



# 東京学芸大学リポジトリ

Tokyo Gakugei University Repository

高等学校数学科の研究協議会における議論の特徴に関する一考察：発言内容の分析を通して

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 東京学芸大学数学科教育学研究室 公開日: 2024-02-08 キーワード (Ja): ETYP: 教育関連論文, SSUB: 数学 キーワード (En): 作成者: 中逸, 空 メールアドレス: 所属: 東京学芸大学, 東京学芸大学附属小金井中学校
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2309/0002000209">http://hdl.handle.net/2309/0002000209</a>

## 高等学校数学科の研究協議会における議論の特徴に関する一考察 —発言内容の分析を通して—

中逸 空

### 要 約

本研究の目的は、高等学校数学科の協議会における議論の特徴を明らかにすることである。そのために、2つの協議会における参観者の発言内容を分析した。その結果、授業者の立場に立った代替案に関する議論、授業で扱われている数学と生徒の既習事項との繋がりに関する議論が特徴として挙げられた。また、参観者の発言には、授業目標に対する考え方の違いや、授業で観察された生徒の実態と参観者が推測する生徒の実態が混在することを指摘した。

### 1. 研究の目的と方法

わが国の授業研究は世界的に注目されており、授業研究を通じた教師の学びに関する研究は盛んに行われている（例えば、Ricks, 2011; Widjaja et al., 2017）。授業研究の特徴は、子どもの実態を踏まえた問いから始まり、教師集団が自立的に駆動していく点にある（藤井, 2014a）。指導案検討や研究協議会（以下協議会）でどのような議論が行われているかといった授業研究の実際を明らかにした研究の多くは、小・中学校の授業研究を対象としている（例えば、坂本他, 2008; 中村, 2013）。

一方、高等学校数学科（以下高校数学）でも授業研究は行われているが、課題も指摘されている。例えば、小・中学校の授業研究に比べて、指導案検討や協議会が行われる割合が低いこと、協議会が行われたとしてもその議論は教師がどのように教えているかといった“how to teach”に焦点が当たることが指摘されている（西村他, 2013）。では、高校数学において、生徒の思考に着目した“how to learn”型の授業研究を行うことは不可能だろうか。

筆者の問題意識はその点にある。

この問題意識に対して、まず、高校数学における協議会では、どのような議論がなされているのか、小・中学校との違いは何かを明らかにすることを研究課題として位置付けた。本研究の目的は、高校数学の協議会における議論の特徴を明らかにすることである。

上記の目的を達成するために、まず、小・中学校の算数・数学科の協議会の特徴を明らかにした先行研究を分析する。次に、筆者が参加する研究グループが行った2つの高校数学の協議会における議論を分析する。その分析を基に、先行研究との違いはあるか、高校数学の協議会の特徴は何かを考察する。

### 2. 算数・数学における協議会の特徴

中村（2013）は、中学校の協議会の議論を分析し、授業研究の背景にある、「教育の規範的な方向づけと学校での授業実践のギャップを克服すべきであるという考え方」に基づいて、「研究テーマ」や「授業のねらい」のような規範的な側面と、実際の授業での生徒の反

応とのかかわりが議論されていることを指摘した。また、ギャップを埋めるという目標が達成されたかどうかについて考えるとき、子どもの様子をつぶさに観察して、実現された授業の実態を詳細に捉えることが不可欠であると指摘している。

藤井(2014b)は、小学校の協議会において、授業で出現した子どもの考えや実態に基づいて、授業課題の評価と再設計への示唆がなされていることを指摘した。

以上の先行研究の指摘から、授業で観察された子どもの実態を基にして、授業の目標がどの程度達成されていたか、また達成されていないとすれば、そのギャップを埋めるための手立ては何かといった議論や、授業課題の評価や再検討に関する議論がなされることが、協議会の特徴であると捉えることができる。

では、高校数学における協議会は、上記のような特徴を有するものとなっているだろうか。そうでないならば、どのような特徴を有するだろうか。本研究を、高校数学の授業研究において、“how to learn”型の議論を実現するための基礎的研究として位置づけ、まずは、協議会の議論の現状を把握する。

### 3. 分析

#### (1) 分析対象の授業研究会の概要

本研究では、「高校数学において、生徒の数学的に考える態度の育成を目標とする『授業研究コミュニティ』を形成するとともに、その形成要件やプロセスを明らかにすること」を目的とした研究グループ（高校数学授業研究会）が主催した、研究授業と協議会を対象とする。高校数学授業研究会には、この研究方針に同意した5都道府県の高校数学の教師、指導主事、大学教員らあわせて50名程度が参加した。授業研究は地区ごとに行われたが、会全体の目的意識の共有と授業研究の方法の検討のために、全体の研究授業と協議会を2回行った（授業Ⅱは2018年6月、授業Ⅲは2019年9月に実施）。本稿では、その2回の研究授業と協議会を分析する。したがって、本稿で分析の対象とする研究授業と協議会は、各都道府県の高校数学の教師や指導主事、大学教員が集まった授業研究会である。

