



東京学芸大学リポジトリ

Tokyo Gakugei University Repository

統計的に問題解決する力を高める授業に関する研究：
統計的に問題解決する力を高める授業づくりの視点

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2021-07-30 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 永山, 香織, 峰野, 宏祐, 吉岡, 雄一, 越後, 佳宏, 河合, 知里, 栗田, 辰一郎, 傍土, 輝彦, 鈴木, 誠, 岡田, 春彦, 蓮沼, 喜春, 佐藤, 亮太, 青山, 久美子, 井上, 哲明, 大谷, 晋, 荻原, 洋介, 祖慶, 良謙, 田中, 満城子, 野島, 淳司, 木部, 慎也, 西村, 圭一, 矢嶋, 昭雄 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/2309/00173420

統計的に問題解決する力を高める授業に関する研究

— 統計的に問題解決する力を高める授業づくりの視点 —

附属世田谷小学校 永山 香織 附属世田谷中学校 峰野 宏祐 附属高等学校 吉岡 雄一
附属世田谷小学校 越後 佳宏 足立区立千寿桜小学校 河合 知里 附属世田谷小学校 栗田 辰一郎
附属世田谷中学校 傍士 輝彦 附属世田谷中学校 鈴木 誠 文京区第六中学校 岡田 春彦
荒川区立尾久八幡中学校 蓮沼 喜春 附属高等学校 佐藤 亮太 附属高等学校 青山 久美子
附属高等学校 井上 哲明 附属高等学校 大谷 晋 附属高等学校 荻原 洋介
附属高等学校 祖慶 良謙 附属高等学校 田中 満城子 附属高等学校 野島 淳司
附属高等学校 木部 慎也 東京学芸大学 西村 圭一 東京学芸大学 矢嶋 昭雄

目 次

1. 研究の経緯と目的	14
2. 研究の計画	15
3. 研究の内容	16
3. 1. 小学校における実践	16
3. 2. 中学校における実践	20
3. 3. 高等学校における実践	24
4. 研究のまとめと今後の課題	29

統計的に問題解決する力を高める授業に関する研究

— 統計的に問題解決する力を高める授業づくりの視点 —

附属世田谷小学校 永山 香織 附属世田谷中学校 峰野 宏祐 附属高等学校 吉岡 雄一
附属世田谷小学校 越後 佳宏 足立区立千寿桜小学校 河合 知里 附属世田谷小学校 栗田 辰一郎
附属世田谷中学校 傍士 輝彦 附属世田谷中学校 鈴木 誠 文京区第六中学校 岡田 春彦
荒川区立尾久八幡中学校 蓮沼 喜春 附属高等学校 佐藤 亮太 附属高等学校 青山 久美子
附属高等学校 井上 哲明 附属高等学校 大谷 晋 附属高等学校 荻原 洋介
附属高等学校 祖慶 良謙 附属高等学校 田中 満城子 附属高等学校 野島 淳司
附属高等学校 木部 慎也 東京学芸大学 西村 圭一 東京学芸大学 矢嶋 昭雄

1. 研究の経緯と目的

世田谷地区算数・数学部は、平成22年度～平成24年度の三年間、「算数・数学的活動を促す教材開発と指導法に関する研究」、平成25年度～平成27年度の三年間、「数学を見いだす活動を促す指導に関する研究」を、また、平成28・29年度は「主体的に『数学する』児童・生徒を育む授業についての研究」をプロジェクト研究として取り組み、令和元年度は、アナロジー（類推）やアブダクションなどの科学的な発見のための推論の方法に目を向け教材開発の可能性を探ってきた。これまでの研究においても日本の子どもたちは数学の成績はよいが、数学が好きではなく、数学を公式の集まりとみており、解き方を覚えるものだと考えている学習観をもっているという傾向を日本の児童・生徒の情意面の課題と考え、「数学は自分たちでつくることができる」という意識へと変化させる一助となるような授業改善について研究してきた。算数・数学的活動の定義は「児童・生徒が主体的に活動する算数・数学に関わりのある活動」であったが、平成28年8月26日教育課程部会の「算数・数学グループの審議の取りまとめ」においても、平成29年6月に発表された『小学校学習指導要領解説算数編』においても、これまで別々の名称であった算数的活動と数学的活動を数学的活動と改め、「数学的活動とは、事象を数理的に捉えて、算数の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行することである。(p.23)」と再定義され「数学的活動においては、単に問題を解決することのみならず、問題解決の結果や過程を振り返って、得られた結果を捉え直したり、新たな問題を見いだしたりして、統合的・発展的に考察を進めていくことが大切である。」と授業の改善についても記述してある。この数学的活動の定義は、問題発見や問題解決の過程を実践する活動そのものであり、世田谷地区算数・数学部が研究してきた「主体的に「数学する」児童・生徒を育む」とは、教師の手を離れ数学的活動をする児童・生徒をどう育成していくかの研究であると言い換えることができる。学習を振り返り教材研究をすることや、学びの質や深まりを児童・生徒の活動や記述や態度の変容を長期的に評価することを通して検証することが必要になり、そのような検証を通して最終的には教師主導ではなく、算数・数学の学習活動を主体的に進めていくことができるような児童・生徒を育成するための学習をどう展開していくのかを研究している。すでに算数・数学の授業は、一般的に問題解決型で授業が展開されている。数学的活動をする児童・生徒を育てるためには問題の解決だけでなく、問題設定することを児童・生徒に委ねることを計画に入れた学習を展開していく必要があると考え、児童・生徒がより主体的に数学の問題を設定し、解決し、実社会の問題に生かしていく姿を育成するために、振り返りや新たな問題の発見、評価を軸にして単元をつくり、「児童・生徒の素朴な考えを大事にした課題づくり」、「発見したことが本当に正しいかを検証する活動を取り入れること」、「発見を促すツールの活用」などの授業を具体的に実践し、現職研修で授業公開し、学会で発表をし、教員養成の指導にも生かしてきた。

さて、中央教育新議会の答申の算数・数学の内容の改善・充実について示された1つである「社会生活などの様々な場面において、必要なデータを収集して分析し、その傾向を踏まえて課題を解決したり、意思決定したりすることが求められており、そのような能力を育成するため、高等学校情報科との関連も図りつつ、小・中・高等学校教育を通じて統計的な内容等の改善について検討していくことが必要である。」を受けて、今回の新学習指導要領の改訂では「D資料の活用」という領域名が「Dデータの活用」と名称が変わり、統計的な内容が充実させ、統計的に問題解決をする力を次第に高めていくことができるように構成されている。本研究では、これまでの研究を生かし、新たに構成された「Dデータの活用」に焦点を当て、児童・生徒が統計的に問題解決をする力を次第に高めていくように指導するための授業づくりに焦点を当てて研究を進めていくことにする。児童・生徒が主体的に算数・数学を学び、学びの質を深めていけば、学びに対する自信も育み、先に指摘した情意面の問題を解決する一助になると考える。そのためには、長期的な指導が必要となる。また、統計的に問題解決する力を育む際には、「表やグラフ」「代表値」などを学ぶのではなく、それらを用いて問題解決をすることを通して行うようするということが今回の改訂の趣旨であると考え。そこで本プロジェクトのメンバーが各学校種において、児童・生徒の統計的な問題解決をする力を育む授業を実践し、さらに小・中・高それぞれの授業づくりとその実践、成果や課題について互いに深く理解し、各学校段階を通してどのように児童・生徒の力を高めていく可能性があるのか提案していきたい。本プロジェクト研究の具体的な目的は、以下の3点である。

