) : 南アメリカ大陸を球面の一部として捉える」グループが確認された(p.25，26). 結果，航空写真の撮影に必要な高さについて，(ア)のグループは，「地球儀に対して約 49cm」(p.25), (イ)のグループは，「地球儀に対して約 38cm」と求めた(p.26).

上述のように，本事例では，撮影対象に応じて異なる定式化が確認された．しかし，撮影対象について,「平面とみなしてよい根拠」,「球面とみなす必要がある根拠」に該当する仮説が顕在化されていないことが確認された．

また，解決では，住宅地図や地球儀によるデータが用いられるも,「どこまでが平面とみなすことができ，どこから球面とみなす必要性が出てくるのか」といった，定式化の根拠となる仮説を顕在化させるためにはデータが用いられていないことから，仮説が吟味されないことが明らかになった．

(3) 中村：「缶の問題」のモデル化過程

中村(2011)の示す，「缶の問題」の解決過程に着目した．中村は，ケリー(1997)が示す「液体が 300 mℓ入るようにスズでできた円柱型のカンをデザインしなくてはならない．使うスズの量を最小にするためには，カンのサイズをどのようにしたらよいだろうか」を元の問題として考え始める(p.3). 中村は，一定体積の缶の表面積が最小となる設計は，底面の直径 2r と高さ h が 1 対 1(h:2r=1:1)であると求め，これを理想の缶とし，現実の缶は表面積が最小となる設計であるか調べる．現実の缶のデータを用いた解決を行うことで，現実の缶の表面積と体積に相関を見つける(p.5). 更に，理想の缶と現実の缶に見られる，表面積と体積の関係が類似することを明らかにし，何故類似するのか疑問を抱く. 疑問に基づき，現実の缶のデータに対して設定した仮定 $h \neq 2r$，理想の缶に設定した仮定 $h=2r$ を顕在化させ，複数の仮説を吟味する．仮説の吟味を行い，元の問題に答える過程が見られる．

中村は，元の問題に答えるため，現実の缶のデータに対する理解を深めていく．データに対する理解を深める過程で，複数仮説の吟味が確認された．

(4) 先行研究から得られる示唆のまとめ

先行研究の分析を通し，仮説の吟味には，データとの関わりが必要であることが明らかになった．しかし，どのようにデータを用いるかについては明確化が必要であるため，第 2 章では，データと仮説の関わり合いが詳細に捉えられる事例を参照する．

2. 複数仮説の吟味が特徴的な数学的モデル化過程

(1)「渋滞学」のモデル化過程

①現実の渋滞の基本図の準備

第2章では，複数仮説の吟味が確認される西成(2006)のモデル化過程に着目する．西成は，渋滞を発生させる車の動きを考える．解決にあたり，西成は「渋滞の基本図」(p.46)を用いる．渋滞の基本図とは，横軸を交通密度，縦軸を交通流量とし，流量と密度の相関を示したものである．渋滞の基本図中における，右上がりの部分，即ち，密度の増加に伴い流量が増加する範囲を，車が詰まらずに走行できる自由走行相とし，右下がりの部分，即ち，密度の増加に伴い流量が減少する範囲を，渋滞が起こっている渋滞相としている(p.48)．渋滞は相転移の瞬間に発生する．自由走行相から，渋滞相に変化する相転移では，メタ安定と呼ばれる箇所が確認される．西成は，「実はこのメタ安定という状態の理解こそが自然渋滞発生のメカニズムを考えるうえで最も大切なのだ」(p.49)とし，モデル化過程を遂行する．渋滞の理解のため，現実の渋滞の基本図の再現を目的としたモデル化過程が遂行される．

②ASEPによる解決過程

現実の渋滞の基本図の再現のため，西成はASEPと呼ばれるモデルを用いる．ASEPは，車が一方行に進み，かつ，隣接すると互いが邪魔になり，動けないことを示す非対称単純排除過程を反映させたモデルである．ASEPは，同効果を基に作成されたルールに従って操作されるモデルである．ASEPを操作することで，車の流量と密度を算出し，渋滞の基本図を作成するも，メタ安定の再現ができなかったため，仮説を修正する．