本稿で対象とする2回の研究授業の授業者（以下TT）は同じであり、ともにTTの勤務校である公立高等学校全日制普通科で行われた。この学校はいわゆる進学校である。授業Ⅱは数学Ⅲの微分法の応用、授業Ⅲは数学Ⅰの2次不等式の授業であり、各授業の目標は表1の通りである。TTは、教職経験10年未満の教師であり、事前アンケートには、「生徒自身が抱いた疑問を他の生徒と解決する授業、生

表1 各授業の目標

	授業の目標
授業Ⅰ	導関数の符号及び増減を関数の凹凸と対応させることができる。関数の凹凸と導関数の増減、第二次導関数の符号の関係について理解する。
授業Ⅱ	2次方程式・2次不等式と2次関数のグラフを関連付けて考察することができる。2次関数の式における定数の変化とグラフにおける変化を対応させて考察することができる。

徒が数学的な議論をしながら数学的知識や技能を生み出したり活用したりする授業」を理想の授業として掲げていた。

各授業の参観者の人数は、授業Iは35名、授業IIは42名であった。協議会の議論時間は、協議会I(授業Iに対応する協議会)は約100分、協議会II(授業IIに対応する協議会)は約89分であった。なお、高校数学授業研究会では、参観者は、授業観察において生徒の思考に着目することが求められ、協議会においても、生徒の考えに基づいて発言することが求められていた。

(2) 分析の方法

2つの研究授業と協議会をすべて撮影し、それらの発話記録を基に、研究授業の概要を記述するとともに、参観者の協議会における議論を分析する。本稿では、発言者の区別をするために、司会はMC、授業者はTTとし、参観者の発言にはアルファベットを付した。各協議会において、発言者が同じ場合は、同じアルファベットを付している。また、発言者の後の数字は、その協議会における発言者の交代を一つの区切りとした発言順を表している。なお、授業研究における指導講評者の発言は、本研究の対象とはしていないため、発言内容には含んでいない。

(3) 分析

① 授業Iー協議会I

(i) 授業I

生徒の既習事項は、第一次導関数を求めることと、それを基に増減表を調べ、グラフの概形をかくことである。授業の流れ(授業の場面を、全体、個人、グループの3つに大別したもの)は図1の通りである。

まず、「 $y = (\log x)^2$ の増減を調べグラフを



図1 授業Iの時間経過と活動内容

かきなさい」という問題が提示され、個人解決の時間が取られた。その後、第一次導関数を基に増減表とグラフをかいた生徒を教師が指名した(図2)。この生徒の考えをきっかけに、別の生徒が「S: グラフでいう右側の部分がどういうグラフになるのかなって。何でそのグラフになったのかな」と質問し、議論がグラフの右側に焦点化され、 $y = (\log x)^2$ のグラフとして、図3の3種類の可能性が生徒から指摘された。ここで教師は、「どのグラフかを明らかにするにはどうすればよいか」と発問し、再び個人解決へと移った。その後、生徒の考えを基に、「 $y' = \frac{2 \log x}{x}$ の $x \rightarrow \infty$ としたときの極限によって、グラフ①~③が分類される」ことが確認された。その後、教師は③のグラフに着目させた上で、接線の傾きの変化に注目している生徒の考えを取り上げ、グラフの形について議論を進めた。その中で、

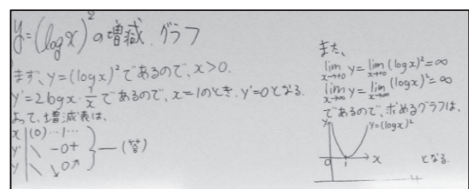


図2 授業Iの板書の一部

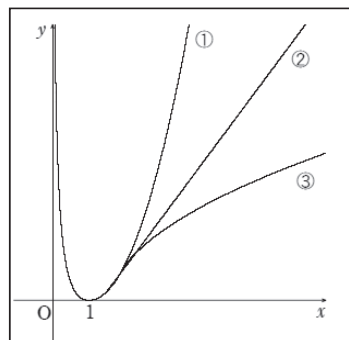


図3 3種類のグラフ

③のグラフの特徴として、「S: (接線の傾きが) 増えてったけど、どっかの点経由して減り始めてるみたいな」や「S: 一番傾いていないところが一番増減が変わってるところ」などの発言が表出し、さらに、「S: もう1回微分すればいい」や「S: グラフの傾きのグラフができるってことですか」などという発言もあり、第二次導関数や変曲点に関する考えに焦点が当たったところで授業は終了した。