- ・各学校種において児童・生徒の統計的に問題解決する力を育てる授業をつくるための教材研究・開発を行うこと。
- ・各学校種の実践や成果と課題を交流し、児童・生徒の統計的に問題解決する力を高める授業づくりの視点を見出すこと。
- ・研究を通して得られた知見を、各附属学校で行っている現職研修セミナーや学会発表、教育実習の機会を通して、現職教員研修や教員養成に資すること。

今年度は、目的1の各学校種における教材研究・開発に焦点を当て、その共有を通して目的2の統計的に問題解決する力を高める授業の視点を見出すこととする。

2. 研究の計画

本研究は、3年計画で以下の方法で進める予定であった。

1年次 問題解決する力を高める授業づくりの視点を見出す

- ・各学校種において児童・生徒の統計的に問題解決する力を育てる授業をつくるための教材研究・開発を行う。
- ・授業を実践し、参観し合う
- ・授業における児童・生徒の活動の分析成果を附合研の機会を利用し交流し、児童・生徒の統計的に問題解決する力を高める授業づくりの視点を見いだす。

2年次 統計的に問題解決する力を高める授業づくりの視点を検証する

- ・1年次に見出した児童・生徒の統計的に問題解決する力を高める授業の視点を軸に、授業づくりをする。
- ・授業実践し、参観し、互いに分析することを通して、授業のあり方について検証する。その際、公立学校においても実践を行うようにする。
- ・附合研の機会を利用し、児童・生徒の統計的に問題解決する力を高める授業づくりのあり方について議論し、整理する。

3年次 統計的に問題解決する力を高める授業づくりのあり方について成果をまとめ、現職教員研修や教員養成に資する

- ・研究を通して得られた知見を、各学校で行っている現職研修セミナーや学会発表、教育実習の機会を通して、広めたり、改善する示唆を得たりする。
- ・附合研の機会を利用し、現職研修や学会発表を通しての成果や課題を議論し、児童・生徒の統計的に問題解決する力を高める授業づくりのあり方について3年間の成果をまとめる。

1年次は、コロナ禍でイレギュラーな指導の中で、公開授業を実施したり、互いに授業を参観したりすることはできなかったため、研究会はオンラインで実施し、Teamsを使って資料を共有したり、情報交換を行ったりし、以下の通り実施した。1学期は、各学校種での「D データ活用」領域の指導で何を大事にして、どのように指導しているのかをまとめ、報告し、2学期はこれまでに行った実践について紹介し協議した。3学期は今年度の研究を振り返り、成果と課題を話し合った。

年間計画

5/27：今年度のプロジェクト研究の内容と計画

1学期 「D データ活用」領域の取り組みについて

6/24：各学校種での「D データ活用」領域の取り組みについて

- ・統計的分野の内容一覧とどのようなことを大事にしているかの紹介
- ・重点化しているところ、欠けていると思うことを議論し、「研究課題の焦点化」をする。

2学期 小中高で事例紹介・検討

9/23：小学校の実践の紹介

11/11：中学校の実践の紹介・高校の実践の紹介

1/27：研究の振り返り

2/24：来年度へ向けて

(永山 香織)

3. 研究の内容

3. 1. 小学校における実践

(1) 本実践について

情報が溢れている現代の社会の中で生きていく子どもたちには、適切な情報を収集し、収集した情報を処理し、その結果をもとに判断する力が求められると考えている。資料をどのように整理し、それをもとにどのように判断していけばよいのかを友達の話聞き、話し合うことを通して追求する子どもの姿を目指していきたい。

本実践では、紙コプターを題材にし、羽の長さが7cmの時と10cmの時では、どちらが滞空時間が長いのかを調べていく活動を行う。まずは、どちらの方が滞空時間が長いのかを一人ひとりが予想し、実際に調べる活動を通して資料を収集していく。次にその資料をもとに、どのように判断していけばよいのかを考えていく。子ども達は平均について学んできているが、どんな場合でも安易にそれで比べるような子どもになって欲しくないという願いがある。散らばり具合を調べて最頻値や外れ値を考慮して比べたり、最高値で比べたり、代表値としての平均で比べたりする活動を行うことで、根拠をもって判断することを学び、自信をもって学んでいく姿を育てていきたい。

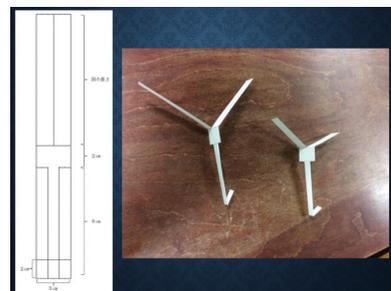
(2) 単元名 資料の調べ方

(3) 単元目標

○ 資料の平均や散らばりを調べ、統計的に考察したり表現したりする。

【関心・意欲・態度】資料の傾向をとらえるために、代表値として平均や散らばりのようすなどをとらえ、資料を整理しようとする。

【数学的な考え方】代表値として平均を用いたり、散らばりの違いを数量的にまとめるなど、資料の傾向をとらえる方法を考える。



【知識・技能】 資料を整理して、度数分布表や柱状グラフをかいたり読み取ったりすることができ、資料の平均や度数分布を表す表やグラフについて理解することができる。

(4) 教材について

①代表値としての平均とドットプロットを重点に

第5学年では測定値としての平均を学習している。本単元では、資料の代表値として平均をとらえていくことを学習していく。さらに、資料を考察するときに、平均だけではなく、資料の散らばりにも着目して調べていく視点も大切にしていきたい。たとえ平均が同じであっても、値が集中しているか、分散しているかによって資料の特徴が異なる場合があるからである。日本数学教育学会「資料の活用」検討WGの「新教育過程編成に向けた系統的な統計指導の提言」(2014)では、「提言1：ドットプロットを小学校の第6学年で扱い、柱状グラフ（ヒストグラム）を中学校第1学年で扱う」と提言されている。「ドットプロットは、元のデータがそのまま残るため、標本サイズが大きいデータの視覚化には適さない。一方、柱状グラフ（ヒストグラム）は、階級をとることによって元データが捨象されるため、標本サイズが大きいデータの視覚化には効果的である。そのため、第6学年では、ドットプロットを重点的に指導し、柱状グラフ（ヒストグラム）の指導を中学校第1学年へ移行することで、学年進行に伴い扱うデータを増やしていくという系統が必然的になる。」と述べられている。

以上のことから、本実践ではドットプロットに重点をあてて単元を構成していこうと考えた。

②予想—資料収集—資料整理の過程を通して自信をもって判断する

本実践では、できるだけ具体的であり、子ども自身が資料を収集することが可能である題材にしたいと考えた。自分で資料を収集することにより、その収集した資料の妥当性についても考察する必然性が生じると考えるからである。川上（2013）は、紙コプターを題材に第5学年で実践し、「児童は、予想—実験—確認のプロセスを遂行するなかで、そこに含まれる活動が手立てとなり『分布の見方』を深化させると共に、その深化させた『分布の見方』を問題の解決に活用することが明らかとなった。」と知見を述べている。実験は資料収集・資料整理に該当し、確認は判断することに該当すると考える。

本時案の作成にあたっては事前の教師実験の資料をもとに作成した。実際の本時では、前時の子どもたちの測定資料もとに実践する。（以下の表は教師実験の資料）

羽7cm（秒）	2.10, 1.98, 2.15, 1.96, 2.04, 1.97, 2.03, 2.03, 2.12, 1.88, 1.88, 2.00, 2.12, 2.03, 1.89, 1.98, 1.97, 2.03, 2.14
羽10cm（秒）	1.99, 1.95, 1.95, 2.03, 1.86, 1.86, 1.82, 1.82, 1.70, 1.75, 1.63, 1.97, 1.88, 1.94, 1.70, 1.97, 2.01, 1.89, 2.17

