高等学校数学科における問題解決型の授業を評価する枠組みに関する基礎的研究：TRU Math Summary Rubricを用いた授業分析を通して

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 東京学芸大学大学院連合学校教育学研究科 公開日: 2023-12-11 キーワード (Ja): 授業研究, 問題解決, TRU Math Summary Rubric, 数学教育, 高等学校, ETYP:教育関連論文, SSUB:数学 キーワード (En): Lesson Study, Problem-Solving, TRU Math Summary Rubric, Mathematics Education, High School 作成者: 中逸, 空 メールアドレス: 所属: 東京学芸大学, 東京学芸大学附属小金井中学校
URL	http://hdl.handle.net/2309/0002000156

高等学校数学科における問題解決型の授業を評価する枠組みに関する基礎的研究

── TRU Math Summary Rubricを用いた授業分析を通して ──

中　逸　　　空*

1．本研究の目的と方法

日本の小学校算数科，中学校数学科では，児童・生徒が，問題の解決を通して新しい数学的な知識や技能，見方や考え方を獲得していく問題解決型の授業が志向されている。問題解決型の授業では，問題解決過程における児童・生徒の思考への着目が不可欠である。多様な考えを見取り，取り上げる考えを決め，集団検討においてそれらを基に「練り上げ」をしていかなければならないからである。これは容易なことではなく，授業研究を通して，その実現が永続的に志向されてきた。これが,「授業研究と問題解決型の授業は車の両輪のような関係」（藤井，2021）にあるとされる所以である。

一方，高等学校数学科の授業は，教師による例題の解説と練習問題の演習から構成される知識伝達型の授業になりがちであることが長年にわたって指摘されている（例えば，平林，2004)。また，高等学校数学科でも授業研究はなされているものの，生徒の思考の様相よりも，教師がいかに指導するかに着目する傾向があることが報告されている（西村他，2013)。これは，上述の「授業研究と問題解決型の授業は車の両輪のような関係」にあることを例証しているかのようでさえある。

このような現状に対して，筆者は，高等学校数学科においても問題解決型の授業は必要であり，授業研究を通してその実現が可能であると考えている。そして，問題解決型の授業実践及びその授業研究の経験が浅く，上述のように，いかに指導するかに着目する傾向がある教師に対しては，まず，行われている問題解決型の授業を生徒の思考へ着目し観察・評価できるようにすることが重要であり，そのために授業を評価する枠組みを示すことが有効だと考えている。

そこで，本稿では，高等学校数学科における問題解決型の授業を評価する枠組みの作成に向けた示唆を導出することを目的とする。この目的に対して，まず，Schoenfeld（2017）が作成したTRU Math（Teaching for Robust Understanding of Mathematics）のツールの中で，授業をスコアリングするTRU Math Rubricに着目し，それらの作成に至った背景や利用方法を明らかにする。第二に，TRU Math Summary Rubricを用いて，３つの高等学校数学科の授業を分析し評価する。第三に，その結果を基に，日本の高等学校数学科の授業を評価する上でのTRU Math Summary Rubricの有効性を考察し，今後作成する高等学校数学科の問題解決型の授業を評価する枠組みに関する示唆を得る。

2．TRU Mathについて

(1) TRU Mathの背景

Schoenfeldは，数学的問題解決に関する研究（Schoenfeld, 1985）をはじめとして，数学的問題解決者を育てる授業を実現するために，教師の意思決定に関する研究を進めてきた（Schoenfeld，2013)。その後，教師教育研究の一環として，授業を構築したり，観察したり，振り返ったりするための枠組みであるTRU Mathを作成し

＊　なかいつ　そら　東京学芸大学大学院連合学校教育学研究科自然系教育講座，東京学芸大学附属小金井中学校
キーワード：授業研究／問題解決／ TRU Math Summary Rubric ／数学教育／高等学校

た。SchoenfeldがTRU Mathを作成した主な目的は，教員養成課程の学生に，生徒の思考を観るような授業観察の視点を与えることである（Schoenfeld，2017）。

TRU Math におけるSchoenfeldの最初の研究課題は，「数学的思考力や問題解決能力に優れた生徒を生み出すという性質を持った，授業実践における少数の観点を定義することは可能か？また，これらの観点に沿って成長できるように教師を支援することは可能か？」（Schoenfeld，2017，p.6）であった。そして，既存の授業評価枠組みや多数の授業ビデオの分析を通して，以下の５つの観点[1)]を特定した。

・数学…授業での活動の構成が，生徒が知識豊かで柔軟な問題解決能力のある数学の考え手になる機会をどの程度与えているか。
・認知的要求（Cognitive Demand）…生徒が重要である数学的な考え方や手順を理解し，それをつかみ取る機会がどの程度あるか。
・数学への公平なアクセス…授業の活動構造が，授業で取り上げられている数学の中核的な内容に，生徒全員が積極的に関与することをどの程度促し，支援しているか。
・エージェンシー，オーナーシップ，アイデンティティ…数学的な考えについての会話に貢献したり，他の人の考えを基にしたり，他の人に自分の考えを基にしてもらうなど，生徒の「言うべきこと言い，行うべきことを行う」機会がどの程度与えられているか。
・形成的アセスメント…授業での活動が，どの程度生徒の思考を引きだし，その後の相互作用がそれらの考えに対応しているか，生産的に取り組み始めることを基にして，新たに生じた誤解に対処しているかどうか。