#### (ii) 協議会 I

協議会の議論を大きな話題で区切り、議論の概要を以下に示す。話題のまとまりで記述しているため、発言順が前後している箇所がある。また、紙面の都合上、各発言者の発言の一部を取り上げている。

#### [1] $y = (\log x)^2$ のグラフで第二次導関数を導入しようと考えた理由

MC11:  $(\log x)^2$ を題材にした時点で、そこは見えますよね、そこ（極限を調べようとすることから変曲点に焦点化すること）のギャップがあるということは。

MC13: なぜ $(\log x)^2$ でこの内容を導入しようと思ったのか。

TT14: 教科書にあるような内容だと減少しながら収束していく、 $\frac{1}{x^2+1}$ とか。

TT16: 減少しながら最後はこういう値になっていかないとまずいということは、(グラフは) 繋いでしまえばどうにかなる。

ここでは、 $y = (\log x)^2$ のグラフを題材とした理由が問われ、教科書にある題材では、第二次導関数を調べる必要もなくグラフの概形がかけてしまうが、 $y = (\log x)^2$ のグラフは発散するため、様々なグラフの概形が考えられ

ることが述べられた。

#### [2] 生徒は $y = \log x$ を何のために利用していたか

A41:  $\log x$ の負の部分が、上に折り返されて、V字型みたいになるっていうような感覚もてる子も居るのかな。

A43: 何か見た感じだと、 $f'(x) = 0$ を求めてた子が居たんですけど、その前後のやつが分らないって言ってる子とかも居たので、そこでそういう助けが出来るのかな。

TT44:  $1 - \log x$ が、第二次導関数出てくるんですけど、0になるところは  $e$  で分るんですけど、それが+なのか-なのかっていうことを判断するところが非常に彼らとしてはネックを抱えていて。

( $y = \log x$ を折り返した考えが) あの場合出れば取り上げるけど、出なければいいかなと思って。

MC78: (ある生徒が)  $\log x$ のグラフをメモみたいにちょっとかいて、増減表を作りながら、そこに戻りつつやってた。

この先 ( $x = 1$ より右側) がどうなるか分からない。困っているんだって言って。

元々のこの子の悩みは、 $\log x$ を2乗したときにどうなるかというのは、イメージは掴めてるんだけどその後どうなるかを捉えきれてないというところかな。

A103: 最初の増減表がそもそもかけないっていう子。

その子が途中で、 $y = \log x$ のグラフをかき始めたんですね、そのときに、もしかしたら $\log x$ と  $x$ の大小を比較しようとしたのかなっていうふうに僕は思ったんですね。

$\log x$ のグラフの出所が、最初にグラフの概形を考えようとしているのか、もしくは、導関数の変化を調べるために $\log x$ を使っているのかとところが、生徒によって結構違うのかな。

TT118: (これまでの授業の中で) 導関数が正だから負だからで、増加減少を見ていたのではなくて、 $(f(x))$ の値が増加しているから、接線の傾きがこっちだっていうことを特定していただけ。

---

ここでは、 $y = \log x$ のグラフを記述していた生徒の実態を基に、生徒の思考の解釈が議論されている。

### [3] 生徒は凹凸をどの程度気にしていたか

---

B52: (数学IIの3次関数のグラフをかくときに) 凹凸の話っていうのは、私はやっぱり授業では少し触れたりっていうことはあるんですが。

TT57: 彼らは、3次関数かくときに、(増減表の) +, -, +みたいなの、あれは書くんですけど、これは何だって聞くと、ん?みたいな感じの子も居るみたいだった。

B59: 生徒は元々関数の凹凸っていうのをどれ位気にしてたのかな。

---

ここでは、数学IIで3次関数を学習した際に、凹凸に注目する場面があったのかという質問がなされたが、TTは当該学級の数学IIの授業は担当しておらず、この質問に対しては、明確に回答できなかった。ただ、TTは、生徒のこれまでの実態から、接線の傾きの正負とグラフを関連付けて考えられていないことを指摘した。

### [4] $y = (\log x)^2$ のグラフの変曲点に注目するための手立て

授業では、図3の①～③のグラフのいずれかであるかを判断する方法として、多くの生徒は無極限がどうなるかで判断しようとしていることが報告されていた。そのため、協議会では、本時の目標である、関数の凹凸に着目するための手立てが議論の中心となった。