③見通しモデルによる解決過程

ASEPにより，現実の渋滞の基本図が再現できなかったことを踏まえ，西成は，「たとえばこれまでは前の車のみを見て運転するドライバーを考えていたが，実際に我々はもう1台ぐらい先の車の動きも見ている．その効果を入れてみよう」と述べる(p.78)．文中における「効果」のことを「前方の見通しの効果」と述べ(p.78)，見通しの効果をもとに，モデルを操作するためのルールとして，「見通しルール」を作成し，見通しルールを基に「見通しモデル」を作成する(p.76，p.78)．見通しモデルを操作し，流量と密度を求めることで渋滞の基本図を作成する．

結果，ASEPと比べ，見通しモデルの方が渋滞の発生が遅れるという知見が得られた(p.78，79)．しかし，現実の渋滞の基本図のメタ安定は再現できなかったため，見通しの仮説を吟味し，仮説を修正する．

④スロースタートモデルによる解決過程

最後に，一度止まった車は動きにくいという仮説を考える．仮説を基にスロースタートルールを作り，ASEPに対して与えるルールをスロースタートルールに変更することで，スロースタートモデルを作成する(p.80)．スロースタートモデルを操作し，渋滞の基本図を作成する(p.81)．モデルから得た渋滞の基本図と現実の渋滞の基本図を照合すると，メタ安定の再現が確認された．したがって，現実の渋滞の基本図を再現できたとされ，スロースタートルールは現実の基本図をよく捉えているとされた(p.81)．

(2)「渋滞学」のモデル化過程の分析

渋滞学のモデル化過程を，島田(1977)の「数

学的活動」の観点から分析を行った．

まず，現実の渋滞の基本図とは，渋滞に関するデータから，密度と流量という 2 つの変数を抽出することによって作成された，データの性質であると解釈した．

ASEP を用いた解決過程に着目する．k.現実の渋滞の基本図の再現のため，車の動きに対する f.仮説として，非対称単純排除過程が考えられた．渋滞の基本図の再現のために仮説が設定されるため，k→f という島田(1977)には見られない流れが見られた．設定された仮説は，ASEP のルールとして g に言い換えられた．解決には，d.数学的モデルとして ASEP が用いられた．ASEP から得られた j.結論である渋滞の基本図と，k.現実の渋滞の基本図を l.照合した結果，現実の渋滞の基本図が再現されなかったため，m.仮説の修正に移る．

見通しモデルを用いた解決過程に着目する．ASEP から得られた結果に基づき，m.仮説の修正がされた結果，車の動きに対し，「人は運転時に，2 台ぐらい先の車の動きも見ている」といった，f.仮説が新たに設定された．仮説が数学的に言い換えられ，g として見通しルールが作成され，d.数学的モデルとして見通しモデルが作成された．見通しモデルの操作から得た j.結論である渋滞の基本図と，現実の渋滞の基本図を l.照合した結果，見通しルールのもとでは，渋滞の発生が遅れるという知見が得られるも，現実の渋滞の基本図を再現できなかったため，m.仮説の修正に移る．

スロースタートモデルを用いた解決過程に着目する．見通しルールは，現実の渋滞の基本図の再現には不適とされたため，m.仮説の修正がされ，車の動きに対して，「一度止まった車は動きにくい」(p.78)といった，f.仮説が新たに設定された．設定した仮説を基に，g としてスロースタートルール，d.数学的モデルとしてスロースタートモデルが作成された．スロースタートモデルの操作から得られた j.結論である渋滞の基本図と，現実の渋滞の基本図を l.照合した結果，スロースタートルールは現実をよく捉えていると判断され，l.照合の結果は yes とされた．

(3) 分析から得られる示唆

渋滞学のモデル化過程について，分析をもとに考察を行った．

考察の結果，複数仮説の吟味は，「仮説が事象に与える影響を調べてみる」，「仮説の妥当性を調べる」，「事象と仮説の関係性を調べる」の 3 種類の形で現れることが確認された．

渋滞学のモデル化過程では，現実の渋滞の基本図の再現が目的とされた．現実の渋滞の基本図は，渋滞という事象の定義に用いられていることから，渋滞の考察にあたって，基となる存在であると考える．即ち，現実の渋滞の基本図は，渋滞の「データの基本的性質」であると解釈した．データの基本的性質の再現のため，モデル化過程が遂行された．

データの基本的性質である，現実の渋滞の基本図の再現のため，複数の仮説が設定された．設定した仮説が渋滞という事象に与える影響を調べ，作成したモデルから基本図を得る過程で，「仮説が事象に与える影響を調べてみる」形で仮説の吟味が起こる．また，モデルから基本図を作成する過程では，ASEP のような，複数の仮説が適用可能であるモデル