（Schoenfeld et al.，2016a，p.1）

それぞれの観点は，複数の授業を観察するときに，継続的で一貫した焦点となり，また，授業について観たり話したり考えたりする「共通言語」となり得る。5つの観点は相互に関連しているため，１～２つの観点に絞って授業を考えることも可能である。（Schoenfeld et al.，2016a）

（2）TRU Math Summary Rubric

Schoenfeldは，「TRU 枠組みの基本的な主張は，TRUの５つの観点に関連する授業のパフォーマンスが，生徒が知識を持ち，柔軟で，臨機応変に考えたり問題解決したりできるようになることと正の相関があるということである。（中略）これは，実証から得た主張であり，それなら実証的に検証されるべきものである。そのためには，授業にスコアをつける仕組みが必要である」（Schoenfeld et al.，2016b，p.23）と述べ，TRU MathのRubricを策定した。

TRU MathのRubricには，授業全体を評価するSummary Rubricと，教室全体の活動，小グループ活動，生徒の発表活動，個人活動の４つの活動それぞれに対するRubricがあり，図１は，Summary Rubric（Schoenfeld，2017，p.15，図１，筆者和訳）である。「数学」，「認知的要求」，「数学への公平なアクセス」（以下，「公平」），「エージェンシー，オーナーシップ，アイデンティティ」（以下，「エージェンシー」），「形成的アセスメント」（以下，「形成」）の５つの観点のそれぞれに対して３段階の基準が設定され，スコアを１，1.5，２，2.5，３の５段階で付与する。

（3）本研究におけるSummary Rubricの位置づけ

TRU Mathの機能の仕方については，現在もSchoenfeldらが研究を継続しており，日本の授業においても実証的に検討することに意義があると考える。その際，以下の差異があることに留意する必要がある。それは第一に，TRU Math のRubricでは，Schoenfeld が自身の数学的問題解決に関する研究を基盤として，「よい数学的問題解決を行う子どもを育てる授業」を志向しているのに対して，本研究では，次のような問題解決型の授業を志向していることである。

「教師による問題の提示」・「生徒による問題解決」・「解決の共有」・「根底にある数学的概念の理解」という展開があり，この一連の展開が一層豊かになるように，生徒による複数の解法の提示を促し，授業内・授業間における数学的概念やアイディア，既習事項との関連を強調するなど，様々な工夫がある授業と定義する（清水，2002）。

第二に，TRU Mathは，教員養成課程の学生の利用を

	数学	認知的要求	数学への公平なアクセス	エージェンシー，オーナーシップ，アイデンティティ	形成的アセスメント
	数学の内容は，どの程度正確で，一貫性があり，うまく正当化されているか．	生徒は数学的な概念への取り組みや理解について，どの程度支援されているか．	教師はすべての生徒が授業の内容へアクセスするために，どの程度支援しているか．	生徒が考えの源やそれらの議論をどの程度しているか，授業において，どのように生徒の貢献が形成されているか．	生徒の数学的思考はどの程度表出しているか，教師の指導は潜在的に価値のある生徒の考えに基づいたり，彼らから表出した誤解に対処したりしているか．
1	授業の活動は，焦点化されていないか，あるいは技能重視で，推論や問題解決のような重要な実践（key practice)への取り組みの機会を欠いている．	生徒が行う授業の活動のほとんどは，手順の暗記，かつ/または，繰り返しの練習で組み立てられている．	数学の内容へのアクセスや参加には差があり，その状態に対して明確な試みがない．	発言は教師によって始められる．生徒の発言は短かったり（1文かそれ以下），教師の発言や行動によって制限されたりしている．	生徒の推論が積極的に表面化されたり，追究されたりしない．教師の行動は，修正的な振り返りか励ましに限定されている．
2	授業の活動は，主に技能重視であるが，手順や概念，（適切な）内容の間のおおまかなつながりや最小限度の重要な実践に注意を払っている．	授業の活動は，豊かな概念の可能性や問題解決課題を提供しているが，指導のやりとりは，課題を「足場から離す」傾向があり，生産的な取り組みの機会を逸している．	公平なアクセスにはなっていないが，教師は広い範囲の生徒に数学的なアクセスをするための試みはしている．	生徒は考えを説明する機会があるが，「生徒の提案，教師の決定」（授業の議論で，生徒の考えは探究されなかったり，組み立てられなかったりする）である．	教師は生徒の思考に（あるいはよくある間違いに）言及しているが，ある生徒の考えが（潜在的に価値があるとき）組み立てられなかったり，（問題があるとき）課題対処に利用されなかったりする．
3	授業の活動は，手順や概念，（適切な）内容の間のつながりに有意義な支援があり，重要な実践への取り組みの機会を与えている．	教師のヒントや足場は，生徒の理解を構築する上での生産的取り組みを支援し，数学的実践に参加させる．	教師は積極的に支援し，ある程度の広範で有意義な数学的参加を達成している．**もしくは**，確立されている参加構造が，そのような参加をもたらすように見える．	生徒は考えた推論を説明している．教師は，説明された生徒の考えの所有権を認め，**かつ/または，**生徒は他者の考えに反応し自分の意見を組み立てている．	教師は，生産的に始めることに基づいたり，新たな誤解に対処したりすることによって生徒の思考を促し，その後の指導はそれらの考えに応じている．

図1　TRU Math Summary Rubric（筆者和訳）

想定して様々なツールがあり，TRU Math の Rubric もその中の一つであるが，本研究で対象とする高等学校の教師は，例えば，授業対象の生徒の，当該の学習内容に対する困難度の把握やそれに応じた授業の調整等の面で，教員養成課程の学生と同等ではないことである。さらに，法定研修等における授業研究の経験もある。