#### [4-1] 変曲点は後回しにする

---

C120: 今回の①, ②, ③のグラフを見分けるということがテーマなのであれば、変曲点は一旦後回しと言うか触れずに。

まずは③になるねっていうところを先にやってから。

生徒の中で①, ②, ③を見分けるために、何でそのカーブがどうのこうのっていうのをやってるのかなっていうのを疑問に感じてる子が居るのかな。

TT122: 問いが、どのグラフか明らかにするにはって言ってしまっているの、どのグラフか明らかになった瞬間に問題終わらないって思って。つまり、みんなで解いているものは、どのグラフか明らかにするための方法を考えていて、それが、導関数の極限をとった、じゃあ0になったからこれだって言ったら、あ、終わったね、が僕の中では、彼らにとっての結論になってしまうような気がして。

---

ここでは、「C120: グラフを見分けることがテーマ」という発言に対し、「TT122: どのグラフかを明らかにするための方法を考えていて」という発言がなされ、授業の目的に関わる議論がなされている。

## [4-2] 観察された生徒の考えを基にした提案

D139: 生徒のその様子見て、最初その増減調べた後で、グラフかけて言ったときに、ここまで ( $0 < x < 1$ ) かけてる、悩んでる子は、結構居たんですね。

尖ってかいてる子が居て (図4)。ただ、点をプロットして、その後色々調べた後で、その子  $x$  に  $e$  を代入すると、どうやら1を通るってことが分かったんですね。

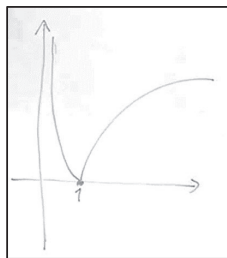


図4 (1, 0)で尖ったグラフ

D141: 多分、曲線だから、尖がねえんだろなって思ったんじゃないかなと僕は思って眺めてたんですけど。

このもややしたところがどうなるんだろうねっていう発問があっても良かった。

TT144: これ拾えてれば、ちょっと違うことも起きたかなって思う。

E158: (鉛筆で接線の変化を表現していた生徒は) 接線の変化が元の増減を決めてるっていうのは分かってて、一生懸命動かして。私は接線の傾きによって決まるって発想があるなら、こっちから行くっていう手もあったんだなと、接線の傾きがどう変わるのかを見て、その子がやってたように。

ここでは、授業で観察された生徒の考えを基に、発問や授業展開の提案がなされた。

## [4-3] 2回微分を調べる意味を問う

B150: 無限極限がどうなっていくのかっていう、そっちの話から真ん中のところもってくるのは非常に難しい。

私だと最初からそもそも、微分することってどういう意味があったんだろう。

$f'(x)$ に対して $f''(x)$ , 2回微分を調べるっていうのは何の意味があるんだろうとか、そういうような問いかけ。

TT154: 二次導関数の意味が何なのか、2回微分することの意味が何なのかって考えるのもあるかなと思うんですけど、僕の中では、そもそも何で二次導関数をやらなきゃいけないのかっていうことを子ども自身が分らないと、こっちから二次導関数の意味は何だろうなって考えていても、その目的は何なんだろうなと思っていて。

ここでは、2回微分する意味を直接問うことが提案されたが、TTの目的は、そもそもなぜ2回微分をする必要があるかを考えることにあると述べていた。

## [4-4] 授業で扱う題材の提案

F182: アイディアとしてですよ、教科書見ずに、増減表だけを最初にかいといて、グラフをかいていく、いろんなグラフ出ると思うんですよ。

F186: 多分、同じ増減表でも、色んなグラフ出来ますよね。そこで先生が今回取り上げた $(\log x)^2$ だったら、実はこれだよなっていうことを、多分1の値、絶対調べると思うし、 $e$ の値も絶対調べると思う。

G222: 私実は高校生のときに、 $y = (\log x)^2$ のグラフをかいたときに何で変曲点を調べなきゃいけないんだって思った記憶があって。例えば、 $y = x + 2$ とかの共有点を調べようとしたときに、増加の仕方によって共有点の個数が変わってくるじゃないですか。そうなったときに、増加の仕方って、正確にっていて、セットにグラフをかく必要があるんだなってそのときに初めて実感して。もしかしたら中には、どんな形になっても別にいいやんけって、もしかしたら内心思ってるかもしれないので、何かそういう導入の仕方もあるんだな。

ここでは、授業で扱う題材の提案がなされた。Fの発言は、増減表からグラフを考え、その過程でグラフの凹凸に気付かせるような題材、Gの発言は、 $y = (\log x)^2$ と $y = x + 2$ の共有点の個数を調べることを通して、 $y = (\log x)^2$ の凹凸に気付かせるような題材の提案である。