(5) 単元の指導計画（全7時間）

小 単 元	時	目 標
散らばりの調べ方（5時間）	1	・羽が7cmと10cmの紙コプターとでは、どちらの方が落ちるまでの時間が長いのかに興味を持ち、資料の集め方を考え、資料を収集する。
	2 本時	・収集した資料をもとに、どのように資料を処理し、判断すればよいのかを考える。（平均で比べる。ドットプロットに整理し、散らばりについて考察する。）
	3	・羽の長さをもっと長くしたり、短くしたりしたらどうなるか、予想を立て、資料を収集し、平均や散らばり具合をドットプロットに整理し、判断する。
	4	・散らばり具合の特徴が分かりやすいように、0.1秒刻みの階級を考え、度数分布表に整理して、資料の特徴をとらえる。
	5	・度数分布表をもとに、柱状グラフに表し、資料の特徴をとらえる。
練習（2時間）	6・7	練習問題を行う。

(6) 第2時（本時）の学習

① 目標

・収集した資料をもとに、どのように資料を処理し、判断すればよいのかを考える。（平均で比べる。ドットプロットに整理し、散らばりについて考察する）

② 展開

学習活動 主な発問（T）と子どもの反応（C）	※指導上の留意点 ☆評価
<p>【情報を処理し、判断する方法を考える】</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> 羽が7cmと10cmの紙コプターとでは、どちらの方が床に落ちるまでの時間が長いのだろうか。 </div> <p>T. ぱっと見て言えそうなことはありますか。 C. どうも7cmの方が2秒台が多いような気がする。 C. 一番長い時間で比べると10cmの方が長いから10cmの方が長いと言えるんじゃないか。 C. でも、7cmの方が全体的に数が大きような気がする。 C. 平均を求めて比べてみたらどうかな。 T. 今、感じたことを詳しく調べていくにはどうしたらよいでしょうか。 C. 平均を求めて比べればよいと思います。 C. どの辺の時間が長いのか調べていく。</p>	<p>※前時の課題を確認する。</p> <p>※前時の実際に計測した資料を表にしたものを提示し、手元にも配布する。 ※指導案上の資料は、教師の事前実験の数値である。実際の授業では前時に児童が得た資料を活用して行う。 ※数値を見て感覚的に感じたことを大切にしながら、それを数値的に確かめていくということで、平均を求めたり、散らばりを調べたりする必要感を子どもに持たせていきたい。</p>
<p>【情報を処理し、判断する（平均）】</p> <p>T. では、まず平均で比べたらどうなるか、実際にやってみましょう。 C. 羽が7cmの紙コプターは $(2.10 + 1.98 + 2.15 + 1.96 + 2.04 + 1.97 + 2.03 + 2.03 + 2.12 + 1.88 + 1.88 + 2.00 + 2.12 + 2.03 + 1.89 + 1.98 + 1.97 + 2.03 + 2.14) \div 19 = 2.015 \dots$ 約2.02秒 羽が10cmの紙コプターは $(1.99 + 1.95 + 1.95 + 2.03 + 1.86 + 1.86 + 1.82 + 1.82 + 1.70 + 1.75 + 1.63 + 1.97 + 1.88 + 1.94 + 1.70 + 1.97 + 2.01 + 1.89 + 2.17) \div 19 = 1.888 \dots$ 約1.89秒 だから、平均で比べると7cmの方が長いといえる。 T. 平均で比べるとということはどういうことだろうか。 C. 求めた時間を大体で均して、この位の長さということを求めて比べた。 T. なるほど。平均を求めて判断すると7cmの方は約2.0秒、10cmの方は約1.9秒で、あまり変わらないと言えるのではないですか。 C. いや、7cmの方が2秒台が多いので、長いと言えると思います。 C. もう少し一つ一つ詳しくみていく方がいいと思います。 C. 時間の長い（短い）方から順番に並べてみたらどうかな。 C. 見やすくするには、図やグラフをかけばいいと思うけれど、どうかいたらいいかな？ T. 今までどんな図をかって考えてきたかな。 C. 数直線をたくさん使ってきた。 T. 今回も数直線を使って表せないかな。</p>	<p>※子どもが、散らばり具合を調べたいという展開であれば、先にドットプロットに整理していく。 ☆もしも、あまりにも他と違いすぎる資料があり、そのために平均の妥当性を問う子どもの発言や気づきがあれば共有し、外れ値に対する扱いを吟味する。 ☆子どもなりの言葉で、代表値としての平均の値という言葉が出てきたら大いに賞賛したい。 ☆中間値で比べることにつながる発言。 ☆ドットプロット図、柱状グラフ（ヒストグラム）につながる発言。 ※ドットプロット図については未習なので、教師の方から提案し整理していく。（幾つかの資料について方法を確認していく）</p>
<p>【情報を処理し、判断する（ドットプロット）】</p> <p>C. ドットプロットに表す</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>T. ドットプロットに表してみて、7cmの方が長いと言えるかな。 C. 7cmの方は平均の辺りに多く集まっているけれど、10cmの方は広がっている。 C. 10cmの方の2.17秒は数値が一つだけ大きすぎるような気がする。 C. もう少し多く測って見ないとはっきりした結論が言えないんじゃないかな。 C. 今、分かっている数値からは、7cmの方が全体的に右に寄っているので、7cmの方が時間が長いと言って良いと思う。</p>	<p>☆ドットプロットすることにより外れ値への気づきがあれば、共有していきたい。 ☆さらに資料を収集する必要があるなど、発言があれば、共有し、必要に応じて計測していく。</p>
<p>【まとめ】</p> <p>T. 今日の話し合いを受けて、自分なりの結論を書きましょう。なぜ、そのように判断したのかも書きましょう。</p>	<p>☆自分なりの根拠をもって判断することができたか。</p>

(7) 授業の実際

本時は、前時にとったデータをもとに、「羽の長さが7cmと10cmの紙コプターとでは、どちらの方が床に落ちるまでの時間が長いのだろうか。」ということ考察していった。「パットしない」「自分の結果しか知らない」「ストップウォッチの誤差」などの発言があり、明確に判断できない子どもの様子があった。自分の結果で判断すると10cmの方が長いと判断する子は12組、7cmの方が長いと判断する子が6組、だいたい同じと判断する子もいた。そこで、学級のみんなのデータを見ていく必要性に気づいていった。

【誤差ととらえる、再度測定をする必要を感じる子どもの姿】

このデータを見た子どもたちの反応は次のようなものであった。「7cmと10cmの一番長い時間を見たとき、2秒台で、一番時間がかからないやつは1秒台で同じだから」「ストップウォッチの誤差」「多分1mくらいでやったらそれほど差はないのかもしれないけれど、5mとかそのくらいだと差が出るんじゃないかって」。というように、計り方の誤差の違いではないかと考える子どももいた。この点については、より正確にデータを収集する方法や誤差はどこまでなのかを見直すきっかけとなった。一方で、「じゃあ、このデータだけでは判断できないか」と教師が問うたところ、できると反応する子どももいた。そこで、その根拠を問うていった。

【平均で比べようとする子どもの姿】

「だいたいの人が同じだから平均出してもあんまり変わらないんじゃないかな」「でも、やることに価値がある」と。そこで平均を出して比べてみることにした。7cmの平均は1.797…秒、10cmの平均は1.805…秒となった。この数値からC33児は「0.01くらいしかだいたい数値が変わらなくて、それってほんの一瞬だから、ほとんど変わらない。」、C5児は「小数第2位を四捨五入するとどちらも1.8になるので変わらないんじゃないかなーって思う」と判断していた。