これらの差異があることを念頭に置いて，Summary Rubric の有効性を考察し，今後作成する高等学校数学科の問題解決型の授業を評価する枠組みに関する示唆を得る。

３．Summary Rubric を用いた授業の対象授業と分析方法

（1）分析対象の授業

本稿では次の３つの授業を Summary Rubric を用いて分析する。

授業Ⅰ　私立高等学校　数学Ⅱ　二項定理

授業Ⅱ　国立大学附属中等教育学校　数学Ⅱ　積分法

授業Ⅲ　公立高等学校　数学Ⅲ　微分法

これらの授業は，観察したいくつかの授業の中から，生徒にとって新たな数学的な知識や技能，見方や考え方を伴う授業として選定したものである。なお，これらの授業は，研究論文として個人が特定されない形で公表することを前提に録画，録音が認められたものであり，授業者の同意を得たものである。

以下に，これらの授業の概要をそれぞれ示す。

① 授業Ⅰの概要

授業Ⅰは二項定理の導入場面であった。授業で扱われた問題は，$(a+b)^5$ の展開式における $a^3\,b^2$ の係数を求める問題，$(x-2)^5$ を展開する問題，$(x-2y)^7$ の展開式における $x^4\,y^3$ の係数を求める問題の３問である。図２は授業Ⅰの板書の一部である。

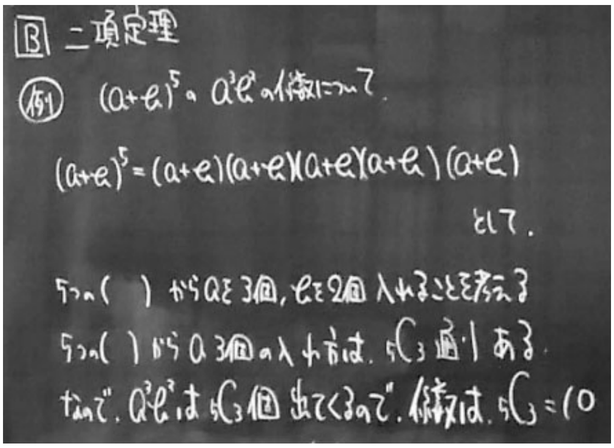

図２　授業Ⅰの板書の一部

② 授業Ⅱの概要

授業Ⅱでは，区分求積法を基に原始関数が面積を表すという既習事項を利用し，$y = x^3$，$x = 1$，$x = 2$，x 軸とで囲まれた図形の面積を求める問題が扱われた。この問題を解決していく途中で，積分定数Cの扱いが議論となり，その後，上記の問題を一般化させ，$y = f(x)$（$y \geqq 0$）と $x = a$，$x = b$，x 軸とで囲まれた面積を求める問題が提示され，その自力解決の途中で授業は終了した。図3は授業Ⅱの板書の一部である。

③ 授業Ⅲの概要

授業Ⅲは第2次導関数の導入場面であった。第1次導関数は既習事項である生徒に対し，$y = (log\ x)^2$ のグラフをかこうという問題が提示された。教師は，第1次導関数を用いて解決した生徒の考えを取り上げ，グラフの形状に議論がおよび，図4の3種類のグラフが考えられることを確認した。その上で，どのグラフかを明らかにするためにはどうすればよいかについて自力解決をしている途中で授業は終了した。図5は授業Ⅲの板書の一部である。