② 授業Ⅱ－協議会Ⅱ

(i) 授業Ⅱ

生徒の既習事項は、2次方程式の異なる実数解をもつ範囲を特定することである。授業の流れは図5の通りである。

授業で扱われた問題は、「 $x^2 - 2mx + 6 = 0$

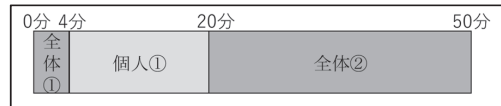


図5 授業Ⅱの活動と時間の経過

が異なる2つの正の実数解をもつとき、定数  $m$  の値の範囲を求めよう」である。授業の板書は図6の通りである。

授業は、個人解決の時間が設けられた後、まず判別式から異なる2つの実数解をもつ条件として、 $D = 4m^2 - 24 > 0$ と立式し、 $m < -\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{6} < m$ という解を導き、「正の解であるから $m > 0$ 」を条件として付加し、 $\sqrt{6} < m$ という解を求めた生徒 (SP) が指名された (図6左)。その後、教師が「これの実数解って  $m$  なの?」と発問した。この発問から、2次方程式  $x^2 - 2mx + 6 = 0$  の解のうち、小さい方の解が正であればよいことから、 $x = m - \sqrt{m^2 - 6} > 0$ という考えが表出した (図6中央)。その後は、 $m > \sqrt{m^2 - 6}$ の計算方法に議論が移り、両辺を2乗して計算する際に、両辺が正であることや平方根の中が正であるという条件が必要であることに教師が言及し計算した (図6右)。

次に、元の問題の別の解決として、 $y = x^2 - 2mx + 6$  というグラフの頂点が  $x$  軸よりも下にあればよいことから、 $m < -\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{6} < m$ という解を導き、「正の解であるから $m > 0$ 」を条件として付加し、 $\sqrt{6} < m$ という解を求めた

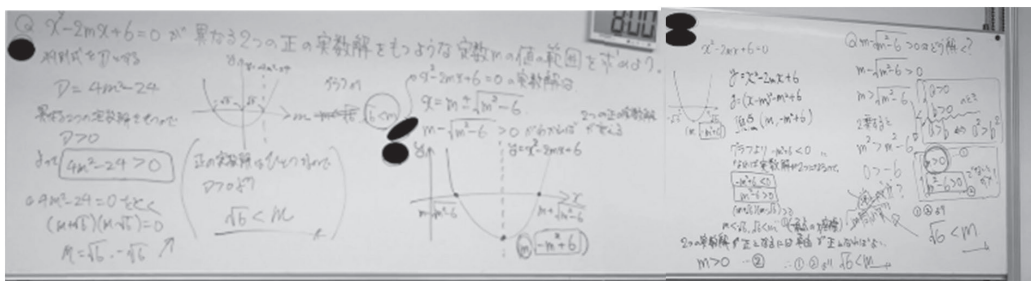


図6 授業Ⅱの板書



生徒 (SQ) が指名された (図 6 中央右). 生徒が考えを説明したところで授業は終了した.

## (ii) 協議会 II

### [5] 実数解 $x$ と定数 $m$ の混乱と手立て

H30: 生徒は定数  $m$  という話と解  $x$  の話で非常に混乱した. 私が彼らのノートを見てみると, 3 分の 1 の子は  $y$  軸と  $x$  軸で真ん中にあるグラフをかいている.

他もグラフはかいていたのですが, おそらく軸のネーミングをしないで, 単純に  $m$  の左上の判別式を解いているやつをグラフとしてかいていたという感じで. でも, その子たちにとっては, もしかしたら, どちらも同じものに見えていたのかもしれない.

TT31: 本時までの反省ですが, そこをはっきりさせてこられなかったのが大きな問題かなと. というのも受けて, 今回は整理しなくてはいけないと思ったのですが, おっしゃる通り, ここ (図 6 左下の括弧) を括弧にして, 「実数解ってなんなの?」と言って「 $x$  だよね」という話をしました. 今, ご指摘いただいて, 「 $m$  じゃないんだよね」というところにもう 1 回戻ってあげればよかったなと感じたところです.

I46: 女の子 2 人のやつはグラフで既に  $m$  と  $x$  が混ざっているんですね.

I48: 多分本人も迷いながら, 正の実数解, 実数解が何なのかよく分からない状態になっているので, そこら辺を取り上げて, 「実数解って  $m$  なの?  $x$  なの?」みたいな揺さぶりをかけながら, 「例えば  $m$  にいろいろな値を入れたら, 二つの正の解じゃないときってあるの?」みたいな. 「今回は  $m < -\sqrt{6}$ ,

$\sqrt{6} > m$  という条件だけでは駄目なの?」みたいな揺さぶりをかけていく中で,  $m$  に具体的な数字を代入したり, 「グラフだったら, こういうグラフになっては駄目なんじゃないの?」とか. そういうところから攻めていくのも一つかなと思って.