【平均以外で比べようとする子どもの姿】

一方、C4児は「平均だけじゃなくて、羽の長さで、まず秒数が長い方だけに丸をして、10cmの方が12個丸がついたんですよ。7cmの方は12個丸がついたんですよ。こう見ていくと10cmの方が、なんていうか、差はわずかなんだけど、秒数が長い方が多い。」と発言している。

【ドットプロットを見て、どのように判断したのか】

最高値で判断する

C33児「7cmの方が1番秒数の長いやつが10cmよりも長くて、で10cmは1番短い物が7cmよりあるんですよ。だから平均とかからみたらだいたい一緒に、同じくらいって言えるんですけど、まあどちらかって言われたら私は7cmの方が長いかなって思いました。」

散らばり具合を見て判断する

C1児「何回も繰り返し何て言うの？理科の実験でも何回でもやるように、これは1つしか結果がないから私の場合は（7cmの）羽の長さは1.5秒から1.9秒とかなったけど、みんなその秒数あたりに集まっているんですよ。」「10cmの方は1.7秒から2.3秒、まあ2.4あたりに集まっているから、私はやっぱり10cmの方が秒数的にも長いから、10cmの方が長いんじゃないかなって思った。」

議論の後、自分はどちらの方が長いと判断するか挙手を求めたところ、7cmの方が長いと判断する子…3人、10cm…多数、同じ…5人であった。

(8) 本実践の振り返り

ドットプロットに表現したことで、データの疎密について着目し、データの傾向をとらえ、解釈しようとする子どもの姿が見られた。また、子ども自身が予想し、自分たちでデータを収集する活動を行ったことで、データの信頼性について考える姿が見られた。データ収集の仕方に問題があったのではないかと、より妥当なデータを得るにはどのようにすればよいか。収集の条件を自分たちで考え、より妥当なデータを得ようとする姿が見られ

た。さらに、散らばりがあった際のデータの解釈については現実場面を常に振り返りながら、データを解釈する姿をみることができた。

【引用・参考文献】

- ・和田義信著作・講演集刊行会（1997）『和田義信 著作・講演集5 講演集（3）数学教育の現代化』東洋館出版社
- ・和田義信著作・講演集刊行会（1997）『和田義信 著作・講演集7 講演集（5）学習指導と評価』東洋館出版社
- ・日本数学教育学会「資料の活用」検討WG 松寄昭雄，金本良通，大根田裕，青山和裕，他5名（2014）. 新教育課程編成に向けた系統的な統計指導の提言—義務教育段階から高等学校第1学年までを対象として—. 日本数学教育学会誌第96巻 第2号 p.11-21
- ・川上 貴（2013）. 小学校第5学年における「分布の見方」の育成をめざす統計指導の可能性—予想-実験-確認のプロセスを指導アプローチとして—. 日本数学教育学会誌第95巻 第8号 p.4-12
- ・川上 貴（2014）. 小学校算数科における統計カリキュラム改訂に向けた一提案—「統計的推論力」の育成の視点から中学校との連携を考えて—. 日本数学教育学会誌第96巻 第1号 p.55-59
- ・「未来へひろがる 数学1」（啓林館2014）

（越後 佳宏）

3. 2. 中学校における実践

（1）実践のねらい

中学校においては、統計的探究サイクルを一通り回すような活動は明確に位置付けられているものの、問題設定やデータ収集を一からはじめようとすると、指導に要する時間や手間は大きいことが課題としてある。また「データの活用」単元全体においては、AnalysisやConclusionにあたる実践が多く（峰野他，2019）、今回の実践においても、Problemについて焦点を当てて扱えたのは第2時のみであった。これは、獲得させたい概念や方法知が問題に依存する部分が大きく、すると単元構成上ある程度扱う問題の配置をコントロールせざるをえなかった部分に起因している。ゆえにProblemやPlanの相を中心的に扱っていくような、扱いやすい指導のあり方を検討する必要がある。

そこで本実践のねらいは、統計的探求過程（PPDACサイクル）を生徒自身がひと通りまわすことにより、単元の中で学習した方法知や統計的な見方・考え方を総動員して問題解決できるようにすることとする。単元における位置付けとしては、1年「データの活用」単元の学習がひと通り終わった後の活動として設定した。

（2）実践の設計における特徴的活動

① アンケート収集による多変数データ利用

今回の単元設計においては、第2時においてルーラーキャッチ（例えば、藤原（2013））のデータ収集とともに、アンケートづくりの活動とアンケートの回答を行なった。アンケートづくりは、すべてのアンケートをつくるのではなく、一部の質問項目を考えるのみで行なっている。今回の実践では、ニュースの記事を見ながら「普段運動している人は、反射神経も良いか」という大テーマを設定し、反射神経の良さをルーラーキャッチで測ることは固定した上で、「普段運動している人」をどのようにデータとして取るかを考えていった。今回は「週の運動時間（分単位）」「週の自転車に乗る時間（分単位）」「週に自転車に乗る日数（日単位）」でデータを取るようになった。このアンケートにより得られたデータは下表のとおりである。

データの種類	アンケートから得られたデータ
質的データ（2種）	性別 部活動（運動部・文化部・兼部・無所属）
量的データ（10種）	学習時間 スマホ利用時間 睡眠時間 ルーラーキャッチの記録（第2・3・7時で利用） コンビニで1回あたりに使う金額（第5時で利用） 縦の辺の長さを決めたときの美しいと思う長方形の横の辺の長さ（第6時で利用） 病院で待つことのできる時間（第11・12時で利用） 週の運動時間 週の自転車に乗る時間 週の自転車に乗る日数

生徒が決めた質問項目以外にも様々な質問項目を設定しているが、これらの項目は単元の別の題材でデータとして使うことを意図している（このことは、アンケートをとる時点では生徒に明かしていない）。これにより、1人の生徒あたり多数の質問項目から得られる多変数データを収集した。収集したデータは右図のように教師が表計算ソフトに2次元表としてまとめ、授業の際にはその場でソートをしてQuick Hist（後述）に貼り付け、ヒストグラム（度数分布多角形）をつくるシーンを生徒に見せながら実践した。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		(性別)	(部活動)	学習時間	スマホ利用	睡眠時間	コンビニ	病院	ルーラーキ
3	1	1	4	210	0	330	200	45	1
4	2	1	1	40	0	360	700	7	1
5	3	1	1	50	0	420	230	40	1
6	4	1	1	120	0	510	300	60	2
7	5	1	1	60	0	420	500	10	1
8	6	1	4	30	0	420	300	1	2
9	7	1	1	90	5	420	200	15	1
10	8	1	1	180	10	360	130	90	1
11	9	1	1	200	10	360	0	30	1
12	10	1	1	130	10	480	500	15	1
13	11	1	1	150	10	500	500	5	1
14	12	1	4	120	10	450	150	60	2
15	13	1	2	40	10	420	1000	5	1

生徒の活動の中では、同様にソートをさせヒストグラムや度数分布表を作ったり、代表値を求めさせたりした。

② 単元全体でのコンピュータ活用

本活動はデータ分析に関してはすべて表計算ソフト上で行うことを前提にしている。生徒は単元全体の実践の中でパソコン操作を行っており、表計算ソフトを使って代表値を求めることや、グラフを作成すること、データを昇順（降順）に並べ替えることなどを経験してきている。本時である第11時では、授業の冒頭で活動の概要を説明し、後は実際に生徒がパソコンを操作しながら活動を進めていく。ただ生徒によって当然得手不得手はあるので、授業で扱ったパソコン操作については「ワザ集」と題したプリントを配布し、それを使いながら操作することができるよう配慮した。