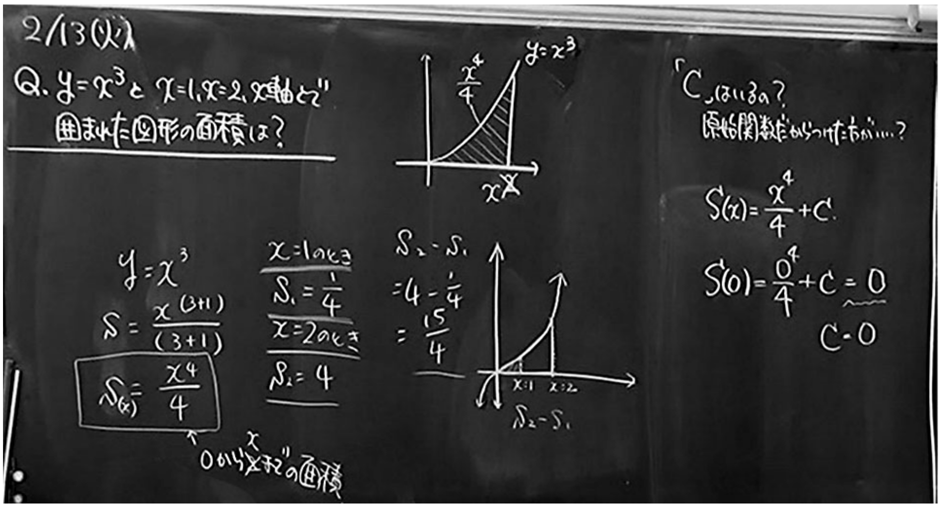

図3　授業Ⅱの板書の一部

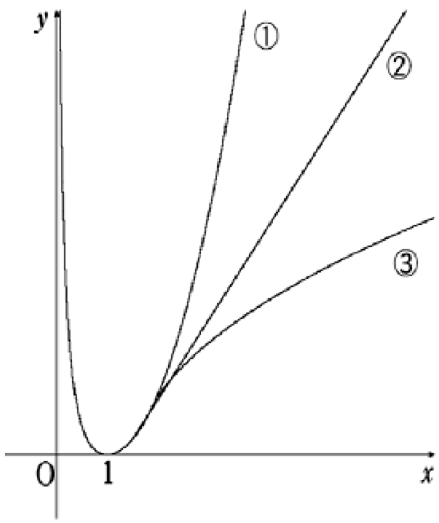

図4　グラフの種類

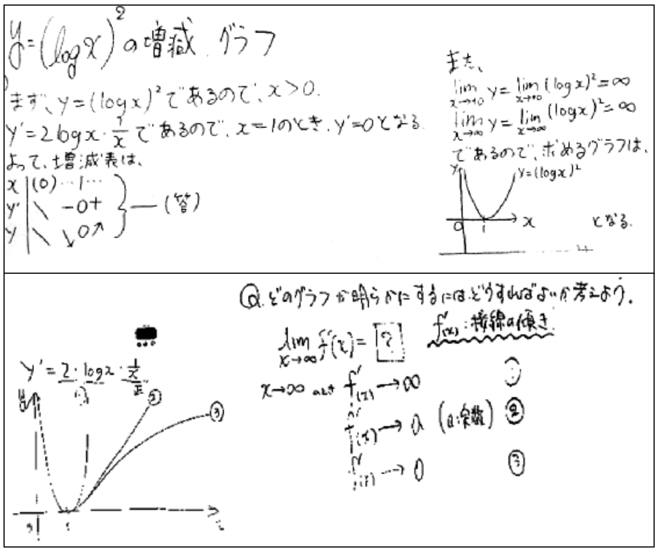

図5　授業Ⅲの板書の一部

(2) 授業の評価方法

本研究における授業の評価は，筆者が，以下の手順で行う。

① 生徒のノートやワークシートへの記述過程を観察し，筆記による記録をとる。
② 授業の直後に，筆記による記録を基にSummary Rubricを用いてスコアを付与し，その根拠を記述する。
③ 後日，撮影した授業ビデオを基に発話記録（プロトコル）を作成し，②の根拠を補足する。

①②はSchoenfeldが授業後の協議会における議論の枠組みとしてTRU Mathの観点を利用すること（Schoenfeld，2017）に基づいている。そのような利用を考えると，本研究において想定している問題解決型の授業実践や授業研究の経験の浅い教師と，問題解決型の授業実践や授業研究の経験を有する教師とでスコアが異なることは十分起きうる。むしろ，協議会を通して，スコアの相違がどのような点に基づくのかを探ることが，生徒の思考への着目の仕方や協議の質の向上につながると考える。このような考えの基，本稿の授業評価は，問題解決型の授業実践や授業研究の経験を有する筆者が行うことにした。

4．授業の評価とその根拠

本章では，筆者がSummary Rubricを基に付与したスコアとその根拠を，観点それぞれに対し，授業ごとに記述する。Summary Rubricは授業全体をスコアリングするものであることから，授業の中でより高いスコアが付与できた場面を取り上げ，それを最終的なスコアとしている。

なお，本節における授業の発話を引用した箇所は，発話記録をもとに記述している。また，発話記録においてTは教師，Sは生徒を表し，発話した生徒が特定できたものは，Sの後ろにアルファベットを付している。数字は授業における発話順である。

(1) 数学

① 授業Ⅰ

授業全体を通じて，生徒による「問題解決や推論のような重要な実践」の機会を欠いていたことから，スコアを1とした。例えば，場面Ⅰ－Aは，教師が $(a+b)^5$ の展開式における a^3b^2 の係数を求める問題を解説し始めた場面の発話記録である。

場面Ⅰ－Aの発話記録

T55：これ（$(a+b)^5$）を実際に，Cの考え方を使って，求めたいと思います。$(a+b)^5$ がありました。展開して最終的に a^3b^2 っていう項が出てきますよね。その項の係数はいくつですか，っていう問題を今から考えて行きたいと思います。例えば，この計算，実際さ全部展開しなさいって言われたら，超地道にな。a から a かけて，a^2 が出てくるよな。次，また a かけて a^2 出てくるよな。で，例えばこっちかけることもあるよな。b かけることもあるよな。それで b かけるよな。こんなふうにしたら，今一番左3つの方は a をかけました，右2つは b をかけました，それでこの形が出てきました。$a^3 \times b^2$ っていうかたまり。ここ b 使っても作れませんか。SAわかる？じゃぁ，これ，この考え方以外でもう1個作ってみて。ここ b 選びました。
SA56：b
T57：b
SA58：a
T59：a
SA60：a
T61：a
SA62：a
T63：これも当然，a^3b^2 ってできるよな。わかる？っていうふうにして考えてったら，たくさん出てきますよね。a 3つと，b 2つの選び方がありますよね。そうすると何C何？
SB64：${}_5C_3$。
T65：${}_5C_3$ やな，そうだな。${}_5C_3$ っていうのが出てくるよな。

$(a+b)^5$ を展開する問題において，生徒は自力で問題を考える時間を与えられなかった。他の2問について

も同様で，場面Ⅰ－Aのように，教師は生徒に質問しながら問題を解決していたが，生徒が推論をするような場面はなかった。

② 授業Ⅱ

スコアを2とした。これに該当するのは，以下に示す場面Ⅱ－Aである。教師は，$y=x^3$，$x=1$，$x=2$，x 軸とで囲まれた図形の面積を求める問題について，自力解決の時間をとった後，図3の板書にある考えをした生徒（SJ）を指名し，説明させた。SJの考えから，教師は「T66：こいつ（$y=\frac{x^4}{4}$）が？何を表してるかというと？」と問い，「S75：原始関数」，「S77：これが面積」などという生徒の発言があった。その上で，教師は，「T91：これが面積を表すってのはみなさんいいのかな？いいよね。で，もっと厳密にいきたいんだけど，これ，何の面積を表してるのかっていうのを聞いてるんだけど」と問い，以下のようなやり取りが行われた（場面Ⅱ－A）。