を用いることも重要であると明らかになった．

作成したモデルから得た渋滞の基本図を，現実の渋滞の基本図と照合する際に,「仮説の妥当性を調べる」形で仮説の吟味が起こる．

最後に，見通しの場合では渋滞発生が遅れることや，スロースタートの場合では渋滞がどう発生するかを考えたように，設定した仮説と事象の関係性を考えるとき,「事象と仮説の関係性を調べる」形で仮説の吟味が起こる．

3．複数仮説の吟味に焦点化した事例の検討

(1) 事例の概要

第 3 章では，西成(2006)のモデル化過程の視点から，自身で設定した「バスの遅延の問題」の解決及び，解決過程の分析を行った．

「バスの遅延の問題」とは，バスの遅れに関する問題である．現実世界におけるバスの遅れはどのような実態を示すのか，また，いかにして生じるのか，について考察する．

考察対象は,「武蔵小金井駅北口」と「小平団地」間の往復を繰り返す「武 41」というバス路線である．同路線について，通勤，通学による利用者が多いと考えられる朝 7 時台と朝 8 時台に生じる遅れについて考察した．

(2) 事例の解決過程

事例の解決過程の概要を述べる．

武蔵小金井駅北口にて，バスについてデータを取得した(表 1)．取得項目は，車両番号，バスの担当定刻，帰着時刻，到着時刻，出発時刻，遅延分数である．なお，データ取得対象の路線で増発が生じた．増発が生じない場合の遅れについて考えたため，表 1 に示すデータは，取得したデータを基に，増発がないと仮定し，作成したデータである．

表 1　増発なしと仮定した場合の，バスの遅延に関するデータ

車両番号	担当定刻	帰着時刻	到着時刻	出発時刻	遅延時刻（発車-定刻）
G31303	7:03	7:05	7:08	7:09	6
G31227	7:09	7:07	7:10	7:10	1
G31228	7:15	7:12	7:14	7:15	0
G31226	7:21	7:19	7:22	7:22	1
G31205	7:27		7:23	7:27	0
G31832	7:34	7:30	7:34	7:34	0
G31303	7:42	7:47	7:51	7:52	10
G31227	7:49	7:51	7:54	7:55	6
G31228	7:57	8:00	8:06	8:07	10
G31226	8:04	8:05	8:08	8:08	4
G31205	8:12	8:11	8:15	8:17	5
G31832	8:19	8:30	8:34	8:36	17
G31303	8:27	8:42	8:45	8:46	19
G31227	8:34	8:47	8:51	8:54	20
G31228	8:42	8:53	8:56	8:57	15
G31226	8:49	8:58	9:01	9:02	13
G31205	8:57	9:01	9:03	9:04	17

データに着目すると，概ね 6 台のバスが 2 周していることが明らかになった．ここで，運行区間の端の武蔵小金井駅北口で遅延が生じれば，その後遅延は蓄積していくと考え，バスの周回数及び，武蔵小金井駅北口にバスが到着する際の遅延分数に着目した．バスの周回数ごとの遅延分数について，横軸をバスの周回数，縦軸を遅延分数とし，図 1 のような相関図を作成した．