TT51: SP 君の言っている「正の実数解であるから  $m$  は正だろう」という結論と, 今おっしゃった「判別式を出してグラフの頂点の  $y$  座標を考えた. そこから二つ出るけどどこなんだ」というところ. そこを子どもたちがグラフの考察から,  $x$  が正になる話と, 2 次関数の軸が正になっている話をちゃんと分けて考えられるかどうか私の中では結論として出てこない気がして, 今回は式から攻めてしまったというところです. なので, 一回式で攻めた後改めてグラフに戻ってみるといふ集団検討にしたという.

ここでは, 実数解  $x$  と定数  $m$  を混同して考えていた生徒の実態が報告され, 後半では, その混同を利用して授業を展開していくための発問の提案がなされた. この提案に対して, TT は, 式での考えを整理してからグラフの考えに移らないと,  $x > 0$  という条件と軸が正という条件を分けて考えることができないと考え, 式の議論に時間を割いたと述べていた.

### [6] 「正の」という条件がない授業課題の提案

J37: 正の実数解をもつ必然性って生徒にある? (中略) (「正の」をなくしたら) その ( $m$  の) 範囲が出ますよね. その上でいくつかの  $m$  をいろいろ当てはめてみると, 二つ正の解が出てくることもあるかもしれないし, そうでない場合もあるかもしれない.

「二つの正の解が出てくるってどういふとき？」と言えば、生徒はそれを求める必然性はあるわけですよ。

K41: 前回やったのは「正の」とかいてなかったけど、今回は「正の」とかいてある。じゃあ、どういうことだろうねというところから解の公式を使って式で考えたり、グラフをかいたりしたら、どの辺にその2個の交点が出てくるんだろうということが議論できたのかな。

TT42: 先生方のご指摘の通り、子どもたち自身の課題意識という部分は、私が事前に検討していたときも、どういう課題意識でいくかというところを悩んでいて。

ここでは、授業で提示された問題を「異なる2つの『正の』実数解をもつ」ではなく、「正の」がない問題に変更することで、生徒の課題意識を喚起できたのではないかと指摘がなされた。

**[7] y 切片が一定であることに気付かせる**

L61: 最後の生徒が頂点の x 座標が正である場合は最低条件という話をしたんですよ。それが、この問題で一番ポイントだったかなと思ったんです。必要条件、十分条件を考えれば、y 切片というのがあるから、この解答になるというところで。

M66: 授業の最後で、(ICT で) m の値を変えていって、解がこうなっている中で、こういうグラフになっていくんだね、というのをうまく使うと、グラフの y 切片が常に6になっていることに気付く生徒が出るのではないかと思います。

TT67: m の値によって x が存在するという実

感は必要かなと思ったので、それは (ICT で) 表示しようと思っていました。

ここでは、ICT を利用して、m の値を変化させると、y 切片が常に6で変化しないことに気付かせ、そこから、2 次関数のグラフの軸が正であれば条件を満たすという考えに繋がったのではないかと指摘がなされた。

**[8] 2 次方程式の解の公式と 2 次関数の繋がり**

N75: 僕も一生懸命これを考えて、僕だったらこういう展開にするというのを。

解の公式をやったときの、 $\frac{-b \pm \sqrt{\dots}}{2a}$  のところの  $-\frac{b}{2a}$  は軸であって、 $\pm\sqrt{\dots}$  はそこからの距離だという話を、もし 2 次関数の最初や 2 次方程式を解いたときに言っているのであれば、 $m > 0$  という条件は常に軸での条件であるということがまず言えたのではないかと。そうすると、m が  $-\frac{b}{2a}$  で出てきた軸だと結論づけてあげて、 $\sqrt{\dots}$  は何かということ、そもそも解が存在しないといけないというためのもの。そして、重解ではいけない、つまり  $m = \sqrt{6}$  では駄目というために存在しているもので、最後に  $m - \sqrt{m^2 - 6}$  という、この  $> 0$  を考えたことが y 切片も含めて、2 解が正になるということは y 切片が正になるということで、その条件をすべてクリアしたんだという。

TT78: 最初に判別式と頂点が結びついているのかということになるのですが、頂点の解法が出て、「おー」となった瞬間に結びついていないなと思って。前時でそれが出てしまったので。「m って解の公式で言う」という話に来るのはちょっと難しいかなと。ただ、必要感としては、そこがすごく大き