場面Ⅱ－Aの発話記録

S102：x 軸と，$y=x^3$ のグラフの間の面積。
T103：間の面積。x 軸と，間の面積。どこまでも？
（中略）
T122：0から2までの，0から2までの面積が $\frac{x^4}{4}$ でいいすか？
S125：0から2までじゃない。
S129：その，かかれたその図の，x 無限のとこまでの面積で。
T130：x 無限にいくところまでの面積。
S131：だから，2で区切られてないはず。
T144：0から2までじゃなくて，0から x までの面積が $\frac{x^4}{4}$。これが前回の原始関数の話とつながるわけですか？いいですか？

「T66：こいつ（$y=\frac{x^4}{4}$）が？何を表してるかというと？」という問いかけにより，原始関数と面積をつなげる対話がなされているが，これは前時までの確認であり，推論や問題解決という重要な実践への取り組みの機会を与えているとは言えない。

③ 授業Ⅲ

スコアを3とした。これは，既習事項の $y=log\ x$ から $y=(log\ x)^2$ のグラフを考える生徒，導関数 $y'=2\,log\,x\times\frac{1}{x}$ の正負を判断しようとしている生徒の様子がうかがえたことや，以下に示すように，第1次導関数を利用してグラフをかいた生徒（図5上段の板書）が説明する場面があったことに基づく。

場面Ⅲ－Aの発話記録

SQ60：それでは先ず，この与式から，この中にlogが入ってるので，真数条件より x の範囲は0より大きいという事が分かります。次に，この $y=(log\ x)^2$ を微分すると，$2\,log\,x\times\frac{1}{x}$ となるので，この真ん中の $log\ x$ のところから，0になる時，$y'=0$ になるので，$x=0$（発言のまま）の時に，$y'=0$ ということが出来ます。よって，増減表はこの0から1の間で，マイナスになって，あとプラスってなるというやつで，ま，こんな風に，増減はこんな風になります。また，x が正の方向から限りなく0に近付く時，y の極限は，$log\ x$ がマイナス無限に，マイナス無限に近付く事，これが2乗する時，正の方向，正の方向から0に近付く時の極限は無限で，で，x がこう無限に，無限に発散して行く時の極限は，無限が2乗されてるんで，無限です。であるので，求めるグラフは，y 軸に漸近して，で，正の方が，x がこっち側行く時は，ずっと無限になって行くっていうこういうグラフになりました。以上です。

(2) 認知的要求

① 授業Ⅰ

生徒の生産的な取り組みが観察されず，スコアを1とした。教師は二項定理を説明した後にいくつかの問題の解説をし，二項定理の公式を覚えることを求めていた（場面Ⅰ－B）。

場面Ⅰ－Bの発話記録

T86：（前略）あの最終的にここの，一般項の部分なんですけど，ここしっかり覚えて，あの覚えるというか，a を何個，b を何個取るっていうところを考えて，やればいいです。二項定理において，この${}_nC_r$ の話です。覚えるならここ（${}_nC_r$ a^r b^{n-r}）覚えて。

② 授業Ⅱ

スコアを 3 とした。これは，以下の場面Ⅱ－Bに基づく。

場面Ⅱ－Bの発話記録

T155：なんか，付け足しとかあります？
SL156：ただ単純に知りたいんですけど，C って +Cはいらないんですか。
T157：+Cはいらないんですか？
S161：C−Cにすればいいんじゃない？
SN185：Cそもそも存在しない。
SM186：0 は 0 から 0 までの面積だから，C いるだろ。
T187：x の関数としてこう書くけど，仮に C つけたとしたら，こうなんだけど。$S(0)$ って意味わかりますね。SO さん大丈夫ね？
SO190：面積が 0。
T193：面積 0 のはずだから = 0 なので，C は，
S194：C は 0。
SL196：いやなんか思ったのは，今書き方がなんか，あの $y=x^3$ の原始関数での話になってるじゃないですか。でもそれって今の条件での話ですよね。
SL198：今の条件ではこうなるけど，他の条件だったらそうなってないから，それだったら，今の条件から，みたいな感じでしといた方がいいんじゃないですか。

$y=x^3$，$x=1$，$x=2$，x 軸とで囲まれた図形の面積を求める場合は，$x=0$ から $x=2$ までの面積から $x=0$ から $x=1$ までの面積の差で求めることができる。したがって，それぞれの面積を求める際に生じる原始関数の積分定数が，引き算によって 0 になるが，他の関数ではどうなるのかという疑問が生徒SLから生じた。この疑問は，この後の定積分へとつながる考えである。そして，この疑問にどのように対処するかを問うており，生徒が理解を構築する上での生産的な取り組みを支援している。