また、データ分析においては現存するソフトではなく、本単元では筆者が制作した表計算ソフト上で動くソフト「QuickHist」を用いて実践を行なった（右図）。その背景としては、本校のネットワーク環境が少なくとも本校においては全員が一度に使ったときに安定するような状況ではなかったこと、実践者が授業場面に合わせてアレンジを加えるなどの汎用性があることに起因する。



Quick Hist では、別シートにあるデータをコピーし、「生データ」のセルの中に貼り付け、「度数分布用設定」の「階級の最小値」と「階級幅」を決めることで、ヒストグラムを作成することができる。度数分布多角形や相対度数等についても、関数に手を加えることでカスタマイズでき、さらに考察欄等も作れるため、授業の用途に合わせてアレンジが可能である。本実践では、単元を通して本ソフトを利用した。

(3) 実践の概要

①時期：令和2年2月下旬

②対象：東京都内国立大学附属中学校第1学年140名

③授業の目標

- ・コンピュータを用いて、必要なデータを抽出し、度数分布多角形や平均値・中央値等の代表値を算出することで、分布の様子を分析することができる。
- ・データから自分でテーマを設定するとともに、そのデータを分析し、データに基づいて説明することができる。

④指導案（全2時間 + a）※ + a は自宅学習時での個別の課題として

	主な発問と学習活動	指導上の留意点
導入	<p>Q. 前にとったアンケートから、分析できそうな問題を考えよう！</p> <p>・アンケート項目を提示し、これらを掛け合わせてどのような事柄が分析できそうかを挙げさせる。 S：睡眠時間が長い人ほど、10秒ストップの記録がよい S：週の運動時間が長い人は、学習時間が短い S：スマホ利用時間が長い人ほど、美しいと思う長方形の辺の比が細長いなど</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・はじめに教師から「学習時間が長い人ほど、スマホ利用時間は短い？」など例を挙げると考えやすい。 ・「仮説」でよいので、正しい必要はないことに留意。
	<p>・事前にとっておいたアンケートを、2次元表にまとめたデータを配布し、分析方法を共有する。</p> <p>○「質的データ×量的データ」の場合 例として、「部活動（運動部・文化部）によって学習時間は違うのか」についての分析方法を、以下の手順で共有する。 ①表の「部活動」の項目の▼マークをクリックし、「昇順に並べる」を選択する。 ②表の「学習時間」の項目の、「運動部」にあたる生徒のデータのみをコピーし、ヒストグラム作成ソフトにはりつける。同様に、「文化部」にあたる生徒のデータのみをコピーし、はりつける。</p> <p>○「量的データ×量的データ」の場合 例として、「週の運動時間によって学習時間は違うのか」についての分析方法を、以下の手順で共有する。 ①表の「週の運動時間」の項目の▼マークをクリックし、「昇順に並べる」を選択する。</p> <p>Q. 量的データはどのように層別すればよいだろうか？</p> <p>T：さっきは運動部・文化部のように明確に分ける基準があったけど、週の運動時間はどのように分けたらよいだろうか？ S：大体境目だと思うところで分ける S：平均値や中央値を基準に分ける T：では、例として中央値を基準にしてみよう。 表の「学習時間」の項目の、「中央値未満」にあたる生徒のデータのみをコピーし、ヒストグラム作成ソフトにはりつける。同様に、「中央値以上」にあたる生徒のデータのみをコピーし、ヒストグラム作成ソフトにはりつける。 T：それでは各々で決めたテーマに沿って、データをソートし、ヒストグラム（度数分布多角形）をつくったり、代表値を求めたりして、分析してみよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・表の見方として、列ごとにアンケートの項目が並び、行は同じ人の回答結果であることを確認する。 ・2人ペアで作業を共同するようにする。あらかじめQuickHistを開いておく。 ・①のとき、運動部の生徒のかたまりと文化部の生徒のかたまりができたことを確認させたい。 ・ここでは「～で分けなければいけない」という指導はしない。それにより批判的思考を働かせ、「基準を変えれば、結論も変わりうる」ことに気づかせたい。 ・場合によってはデータセットを3つに分けることも考えられる。 ・自分の作業の途中で第1時が終わる。続きを第2時の冒頭から行う。
展開2	<p>・生徒がテーマについて考察した成果を“研究”のような形でまとめていくことを共有する。 ・テーマ ・動機 ・目的 ・方法 ・内容（ここに調べたデータを貼りつけ）・結論</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・研究・分析の方法論を、総合的な学習の時間につなげたい。
まとめ	<p>T：データを分析していくときに、どのようなことが重要だったかな。 S：度数分布多角形の形や、代表値など、どのデータをもとに結論を考えるか S：データをどのあたりで分類するかによって、結論が変わってしまうこと</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・その際に、「データの見方に関すること」や、「分析の方法にかかわること」など、いろいろな角度からの考えを挙げられるとよい。

(5) 実践の考察

生徒は多様なテーマを設定し、多様な結論を導く姿が見られた。例えば、次のようなテーマが挙げられた。

【生徒が設定したテーマの例】

- ・スマホ利用時間と睡眠時間の関係 ・学習時間 男子、女子の違い
- ・スマートフォンを使う人は睡眠時間に影響するのか？ ・男女別病院で長時間待てるのはどちらか
- ・病院の待ち時間で、長いと思う時間によって、美しいと思う長方形の一边の長さは変わるのか？～主観的要素は心のゆとりなどで変化するのか～
- ・ルーラーキャッチの記録は睡眠時間が長いと良いのか。
- ・病院を長く待てる人（時間にそれなりの余裕がある人）は、スマホの利用時間も長いのかどうか
- ・スマホは夢の世界を妨げる！？ ・“黄金比”は本当に人気者なのか？
- ・気が短い人と、気が長い人では美しいと思う四角形にちがいがいいのか。
- ・四角形の大きさによって心の広さがわかる？！

など

以上のように、限られた変数の中ではあったが、その中で生徒が興味に応じて変数を選んでテーマを設定し、最終的にはレポートという形でまとめることができた。これだけでも多様な問題設定が考えられる上、同じテーマでも、着目するところやデータをどこで層別するかによって結論が変わるところも興味深かった。

完成したレポートは、例えば以下の通りである。

テーマ
スマホも使わない人はたくさん勉強するのか？

動機・目的
「1日自生実態アンケート」を対したとき、勉強時間の多いと少ない人の差が広がった。運動・睡眠など様々な理由があると思うが、一部の要因はスマホだ、と考えた。この研究結果も、自分の学習に有効に使えようようにしたい。
予想) スマホも使わない人の学習時間は長い

方法
時期: 2020年1月
対象: 東京都立国立高等学校 125名
1ヶ月自生実態アンケートで収集したデータから、学習時間のデータを「スマホの一日の使用時間0~60分」と「スマホの一日の使用時間61分~」に分け、代表値や相対度数分布多角形に表して分析し、その傾向を観察することで、結論を得る。

Excelで得たデータ

代表値	0~60	61~
平均値	114.77	249.6
中央値	120	65
最頻値	60	60
最大値	300	240
最小値	0	20
範囲	300	220 (分)

考察
この相対度数分布多角形から「0~60」の人は二山になっているが、約120分~60分の方は約90分勉強している。これは代表値で確かになっている。相対度数分布多角形で2つのグラフを見比べると、「0~60」の方が少し右よりになっている。このことから、スマホの使用時間と学習時間は関係が薄いと言える。しかし、「0~60」の範囲も見るに追加になっている。これは最大値が300で、最小値が0であることを示している。つまり、同じような時間スマホを使っても、学習時間には差があると言える。これは範囲が220ある「60~」も同様だ。つまり、スマホの使用時間と学習時間は関係ないと言える。