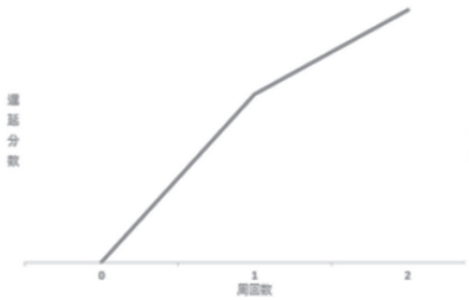

図 1　現実の周回の基本図

図 1 を,「現実の周回の基本図」とする．図 1 の現実の周回の基本図が各バスにより示される場合，乗客目線に立った時，バスの遅延分

数の推移は図 2 のようになる．

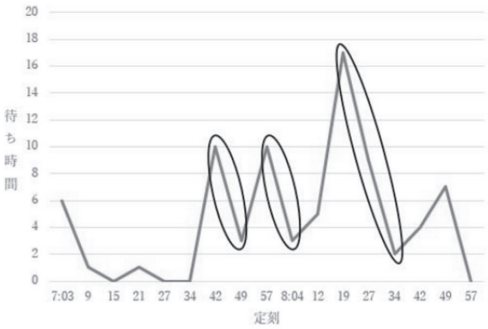

図 2　現実の待ち時間の推移

図 2 は，時刻表の各定刻に対し，定刻の何分後にバスが来たかを示す．例えば，7:03 の時は待ち時間は 6 分となり，7:03 に発車するはずのバスが，6 分後の 7:09 に到着することを示す．黒丸の箇所は，次の定刻になってもバスが到着しない，大幅な遅れが生じている状態である．例えば，7:42 は 10，7;49 は 3 の待ち時間となるが，7:42 に発車するはずのバスが 10 分遅れて 7:52 に到着したため，7:42 のバスを待っていた利用客が 10 分，7:49 のバスを待っていた利用客が 3 分待ち，かつ，7:52 に到着した同じバスに乗ったことを示す．黒丸の箇所に現れるような著しい遅延を，「顕著な遅れ」と定義する．現実の周回の基本図は図 1 以外にも存在するが，本稿では，「顕著な遅れ」を発生させる，図 1 の現実の周回の基本図の再現を目的とした解決過程に焦点化する．

図 1 に示した現実の周回の基本図の再現のため，「＜仮説 1＞バスの遅延は乗降時間により決まる」を考える．解決には，複数仮説が適用できるモデルとして，図 3 に示すバスモデル 1 を用いる．バスモデル 1 は，武４１の運行区間のモデルであり，玉はバス，マスはバス停を示す．

図 3　バスモデル 1

考察の結果，全車両から，図 4 が得られる．

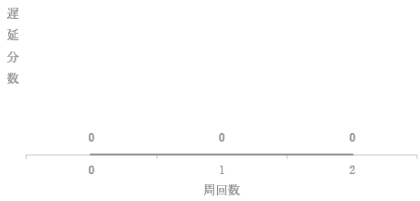

図 4　仮説 1 から得られる基本図

図 1 の現実の周回の基本図と照合すると，概形が再現できていないため，仮説を修正する．

仮説 1 の考察を踏まえ，「<仮説 2>バスの遅延は，乗降時間と信号により決まる」を新たに考える．結果，図 4 及び，図 5 に示す概形の基本図が得られた．

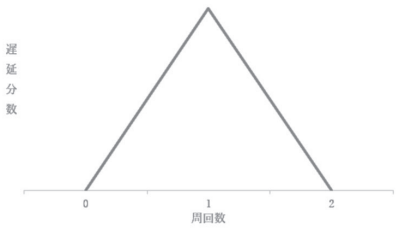

図 5　仮説 2 から得られる基本図の概形

図 1 の現実の周回の基本図と照合すると，概形が再現できていないため，再び仮説が修正される．

仮説 1 と仮説 2 で，現実の周回の基本図が再現できなかったため，一度表 1 のデータを解釈した．解釈の結果，遅延分数が連続して大きくなっている箇所が確認された(主に担当定刻 8:19 から担当定刻 8:57 までの遅延分

数). 本現象は，交通混雑により引き起こされたものであると予想し，バスの遅延には交通量が関わると考えた.

データの解釈を踏まえ,「＜仮説 3＞顕著な遅れは『乗降時間』・『信号の待ち時間』・『交通量』により決まる」を考えた．乗降時間，信号，交通量による影響を単純化し，図 6 に示すバスモデル 3 に適用する．バスモデル 3 は, 武 41 に含まれる, 1 区間のモデルであり, BS はバス停, S は信号, その他のマスは道路, 玉はバスを含む車両を示す.

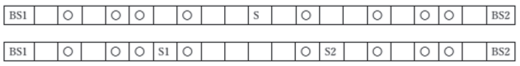

図 6　バスモデル 3

交通量変化を考えるため，1 区間あたりの玉を 7 個から 10 個に変化させる．バスモデル 3 の玉の個数を変化させつつ，1 区間あたりの移動時間を得たのち，バスモデル 1 に適用した結果, 玉が 9 個と 10 個の時に図 7, 8 の「乗降・信号・交通モデル」が作成された．なお，図中の矢印の上の数値は，バス停間の移動時間(分)を示す.

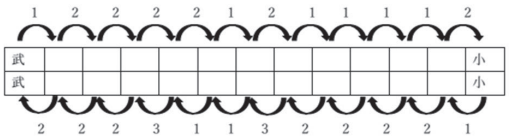

図 7　乗降・信号・交通モデル(玉 9 個)

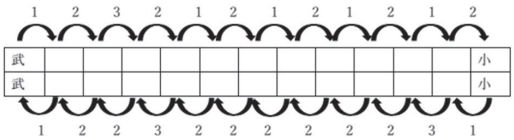

図 8　乗降・信号・交通モデル(玉 10 個)

図 7, 8 のモデルの操作からは，図 9, 10 のような周回の基本図が得られる.