③ 授業Ⅲ

生徒の生産的な取り組みを支援し，数学的実践に参加させているため，スコアを 3 とした。これは，以下の場面Ⅲ－Bに基づく。

場面Ⅲ－Bの発話記録

SR87：0 から 1 のとこは，y 軸に漸近するって分かったんですけど，0，1 以上の，そのグラフで言う右っ側の部分が，あの，何て言うんすかね。どういうグラフになるのかなって，その，何でそのグラフになったのかなって思ったんで，お願いします。
SQ97：増加し続ける，単調に増加し続けるっていう事だけを考えてこれをとりあえずこれを。
T100：これ（グラフ①）以外に，どんな可能性があるわけ。
SR101：もっと x 軸よりに。なんすかね。もっと x 軸よりに。
SR108：そんな傾斜，急じゃなくて，なだらかな。
S112：中級者コースみたいな。
S118：無限大に近付くけど，どっかの値に…。

この場面Ⅲ－Bで，教師は「T100：これ以外に（グラフは）どんな可能性があるわけ？」と発問し，その後のクラス全体でのやりとりの中で，「SR108：そんな傾斜が急じゃなくて，なだらかな」や「S118：無限大に近付くけど，どっかの値に…」などという発言が引き出され，図 4 のグラフ②やグラフ③の可能性が言及

された。そのことにより，生徒はグラフのより細かい形状について調べる必要が生じた。

(3) 数学への公平なアクセス

① 授業Ⅰ

一部の生徒の指名にとどまり，教師による発問も，計算の仕方を覚えているかの確認（例えば，「T189：何C何ですか？」など）が多かった。また，指名された10名の生徒も計算の結果だけを発言することが多く，「有意義な数学的参加」を達成しようとしているとは判断できなかった。しかし，多くの生徒を授業の内容に参加させようとする試みはあることから，スコアを2とした。

② 授業Ⅱ

授業Ⅱでは，一部（SJ，SL，SM，SNの4名程度）の生徒の議論によって進められていた。その生徒らの疑問や考えを全体に共有するために，教師は生徒の発言を繰り返していた（例えば，場面Ⅱ－BのT157，T193など)。このように，公平なアクセスにはなっていないが，全体に問いかけるなど，広範な生徒が参加できるような手立ては講じていた。しかし，広範な生徒の数学的実践には至っていなかったため，スコアを2とした。

③ 授業Ⅲ

スコアを3とした。これは，教師が図4の①～③のグラフの区別の仕方に関するある生徒の考えを，別の生徒に説明させている（図5下段の板書)，場面Ⅲ－Cに基づく。

場面Ⅲ－Cの発話記録

ST162：これがxを無限に近付けた時の，その，yの式の傾きを表してて，それが例えば①番だったら，傾きは最終的に無限に近付けたら，無限になるし，②番だったら，どんどん直線に近付いて行くから，定数になるし，③番だったら，どんどんこう平らになってくから，傾きは0で，これが計算出来れば，傾きって言うか，このグラフの形が分かると思うんですけど，これがちょっと計算出来ないんで，わかんないです。

（中略）

T176：これは本当に皆いいの。ちょっと値は分からないけど，とりあえず極限自体は考えてみたわけだ。もう一回誰か，もう少し細かく説明してもらっていい。

この場面Ⅲ－Cで教師は，「T176：もう少し細かく説明してもらっていい」と発言し，STの考えを教室全体に投げかけ，多くの生徒に対してSTの考えを解釈するように促していた。また，「認知的要求」でも記述した通り，図4のグラフ①の他に，「T100：どんな可能性があるわけ？」と発問し，第2次導関数の考えへとつながる重要な考え方に着目させていた。これに対して，少なくとも10名の生徒が発言をしていた。

一方で，すべての生徒が数学の内容へアクセスしているかを，授業観察を通して見取ることは難しいと考える。

(4) エージェンシー，オーナーシップ，アイデンティティ

① 授業Ⅰ

生徒の発言は，教師の「T168：ここには何C何が入る？」などという問いかけに対するものばかりで，生徒の自発的な質問があった場面は，場面Ⅰ－C（場面Ⅰ－Aの続きの場面）だけであったことから，スコアを1とした。

場面Ⅰ－Cの発話記録

T70：で，まとめます。このことより，何？

SC71：aが2で，bが3でも同じ？

T72：ん？ aが2で，bが3？が何？

SC73：も，同じになる？

T74：aが3で，bが，あ，aが2で，bが3やったら，今度何？ ${}_5C_2$が出るな。結局係数一緒になるよな。

② 授業Ⅱ

生徒は自身の推論を表現し，教師はその生徒の考え

を認めて，授業において考察の対象としていたため，スコアを３とした。例えば「SL156：+C（積分定数）はいらないんですか？」という生徒の発言を教師は取り上げ，SLがその考えの根拠を述べた後に，「SL198：今の条件ではこうなる（面積の差を取ることによって積分定数が消える）けど，他の条件だったらそうなってないから，それだったら，今の条件から，みたいな感じでしといた方がいいんじゃないですか」という生徒の考えを表出した。これを受けて教師は，「T199：他の状況だとわからんということですね」と発言し，問題を一般化させた。

③　授業Ⅲ

授業Ⅲでは，複数の生徒から考えが表出されており，スコアを3とした。その場面の発話記録を以下に挙げる（場面Ⅲ－D）。

場面Ⅲ－Dの発話記録

T210：③番（図４）どう，どうなってるんすか。
S211：真っ平らか，なめらかになる。
SV217：何か①経由してーのーみたいな。
T226：③番の接線の傾きっていうのが，どうなっているわけ。誰でもどうぞ。SVさん。
SV229：いや，だから，（中略）③のグラフになる場合だと，何か，こうなりそうかなみたいな，の時に，何か，例えば，ここで接線の傾き見た時はこうだけど，ここで接線の傾き見た時こうだから，傾き減ってるやんみたいな。
SV261：こっからこう増えてって，増えてったけど，どっかの点経由して減り始めるみたいな。
T278：接線の傾きが，え。ごめん。もう一回ちょっと確認しよっか。このSVさんの説明まで分かった。OK。これ共通認識で持って行きたいんだけど，ここまではいい。③番で行くと，０から出発して接線の傾きが増えて行って，どっかの点で減って行く。で，それを調べるためにはね，接線の傾きが，増えたり減ったりする事は，どう調べればいいの。これ，どう調べればいいの。
SW279：一番傾いてないところが，一番，あの，増減が変わってるところ。