結論
スマホの使用時間と学習時間は関係ない

感想
スマホの使用時間は学習時間とは関係がないことが分かった。学習に大切なのはスマホではなく、己の心と志だと思えた。メリハリをつけた学習をして成績を上げたい。

上記の生徒をはじめとして、概ねの生徒が問題から結論を得るまでの1通りの解決活動に取り組むことができた。ここからさらテーマを設定し、文献調査をしたり、データを再分析したりするなど、PPDACサイクルの2週目を回す生徒も見られた。本来であればこの後、レポートについて発表をし、結論の妥当性などを議論するような時間を計画していたが、コロナ禍の授業時数削減により、実現できなかった。データを批判的に考察することができるようにするには、他者が出した結論が適切か検討するような活動が有用であると考えられるため、今後の課題としたいが、いずれにしてもPPDACサイクルを一通り回すことがコンパクトにできるのであれば、そこに指導時間を割くこともできるため、2時間 + α程度でまとめることができたことは、本実践の意義として考えられる。

【引用・参考文献】

- 藤原大樹 (2013). 「層別によるレポートの改善を通じた『資料の傾向をとらえ説明すること』の学習評価」. 日本科学教育学会年会論文集 37. pp. 124-127.
- 峰野宏祐・熊倉啓之・石綿健一郎・西川洋一郎・笹瀬大輔・高山新悟・富田真永・好川康平 (2019). 「小・中・高等学校数学教科書における批判的思考を促す問題の分析」. 基盤研究 (C) 初等中等教育における批判的思考を志向した統計指導プログラムの開発 中間報告書. pp.10-41.
- 峰野宏祐 (2020). 「PPDAC サイクルにおける問題の相に焦点を当てた指導の研究—多変数データを用いたレポート活動の実践から—」. 東京学芸大学附属世田谷中学校研究紀要2019. pp. 250-263.

(文責 峰野 宏祐)

3. 3. 高等学校における実践

3. 3. 1. 記述統計の指導

本校では数学 I「データの分析」を二学期前半に扱う。最小二乗法を説明するときに必要となるため平方完成が既習であること、「社会と情報」の授業で表計算ソフトウェアを扱う時期と歩調を揃えることなどが理由である。

(1) 統計量の選択について学ぶ

定期考査を返却すると多くの生徒はまず「平均は何点だったか」と訊く。また自分のクラスの平均が他のクラスの平均より高得点だと「やった!」と喜び、低いと「誤差の範囲だ」などと呟く（このあたりは伏線として、仮説検定の考え方の題材として回収される）。標準偏差について未習なので（それでも「偏差値」という用語にだけは慣れている）全体の分布の中での自分の位置を知る統計量として、ファーストチョイスが平均値であると思われる。中学で中央値について既習なはずなのに「中央値は何点だったか」と尋ねられたことは皆無である。

ここ何年か「データの分析」の単元の最初の授業では、平均値が同じだが分布の様子が異なる2つのデータの組（架空の小テストの点数とすることが多い）を与え、それぞれの平均値を求めさせ（仮平均—たいていクラスに何人かは利用する生徒がいる—についても触れる）、データの特徴を言語化させる過程で既習のはずの統計量の復習に充てている。次の授業くらいで最大値・最小値・中央値の細分化として、四分位数を導入する。四分位数の図示として、箱ひげ図を紹介し、箱ひげ図の読み取りやヒストグラムとの関係を学習していく。四分位数（箱ひげ図）は同じテストのクラス毎の比較などには使いやすいが、満点が異なるテストや身長と体重のように単位の異なるデータを比較するには不向きであることにも触れる。

(2) ばらつきを数値化する

この単元における1つの山場は、分散の定義を納得させるところにあると考える。5数要約やそれを図示した箱ひげ図によってデータを比較することを学んだあとに、下の度数分布表のように5数要約が一致する2つのデータを与えて、違いを数値化する方法を生徒たちに考えさせた。

得点 (点)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数 (人)	0	0	0	1	0	1	1	4	2	2	1

得点 (点)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数 (人)	0	0	0	2	0	0	1	3	3	0	2

多くの生徒は、偏差の総和 $\sum_i(x_i - \bar{x})$ を最初に考えるようである。生徒によっては意味を考えて、またある生徒は実際に計算してみることでこの量が有効でないことに気づく。自由に案を出させると絶対偏差 $\sum_i |x_i - \bar{x}|$ を導入しようとする生徒は毎年いる。一方で偏差の2乗和 $\sum_i (x_i - \bar{x})^2$ は（知らない）なかなか出てこない。符号の寄与を消すだけならば絶対偏差も分散も目的は達成できているが、これまでの経緯や理論上の都合でこちらを

採用していることを伝える。データ数に依存させないために n で割った $\frac{1}{n}\sum_i(x_i - \bar{x})^2$ を分散と定義すること、分散は単位も2乗されてしまうので正の平方根をとった標準偏差 $\sqrt{\frac{1}{n}\sum_i(x_i - \bar{x})^2}$ を「ばらつきを示す量」として定義することを紹介する。分散あるいは標準偏差が0になるための条件、データを1次変換したとき（例えば単位の換算）にこれらの量がどう変換されるかについても学習する。また、生徒にとっておなじみの「偏差値」の定義を紹介し、意味を考えさせる指導を行った。偏差値はデータの1次変換に対して不変なことを体験させ、データの標準化の先取りにもなっている。

(3) 2変量の関係を考える

同じ母集団に対する3種類のデータ（例えば特定の10人の身長、胸囲、肺活量）について、それぞれ2種類ずつの散布図（3通り）を作成させる。今年は強めの正の相関があると考えられる組み合わせ、弱めの正の相関があると考えられる組み合わせ、あまり相関があるとは見えない組み合わせとなるようなデータを準備した。平均値を軸として、正領域と負領域を塗り分けなど、散布図上でわかることを学習した後に、数値化として共分散を導入した。分散が導入済みなので比較的スムーズに導入できたと思われる。共分散についても0になる条件やデータの1次変換に対するふるまいを考えさせている。今回導入したデータ例では胸囲（cm）と肺活量（l）が比較的強い正の相関を示すのであるが、共分散の値（絶対値）は、散布図上で相関が弱そうに見える身長（cm）と胸囲（cm）の値のほうが大きくなる。単位変換等に対する不変性を与える1つの方法として、共分散に関わる変量の標準偏差の積で割ることを理解させ、相関係数を紹介した。

また3点 A (1, 1), B (7, 5), C (10, 9) を与え、方眼紙の上にプロットさせ、「最もよい直線」を引くことを考えさせた。生徒に方針を聞くと、x座標、y座標それぞれの平均値を座標とする点は通ってほしい、2点ずつの傾きの平均値を傾きにする、などの意見が出た。最小2乗法の考え方を説明し、計算（平方完成）によって直線の方程式を求めることを演習した。一般の場合の結果はプリントで紹介した。求めた直線の傾きが相関の正負と一致すること、直線が (\bar{x}, \bar{y}) を通ることなどを考察させた。また残差の平方和 $\frac{S_x^2 S_y^2 - (S_{xy})^2}{S_x^2}$ が常に0以上であることから、相関係数が-1以上1以下となること、相関係数の絶対値が1となる条件は残差の平方和が0となることなどを確認させた。相関係数については、ベクトルの内積を既習ならば2つのベクトルのなす角の余弦と同様であることに触れられるのだが、現状の指導の順序ではそれができず残念である。

(4) 記述統計で育成したい力の評価

記述統計の分野では、与えられたデータを分析するだけでなく、「問題に対して目的に応じてデータを収集し、分析をし、結論を出す」という統計的問題解決（PPDAC：Problem → Plan → Data → Analysis → Conclusion → ……）の一連の力を育成したいと考えている。このことは統計の授業を通じて生徒にも伝えているが、各授業ではそれぞれに身につけてほしい概念などがあり、どうしても「与えられたデータを分析する」ということが中心となってしまうがちである。そこで、問題の発見から結論を導くところまでをレポートとして課し、生徒に統計的問題解決の力を意識させるとともに、これらの力がどれだけついているかについての評価を試みた。具体的には、レポートにおいて次の項目1)～5)を課した。