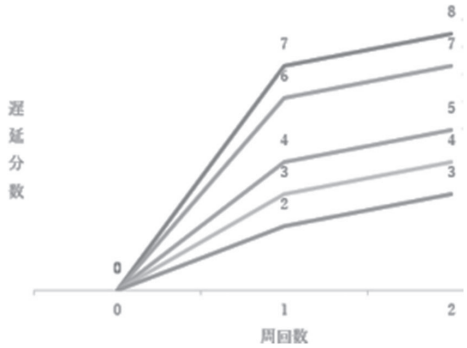

図 9　図 7 のモデルから得られる基本図

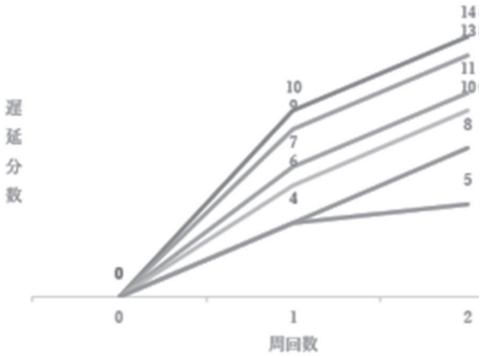

図 10　図 8 のモデルから得られる基本図

図 9 及び図 10 と，現実の周回の基本図を照合した結果，現実の周回の基本図の概形の再現ができたとされ，仮説 3 が妥当である可能性が高いと判断された.

最後に，仮説 2 及び仮説 3 から得られた結論同士を比較・検討した結果,「1 区間当たりの車両の密度が 40%以下の時は，交通量はバスの遅延に影響せず，現れるバスの遅延は，仮説 2 で考慮した乗降時間と信号によりきまる」こと，及び「1 区間当たりの車両の密度が 45%以上の時は，現れるバスの遅延は，仮説 3 で考慮した乗降時間・信号・交通量によりきまること」が明らかになった.

(3)　解決過程の分析に基づく考察

バスの遅延の問題の解決過程について，島田(1977)の「数学的活動」(p.15)を基に分析を行った(論文 3-3)．分析に基づく考察の結果，複数仮説の吟味は，表 2 のように起こることが明らかになった．

表 2　複数仮説の吟味が確認される過程

複数仮説の吟味の種類	数学的モデル化過程の該当過程
吟味 1.仮説の事象に対する影響を調べてみる過程	数学的作業
吟味 2.仮説の妥当性を調べる過程	解釈・評価
吟味 3.仮説と事象の関係性を調べる過程	解釈・評価

表 2 に示した複数仮説の吟味は，島田(1977)の「数学的活動」の枠組みを基に，次ページ図 11 のように起こることが明らかになった．

まず，取得したデータから，目的に応じた変数を抽出し，データの一性質を顕在化させる(k0→k1). バスの遅延の問題では，取得したデータから，バスの周回数と遅延分数を変数として抽出し，図 1 のような「現実の周回の基本図」を作成したことが該当する．問題解決においては，データの一性質である現実の周回の基本図を再現のために，数学的モデル化過程が遂行された．

データの一性質を再現するために，仮説 1～仮説 3 が設定された．仮説を設定する流れは，図 11 における k1→f に該当する．

設定した仮説を，複数仮説の適用が可能な d0.基本モデルに適用し，j.結論を得る過程で，仮説が事象に与える影響を調べてみる吟味 1 が起こる(f→g→h→d0→j). バスの遅延の問題では，複数仮説が適用可能であるバスモデルのような d0.基本モデルに，f.仮説を g として数学的に言い換えたものを適用することで，d.数学的モデルが作成された. 例としては, 仮説 3 の考察の際に現れた「乗降・交通・信号モデル」(図 7，8 参照)が該当する．モデルの操作により, j.結論として，モデルから得られる基本図が作成された．設定した仮説から得られた結論を，k1.データの一性質と l.照合することで，仮説の妥当性を調べる吟味 2 が起こる．バスの遅延の問題では，各仮説から得られた基本図と，現実の周回の基本図を照合した流れに該当する．

照合後, 仮説から得られた結論同士を比較・検討するとき，仮説と事象の関係性を調べる吟味 3 が発生する．図 11 中では，「p.各仮説から得られる結論の比較・検討」に該当する．バスの遅延の問題では，仮説 2 及び仮説 3 の結論同士を比較・検討し，バスの遅延と仮説の関係性を明確化したことに該当する．