(5) 形成的アセスメント

①　授業Ⅰ

スコアを１とした。例えば，教師が $(a+b)^5$ の展開式における a^3b^2 の係数を求める問題を解説しているとき，「T69：5つのカッコから，aを３個，bを２個入れることを考えましょう。」という説明に対し，「SC71：a が２で，b が３でも同じ？」という生徒の疑問が表出したが，教師は，「T74：結局，係数一緒になるよな」と発言しただけだった。

②　授業Ⅱ

教師は生徒から生じた積分定数が必要かどうかの疑問を取り上げていたが，その後その課題への対処法として，教師が問題を一般化することを提案していた。したがって，特定の生徒の考えは利用されたが，生徒自らが生産的に取り組み始めることは基にしておらず，そのことからスコアは2.5とした。

③　授業Ⅲ

生徒から表出した疑問からスタートし，生徒自らが取り組み始めようとするまで議論を掘り下げているため，スコアを３とした。これは，場面Ⅲ－Dに基づく。図４のグラフ③を考える中で，「SV267：(接線の傾きが）増えたり減ったりしてるみたいな」という生徒の推論に対し，教師は「T274：これを調べるためにはどうするよ？」と発問し，「SV275：微分したやつをまた微分したのかな」という考えを引き出した。ここで，さらに教師は「T276：何で？」と掘り下げ，生徒の思考を喚起していた。その後，別の生徒から「S315：グラフの傾きのグラフができるってことですか？」という発言が出て，教師はこれらの複数の生徒の考えをまとめて，導関数の増減を調べる課題を提示した。

５．考察

各授業の評価スコアは表１の通りである。

これは，３（2）に示した方法に基づいて，判断の根

表１　授業Ⅰ～Ⅲの評価スコア

授業	数学	認知	アクセス	Agency	形成
Ⅰ	1	1	2	1	1
Ⅱ	2	3	2	3	2.5
Ⅲ	3	3	3	3	3

拠を明確にして付けたものである。この授業ごとのスコアの差異は，各観点において，授業の内容や教師のヒント，教室の活動構造などが，生徒の思考に影響を与えたかどうかによって生じている。例えば，「認知的要求」では，教師の発言が，生徒の思考にどのような影響を与えたかを評価した。授業Ⅲにおいて，「T100：これ（グラフ①）以外に，どんな可能性があるわけ」という発言は，「SR108：そんな傾斜が急じゃなくて，なだらかな」や「S118：無限大に近付くけど，どっかの値に…」といった生徒の発言を引き出し，$y = (log\ x)^2$ のグラフが，図4のうちどのグラフなのかという新たな問いを喚起した。そのため，この発言は生徒の生産的な取り組みを支援したと評価した。このようなことから，Summary Rubricには，高校数学の授業を生徒の思考や発言に着目して評価できるようにする上で一定程度の有効性があると考えられる。では，Summary Rubricのどのような点が，生徒の思考や発言に着目することに対して機能したのだろうか。例えば，「認知的要求」のスコア3の記述には，「教師のヒントや足場は，生徒の理解を構築する上での生産的な取り組みを支援し，数学的実践に参加させる」とある。教師による支援は，授業中の教師の言動や行動に注目すればよいが，生徒が生産的に取り組んでいたり，数学的実践に参加したりしていたかどうかを観るためには，生徒の活動や言動を追わなければならない。このように，Summary Rubricの基準が，生徒の思考や発言に着目して評価するために機能していることが分かる。

一方で，2（3）に述べたように，TRU MathのRubricでは「よい数学的問題解決を行う子どもを育てる授業」を志向しているのに対して，本研究では，次のような「問題解決型の授業」を志向している。この差異は，どのような点に影響するのだろうか。

「教師による問題の提示」・「生徒による問題解決」・「解決の共有」・「根底にある数学的概念の理解」という展開があり，この一連の展開が一層豊かになるように，生徒による複数の解法の提示を促し，授業内・授業間における数学的概念やアイディア，既習事項との関連を強調するなど，様々な工夫がある授業（清水，2002）