- 1) 調べたい事柄を決める 興味を持って調べたいことを決め、それを調べるための3つないし2つの項目を決める。
- 2) データの収集 SSDSE¹または e-Stat²から必要なデータをダウンロードする
- 3) データの分析
 - i) それぞれの項目について、分布の特徴を調べる
 - ii) それぞれの項目についてデータ全体の分布の傾向を比較する（箱ひげ図などを想定）
 - iii) それぞれの項目についてデータの間にある関係を調べる（散布図などを想定）
- 4) 考察 分析を通して分かったことと、その要因について考察する

5) 感想

課題への取り組みを振り返り、得たことや改善点、今後のデータの分析との向き合い方をまとめる

それぞれの項目は、1) が PPDAC の Problem と Plan に、2) が Data に、3) が Analysis に、4) が Conclusion に対応している。さらに、5) で振り返りをおこない分析を改良する計画を立てるところまでを意図している。1) ～ 5) の各項目において目標を定め、それを評価するための事項を具体化して表1に示すルーブリックを作成した。課題は Google Classroom を使って配信し、1) ～ 5) の各項目でどのようなことが求められているのかを生徒に伝えるために Google Classroom の機能を用いてルーブリックも提示した。生徒は項目1) ～ 5) の統計的問題解決の一連の過程をまとめた Word 形式のレポートと、データの分析の根拠となる元データと分析の結果をまとめた Excel ファイルを提出した (図1, 図2参照)。

レポートについての生徒の振り返りには、例えば次に示すように、目的に応じて適切なデータを収集することの重要性に関する記述が多数見られた。

- ・今回は初めてデータを集めるところから分析、考察をしてみて、データを集める際の考えが足りていなかったと感じました。(中略) 次からは始めにテーマを考えデータを集める際に本当にそのデータからテーマに対する考察ができるかどうかをしっかりと考えていきたい。
- ・今まではどこかの他人が作ったグラフを根拠に調べることがほとんどだったが、自分で1からグラフを作ることで探究のスキルが上がった気がするし、単なる調べ学習より数倍有意義だった。(中略) そもそもなんの変量について調べるのが適当か考える時間を十分に取らないと後で困ることを実感した。

このような振り返りは自分でテーマを設定しそれに関わるデータを収集するところを扱ったからこそ感じられることであると考えられる。社会に出てからも活用できるように統計を学ばせたいと考えるならば、このレポートのように統計的問題解決の一連の過程を経験させることは今後も必要であるということを改めて感じた。

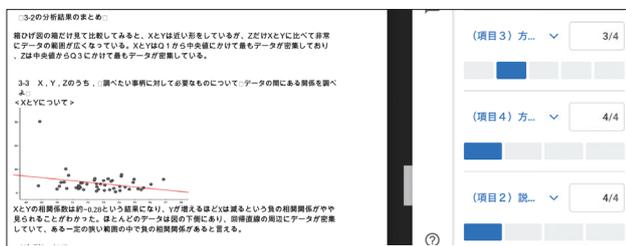


図1 Google Classroom 上でのレポートとその評価の例

地域	生活習慣病による死亡者の割合(X)	生活習慣病の健康診断受診者の割合(Y)	スポーツの1日当たりの平均時間【分】(Z)		
全国	53.09	3.24	58		
北海道	55.44	1.26	52	Xに関する指標	XとYに関する指標
青森県	54.92	4.38	40	平均値	52.68 共分散 -2.2082457
岩手県	56.88	5.64	44	最小値	48.80 相関係数 -0.2765752
宮城県	56.07	3.60	52	Q1	51.43
秋田県	52.41	5.23	50	中央値	52.62 XとZに関する指標
山形県	52.81	3.74	56	Q3	54.05 共分散 -1.2083855
福島県	54.15	6.98	53	最大値	56.88 相関係数 -0.1006245

図2 レポートとともに提出された Excel シートの例

表1 レポートの評価規準を示したルーブリック

項目	具体的な評価事項	4	3	2	1	— (評価できない状態)
方法の妥当性	(1) 調べたい事柄が明確で、それに対して適切なデータを見出すことができている。	調べたい事柄が明確で、それに対して適切なデータを見出すことができている。	調べたい事柄が明確であり、それに関わるデータを見出しているが、少し改善が必要である。		調べたい事柄が明確であり、それに関わるデータを見出しているが、大いに改善が必要である。	調べたい事柄が明確でない。
	(2) 目的に対して適切な統計量や図を自在に使用している。	(i), (ii), (iii)のそれぞれにおいて、目的に対して適切な統計量や図を自在に使用している。	(i), (ii), (iii)のそれぞれにおいて、目的に対しておおよそ適切な統計量や図を使用して分析をおこなっているが、1,2箇所程度の不適切または不十分な箇所がある。	(i), (ii), (iii)のそれぞれにおいて、統計量や図を使用して分析をおこなっている(不適切や不十分な箇所が散見される)。	(i), (ii), (iii)のそれぞれにおいて、統計量や図を使用して分析をおこなっているが、分析の方法に重大な誤りがあり適切でない。	統計量や図を用いて分析しようとしていない。
	(3) データを分析した結果からわかることが適切にまとめられているとともに、なぜそのような結果になるかについて、調べたい事柄に戻り予想と対比させながら十分に考察している。	データを分析した結果からわかることが適切にまとめられているとともに、なぜそのような結果になるかについて、調べたい事柄に戻り予想と対比させながら十分に考察している。	データを分析した結果からわかることが適切にまとめられているとともに、なぜそのような結果になるかについての考察をおこなっているが、考察の深さが十分とは言えない。		データを分析した結果からわかることがまとめられているが、なぜそのような結果になるのかについての考察はほとんどできていない。	データを分析した結果に対する考察がなされていない。
説明の適切性	(4) Excelの表にデータと、データの分析の証拠が見やすく整理されて状態を示している。	Excelの表にデータと、データの分析の証拠が見やすく整理されて状態を示している。	Excelの表にデータと、データの分析の証拠が示しているが十分に整理されていない。	Excelの表にデータと、データの分析の証拠が残っているが、整理されていない。		Excelの表にデータの分析の証拠が残っていない。
	(5) レポート全体を通して文章や数式、図を適切に用いて丁寧な説明がなされている。	レポート全体を通して文章や数式、図を適切に用いて読み手を意識した丁寧な説明がなされている。	レポート全体を通して文章や数式、図を適切に用いて丁寧な説明がなされているが、一部に整合性の取れていない記述がある。	レポート全体を通して文章や数式、図を用いて説明しているが、説明が不十分な箇所も多いが、おおよそ理解できる。	レポート全体を通して説明が不十分であるが、読み手の推測によって理解することは可能である。	レポート全体を通して説明に飛躍がある部分が多く、理解することが困難である。
主体的に学習に取り組む態度	(6) 統計的問題解決の過程を反省的に深く振り返っており、その振り返りが的確で、今後活かされることが期待される。	統計的問題解決の過程を反省的に深く振り返っており、今後活かされることが期待される。	統計的問題解決の過程を反省的に振り返っており、今後活かそうとしている。	統計的問題解決の過程を振り返って、自分の言葉でまとめている。		振り返りがほとんどなされていない。