吟味 1 から吟味 3 が繰り返されることで複数仮説の吟味が起こる．なお，吟味 2 の後に発生する仮説の修正の際には，性質を顕在化させる前のデータを解釈することが必要な場合がある(l.照合の結果が no→データの解釈→m.仮説の修正). バスの遅延の問題では，仮説 2 を修正し，仮説 3 を設定する際に，武蔵小金井駅北口で取得したバスのデータを解釈したことに該当する．

また，本稿では焦点化していないが，仮説を数学的に言い換える際には，現実に対する理解を深める必要もある(f→k→g).

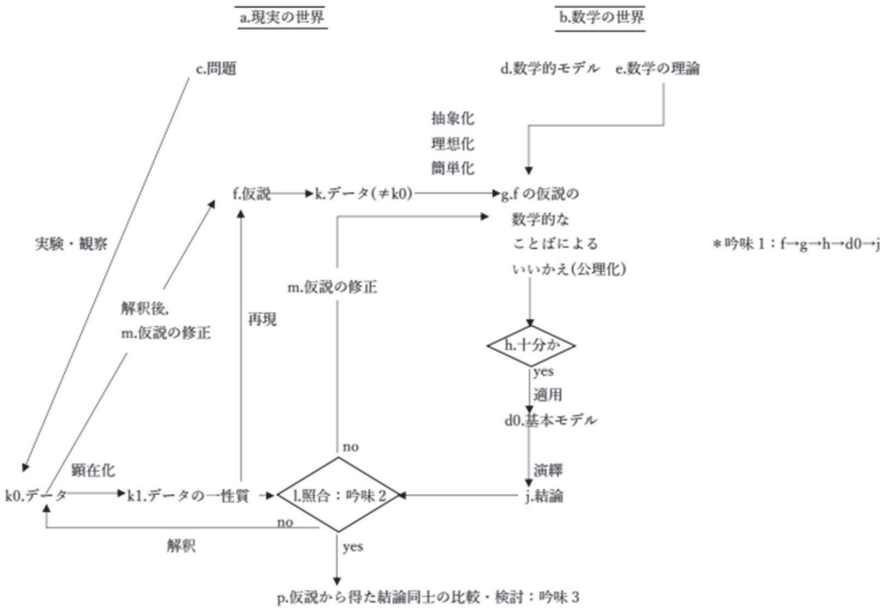

図 11　島田(1977)の「数学的活動」を基にした，数学的モデル化過程における複数仮説の吟味

終．今後の課題

今後の課題は,「考察事例を基に授業実践を行うこと」及び,「明確化した複数仮説の吟味の発生過程を基に, 他の教材を開発すること」である.

引用・参考文献

熊谷治久 (2002). 数学的モデル化過程を取り入れた授業実践：航空写真の問題を利用して. 日本数学教育学会誌, 84(9), 21-28 https://doi.org/10.32296/jjsme.84.9_21

ケリー, B. (1997). グラフ電卓で探る数学の世界. 現代数学者

三輪辰郎 (1983). 数学教育におけるモデル化についての一考察. 筑波数学教育研究 巻 2, 117-125

中村光一(2011). 缶の問題を用いた数学的モデル化過程に関する考察. 日本数学教育学会誌, 93(7), 2-11 https://doi.org/10.32296/jjsme.93.7_2

西村圭一(2005). 数学と社会をつなげる力を育成する 1 次関数の学習指導に関する研究―「仮説を立てる」「検証する」に焦点を当てて―. 数学教育論文発表会論文集 38, 157-162

西成活祐 (2006). 渋滞学. 新潮社

島田茂 (1977). 算数・数学科のオープンエンドアプローチ：授業改善の新しい提案. みずうみ書房

清野辰彦 (2004).「仮定の意識化」を視点とした数学的モデル化教材の作成. 数学教育論文発表会論文集 37, 199-204

清野辰彦(2015).「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の学習指導. ―「比例とみなす」見方に焦点を当てて―. 日本数学教育学会誌,数学教育学論究 (臨時増刊), 105-112 https://doi.org/10.32296/jjsme.97.RS_105

Maaß.K(2006). What are modelling competencies?. ZDM 2006 Vol. 38 (2)

（あごう　だいすけ
国分寺市立第三中学校
〒185-0036 東京都国分寺市高樹町 2-11）