例えば，授業Ⅲにおいて，場面Ⅲ－Dで，「SV229：ここで接線の傾き見た時はこうだけど，ここで接線の傾き見た時こうだから，傾き減ってる」などという生徒の発言を受けて，教師が，「T278：接線の傾きが，増えたり減ったりする事は，どう調べればいいの」と発問したことにより，「SV275：微分したやつをまた微分したのかな」や「SW279：一番傾いてないところが，一番，あの，増減が変わってるところ」という発言がなされた。これは，教師による発問（T278）によって，SV229の考えを基に，SW279が自身の考えを述べている場面である（「形成」「エージェンシー」）。また，「$y = (log\ x)^2$ のグラフをかこう」という問題によって，既習事項を用いた生徒の考えが表出し（場面Ⅲ－A），さらに，「T100：これ（グラフ①）以外に，どんな可能性があるわけ」という発問によって，グラフの概形に関する複数の可能性が提示され（場面Ⅲ－B），授業において新たな問いが生じることになった。これは，授業で扱われる数学は既習事項と関連があり（「数学」），授業で扱う問題や教師の発問が生徒の思考を喚起している場面である（「認知的要求」）。当然これらの場面に，すべての生徒を参加させる手立てが必要である（場面Ⅲ－C，「公平」）。このように，問題解決型の授業の評価という点では，授業目標の達成に向けて，「この一連の展開が一層豊かになるように，生徒による複数の解法の提示を促し，授業内・授業間における数学的概念やアイディア，既習事項との関連を強調するなど，様々な工夫」が有効に機能したかどうかが鍵となる。すなわち，Summary Rubricのスコア3の記述内容は，問題解決型の授業を行う上での必要条件にはなっているが，十分条件ではなく，それぞれの観点を有機的に結び付け，機能しているかどうかを評価する観点が必要なことが示唆される。例えば，授業Ⅰにおいて，「数学」のスコアを2や3にするには，他の内容（既習事項である $(a + b)^3$ の展開式やパスカルの三角形）とのなつがりを考える必要があることがわかる。それに伴い，そのつながりを授業展開にどこに，どのように位置づけることができたかを検討すると，「SC71：a が2で，b が3でも同じ？」という発言を教室全体に問いかけ，$a^2\ b^3$ の係数を考えさせる活動に移行する展開が考えられる。これは，教師がある生徒の思考を潜在的に価値があるかどうか判断できるかといった，「形成」にも関係している。このことは，TRU Mathの観点が相互に

関連していることの証左であると考えるが，そもそも，問題解決型の授業実践や授業研究の経験の浅い教師にとって，授業において，これらの観点の諸相がどのように関連しているかを考えられるようになることが課題となる。この点からは，それぞれの観点を有機的に結び付け，機能しているかどうかを評価する観点が必要なことが示唆される。

本研究で対象とする高等学校の教師は，2（3）に述べたように，Summary Rubricの利用を想定している教員養成課程の学生とは，例えば，授業対象の生徒の，当該の学習内容に対する困難度の把握やそれに応じた授業の調整等の面で同等ではない。日本の高等学校の教師が生徒の思考へ着目した後であれば，上述のような観点の有機的な結び付けに関する観点により評価を促されれば，授業後の研究協議の論点も焦点化できる可能性は高いと考える。この点を実証することが今後の課題となる。

６．まとめと今後の課題

本研究は，高等学校数学科における問題解決型の授業を評価する枠組みの作成に向けた示唆を導出するために，Summary Rubricを用いて３つの授業のスコアの付与を行った。その結果，Summary Rubricのよさとして，各観点において，授業の内容や教師のヒント，教室の活動構造などが，生徒の思考に影響を与えたかどうかによって，スコアの差異を生んでいることが示唆された。また，問題解決型の授業を評価するためには，各観点を有機的に結び付ける観点が必要であることを示唆として得た。

高等学校数学科において，問題解決型の授業と授業研究が両輪となるためには，本研究の示唆を基に，授業の観察・評価の観点を導出し，それを基に研究協議を行うことによって，生徒の思考に焦点化した協議を行うことが可能であると考える。この実証は今後の課題とする。

注

1） Schoenfeld et al.（2016b）やSchoenfeld（2017）では，第３観点はAccess to Mathematical Content，第４観点はAgency, Authority, and Identityとなっているが，Schoenfeld（2019）では，本稿本文で取り上げた観点名であるため，そちらを採用した。

引用・参考文献

藤井斉亮（2021）．授業研究の概念規定と価値．日本数学教育学会編，算数・数学　授業研究ハンドブック（pp.6-15）．東洋館出版社．

平林一榮（2004）．高等学校数学教育理念の問題．長崎栄三，長尾篤志，吉田明史，一楽重雄，渡邉公夫，国宗進．授業研究に学ぶ高等学校新数学科の在り方．明治図書．pp.165-195.

中逸空（2018）．高等学校数学科における授業評価枠組みに関する一考察：TRU Mathを用いた授業分析を通して．日本数学教育学会秋期研究大会発表集録，51，137-144.

Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (2013). Classroom observations in theory and practice．*ZDM Mathematics Education*, 45, 607-621

Schoenfeld, A.H. (2019). Reframing teacher knowledge: a research and development agenda. ZDM Mathematics Education, 52, 359-376.

Schoenfeld, A. H., Folden, R.E., & the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project. (2014). *The TRU Math Scoring Rubric*. Berkeley, CA & E. Lansing, MI: Graduate School of Education, University of California, Berkeley & College of Education, Michigan State University.

Schoenfeld & the Teaching for Robust Understanding Project. (2016a). *The Teaching for Robust Understanding (TRU) Observation Guide for Mathematics*. http://map.mathshell.org/trumath/tru_observation_guide_math_v5_20161125.pdf（2023.5.13 最終確認）

Schoenfeld, A. H., & the Teaching for Robust Understanding Project. (2016b). *An Introduction to the Teaching for Robust Understanding (TRU) Framework.* Berkeley, CA: Graduate School of Education.

Schoenfeld, A. H. (2017). Teaching for Robust Understanding of Essential Mathematics．Thomas Mcdougal，*Essential mathematics for the next generation: What to teach and*

how should we teach it (pp.104-129). Tokyo: Tokyo Gakugei University Press.
清水美憲 (2002). 国際比較を通してみる日本の数学科授業の特徴と授業研究の課題 ―TIMSSビデオテープ授業研究の知見の検討―. 日本数学教育学会誌, 84(3), 2-10.