いだろうな。本当の意味での式とグラフを関連させるといのはそこのかなと、私も事前に検討しながら思っていました。

---

ここでは、2次方程式の解の公式と2次関数の頂点の繋がりに対する言及がなされた。

#### 4. 考察

##### (1) 授業者の立場に立った代替案の提示

2つの協議会における議論の特徴として、まず、様々な代替案が提示されたことが挙げられる。例えば、協議会Iでは、変曲点やグラフの途中の部分( $x=1$ や $x=e$ 付近)のグラフの形に着目させる手立てとして、生徒の考えを基にした教師の発問の提案([4-2])、別の題材の提案([4-3]、[4-4])がなされた。また、協議会IIでは、授業課題の提案([6])や2次関数のグラフと $x$ 軸の交点とともに正である条件を見出すための発問や手立ての提案([7])がなされた。このような提案がなされたことから、参観者は、自分が授業者だったら、どのような生徒の考えを取り上げ、どのような発問をするか、どのような題材で授業を行うかといった視点で授業を観察し協議会で発言していることが伺える。その根拠の一つとして、例えば、協議会IIにおいて「N75：僕だったらこういう展開にするというのを」と発言していたことが挙げられる([8])。

以上のように、本稿で取り上げた協議会では、授業者の立場に立った多様な代替案が議論されていたことが特徴の一つである。

##### (2) 授業の目標と生徒の実態のギャップを埋めるための議論の実際

授業Iでは、第二次導関数の必要性や導関数の増減との関連を理解することを目標として

いたが、多くの生徒は無限極限に注目していた([1])。また授業IIでは、2次方程式と2次関数のグラフを関連付けて考察することを目標にしていたが、授業では、 $m - \sqrt{m^2 - 6} > 0$ の計算方法が検討されるなど、式での解決が中心となり、グラフとの関連を考察するには至らなかった。このような各授業におけるギャップを埋めるための手立てとして、(1)の議論がなされていた。しかしながら、以下の点で先行研究とは異なる議論の実際が見られた。

[4-2]は、授業で観察された生徒の記述や行動、発言を根拠にしていることから、まさしく「生徒の実態に基づいた」議論であることがわかる。他方、例えば、[4-1]「C120：疑問に感じてる子が居るのかな」や[4-4]「G222：もしかしたら内心想ってるかもしれない」といった発言は、授業で観察された生徒の実態ではなく、発言者の推測の域を出ないものであると考える。このように、(1)の議論では、授業で観察された生徒の実態に基づいた提案と発言者の推測に基づいた提案が混在していたことが指摘できる。授業で観察された生徒の実態に基づいた代替案は、授業者や参観者の同意を得られやすく、また、議論の土台となり得ると考える。そういった意味で、生徒の実態と目標とのギャップを埋めるための議論には、実際に観察された生徒の実態に基づく議論が必要不可欠であると考えられる。

また、他方で、授業者の意図とは異なる代替案が提示されている現状も明らかとなった。例えば、[4-1]において、「C120：①、②、③のグラフを見分けるといことがテーマなのであれば」という発言は、TTが意図していた「T122：どのグラフか明らかにするための方法を考え」ることとは異なる立場の発言であ

る。また、[4-3]の議論も、「なぜ2回微分をする必要があるかを考える」というTTの意図と、「2回微分の意味を考える」というBの意図の相違が見られた例である。これらの違いが生じた背景には、授業者と参観者の「教育の規範的な方向付け」の考え方の違いがあると考えられる。すなわち、後者の例であれば、第二次導関数という学習対象を、問題解決を通して学習すべきであるというTTの考え方と、直接的に学習すべきであるというBの考え方の相違が議論されていると考える。同様の相違は、協議会IIの[5]の議論においても見出される。「I48:『グラフだったら、こういうグラフになっては駄目なんじゃないの?』』という発問により、2次方程式と2次関数のグラフの関連を見出す流れが提案されたのに対して、「TT51:子どもたちがグラフの考察から、 $x$ が正になる話と、2次関数の軸が正になっている話をちゃんと分けて考えられるかどうかは私の中では結論として出てこない気がする」と述べ、2次方程式の判別式の議論を十分尽くした上で、グラフの議論に移行した意図とは異なる立場の発言である。

以上のように、本稿で分析した協議会には、授業の目標と生徒の実態とのギャップを埋めるための議論は存在したが、その内実は、授業の目標に対する解釈の違いがあることや推測した生徒の実態を基にした発言があることがわかった。これらの特徴は、先行研究で指摘されている小・中学校の協議会とは異なる特徴の一つであると考えられる。

### (3) 数学の議論

協議会Iでは、 $y = (\log x)^2$ のグラフをかく際に、生徒は既習事項をどのように生かしていたのかが議論となった。例えば、 $y = \log x$ のグ

ラフをかいた生徒は、 $\log x$ を2乗しているから、 $y = \log x$ のグラフを $x$ 軸の上側に折り曲げればよいという発想からかいたのか、あるいは、 $y' = \frac{2 \log x}{x}$ の正負を判定するためにかいたのか、という議論がなされた([2])。また、変曲点や接線の傾きの変化に着目させるために、数学IIの3次関数でどの程度指導するべきなのかに関する議論もなされた([3])。

協議会IIでは、2次方程式の判別式と2次関数の頂点との繋がりに関する議論がなされた([8])。また、 $x$ と $m$ の混同も議論されていた([5])。生徒にとって変数と定数を明確に分けて議論するのは、数学Iが初めてであることから、これは高校特有の議論であると考えられる。

以上のように、本稿で分析した協議会には、生徒の既習事項と本時で生徒の課題となっている数学との繋がりを意識した議論が多く見受けられた。高校数学の内容は、小・中学校の算数・数学に比べて高度であり、それゆえ、生徒が利用できる数学的知識や技能、見方や考え方は多様である。授業で扱われている数学と関連のある多様な数学が議論されることが、本稿で分析した協議会の特徴の一つであると考えられる。

## 5. まとめと今後の課題

本稿では、高等学校数学科の協議会の議論の特徴を見出すために、協議会における議論を分析した。対象とした協議会に参加した教師らは、生徒の思考に着目して授業観察をし、議論をすることが求められていた。

協議会における議論を分析すると、確かに生徒の実態に関する発言は多く見られたが、その内実は、授業で実際に観察された生徒の実態と、参観者による生徒の実態の推測の発

言が混在していた。また、授業者と参観者の「教育の規範的な方向付け」に対する考え方の違いも明らかとなった。

先行研究で指摘されている、授業の目標と生徒の実態のギャップを埋めるための議論（中村，2013）を行うためには、「教育の規範的な方向付け」を授業者と参観者で共有した上で、授業で観察された生徒の実態に基づいた議論が必要であると考え、今後の課題は、上記の議論を行うための方策を検討することである。

#### 付記

本研究は科研費基盤研究（B）19H01685（研究代表：長尾篤志）の助成を受けている。また、本稿で取り上げた授業Iは、夏原（2022）で取り上げられた授業である。

#### 引用・参考文献

- 藤井斉亮（2014a）. 理論構築の萌芽領域としての算数・数学科における授業研究(2)：授業研究の構成要素と構造の特定. 日本数学教育学会第2回春期研究大会論文集, 111-118.
- 藤井斉亮（2014b）. 授業研究における指導案の検討過程に関する一考察. 日本数学教育学会誌, 96(10), 2-13.  
[https://doi.org/10.32296/jjsme.96.10\\_2](https://doi.org/10.32296/jjsme.96.10_2)
- 中村光一（2013）. 授業研究の理論化に向けた授業研究の基本的な考え方についての考察：研究協議会の議論の分析に焦点をあてて. 日本数学教育学会第1回春期研究大会論文集, 89-94.
- 夏原智史（2022）. 高等学校数学科における生徒の課題意識を高める教材の開発と実

践—曲線の凹凸と第2次導関数の関係に焦点を当てて—. 日本数学教育学会誌, 104(3), 2-13.

[https://doi.org/10.32296/jjsme.104.3\\_2](https://doi.org/10.32296/jjsme.104.3_2)

- 西村圭一, 松田菜穂子, 太田伸也, 高橋昭彦, 中村光一, 藤井斉亮（2013）. 日本における算数・数学研究授業の実施状況に関する調査研究. 日本数学教育学会誌, 95(6), 2-11.

[https://doi.org/10.32296/jjsme.95.6\\_2](https://doi.org/10.32296/jjsme.95.6_2)

- Ricks, T.E. (2011). Process reflection during Japanese lesson study experiences by prospective secondary mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 251-267.

<https://doi.org/10.1007/s10857-010-9155-7>

- 坂本篤史, 秋田喜代美（2008）. 授業研究協議会での教師の学習—小学校教師の思考過程の分析—. 秋田喜代美, キャサリン・ルイス. 授業の研究 教師の学習 レッスンスタディへのいざない (pp.98-113). 明石書店.

- Widjaja, W., Vale, C., Groves, S., Doig, B. (2017). Teachers' professional growth through engagement with lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20, 357-383. <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9341-8>

---

（なかいつ そら

所属先 東京学芸大学大学院連合学校教育学研究科（院生）／東京学芸大学附属小金井中学校

所在地 東京都小金井市貫井北町 4-1-1)