3. 3. 2 推測統計の指導

現行の学習指導要領にもとづけば数学Iのデータの分析では記述統計のみを扱い、推測統計については扱われていないことになっているが、本校では推測統計、特に「仮説検定の考え方」を高校生全員が学習すべき事項として捉えてカリキュラムに含めている(新学習指導要領においては、全国的に数学Iで「仮説検定の考え方」が扱われるようになる)。

(1) 標準偏差を物差しとして値を評価する

推測統計においては分布から確率を考えるとということが根幹となる。その契機とするために、まず「平均が70点、標準偏差が20点の試験で90点を取ることと、平均が50点、標準偏差が10点の試験で65点を取ることとはどちらがすごいことか」という発問をした。これまでの学習から、多くの生徒が標準偏差の意味をきちんと捉えており、前者は「平均点より標準偏差1個分高い」のに対し、後者は「平均点より標準偏差1.5個分高い」ことから後者の方がすごいことだと捉えられていた。これを一般化し、平均が m 、標準偏差が σ である変数 X に対して、

$$Z = \frac{X - m}{\sigma}$$

を考えることを標準化といい、標準化した値の大きさによって、「ある値が実現することがどれだけすごいこと

か」を判断できることを学習した。その上で、センター試験の模試の分布などを見せ、大規模な試験では分布が同じような形になることが多いことを確認し、正規分布を導入した。正規分布表の読み取り方を確認し、冒頭の問題に対して「平均より1 σ 以上高い」、「平均よりも1.5 σ 以上高い」割合はそれぞれおよそ16%、6.7%であることを正規分布表を使って、あるいは図1のようにコンピュータを用いて求めた。

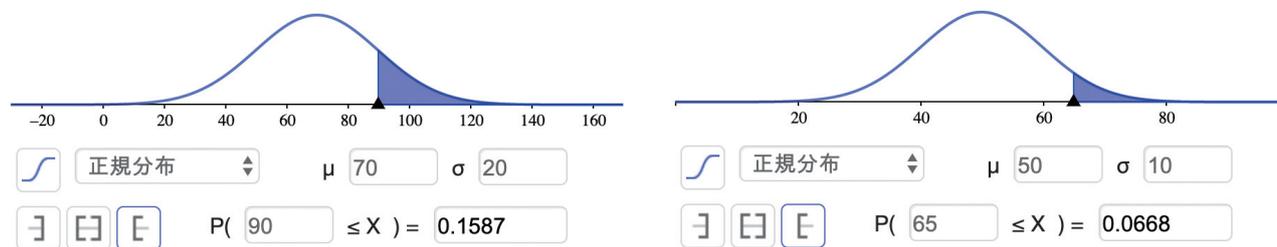


図3 正規分布から割合を求める

さらに、平均が70点、標準偏差が20点の試験で90点以上の人が16%であるということは、「試験を受けた人から無作為に一人選んだときにその人の得点が90点以上である確率が16%である」というように、この割合を確率とみなすことができるということを確認した。

(2) 仮説検定の考え方

(1) で述べたように、データが正規分布に従っていれば、ある値がそのデータの平均から「標準偏差いくつ分」離れているかを考えることによってその値が実現する確率が決まる。その確率が十分に小さければその値が実現することは「おかしなこと」であり、確率が十分小さくなければ「おかしいとは言い切れないこと」であると判断することができる。これが仮説検定の考え方である。仮説検定の考え方の導入として次の問題を扱った。「学年320名の平均が75点のテストで、クラス40名の平均が80点であった。このクラスは優秀といえるだろうか。」

この問題に対し、これまで正規分布に基づく変量について標準偏差を物差しとして平均からどれだけ離れているかを見るという学習をしてきているので、生徒からは「標準偏差を知りたい」、「分布を知りたい」という声があがった。そこで、320名分のテストの点数(ダミー)が書かれたExcelファイルを生徒に配信し自由に考えさせた。学年とクラスの得点をヒストグラムや箱ひげ図で比較するという活動も見られたが、一部の生徒が学年の得点の標準偏差17点を求めた上で、「学年のテストの得点が平均75点で標準偏差が17点の正規分布に従うとすると、80点以上の確率は38.5%もある」ということを根拠にして、「クラスは優秀とは言えない」という主張をした。これを受けて、「このテストで1人が80点以上を取る確率と、40人の平均が80点以上であるという確率が同じであるのか」ということが生徒の問いとなり、「同じである」、「クラスの平均が80点以上の方が起こりにくい」という両方の主張がなされた。そこで、あらかじめ用意しておいたExcelファイル(図2)で、マクロを使って無作為にとった40人の点数の平均を300回程度求めさせ、80点以上になる頻度を数えさせた。これによって、1人が80点以上を取ることに比べ、40人の平均が80点以上になることはずっと起こりづらいということを体感させた。このようになる理由について考えさせると、「40人の平均」を変量とするデータでも平均はおおよそ80点で変わらないはずだから、標準偏差が小さくなっているはずだということに気がついていた。実際に標準偏差をExcelで表示すると2.5程度となり、一般にある集団から n 個の標本の平均を繰り返したとき、その標準偏差は元のデータの標準偏差の $1/\sqrt{n}$ 倍になることを紹介した。さらに、その分布についても確認をした上で、「元のデータの形によらず、標本(n 個)から平均を取ることを繰り返しておこなえばその分布は正規分布に近づくこと」、また「その平均は元のデータと同じで、標準偏差は元のデータの $1/\sqrt{n}$ 倍になる」とまとめた。

B	C	D	E	F	G	H	I	J
乱数	番号	全員の点数	乱数降順	40人を選ぶ		40人の平均		平均計算
0.6815	1	100	0.999479	100	1回目	71.625		
0.8348	2	100	0.999282	69	2回目	73.5		
0.0709	3	100	0.996174	82	3回目	74.65		
0.3121	4	100	0.995315	75	4回目	77.85		
0.9928	5	100	0.992783	100	5回目	75.225		
0.9995	6	100	0.989847	97	6回目	74.8		
0.8231	7	100	0.986843	41	7回目	78		
0.2098	8	99	0.986203	49	8回目	70.45		
0.8352	9	99	0.98468	81	9回目	71.8		
0.1654	10	99	0.9837	68	10回目	72		
0.7033	11	98	0.978965	31	11回目	78.925		
0.329	12	98	0.972383	81	12回目	79.7		
0.888	13	98	0.97123	41	13回目			

図4 Excelのマクロを用いて40人の平均を繰り返し取る

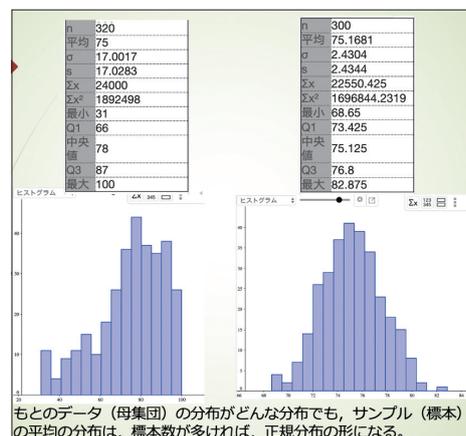


図5 元のデータと標本平均の分布例

この授業を終えたあと、SSH 探究の授業において、探究活動の文脈で仮説検定が使える場面を提示し、生徒に取り組みさせた。「100g 入りとして売られている大袋のポテトチップスに、本当に100g 入っているのか疑問に思った。そこでこのポテトチップス50袋を購入してその中身の重さを調べた。すると、50袋について中身の重さの平均は99.80g、標準偏差は1.50gであった。この結果からこのポテトチップスの内容量は100g よりも有意に少ないと言えるか。」などの問題について生徒に取り組みさせてから解説をし、パフォーマンス課題として yes/no アンケートで有意に差があるかを判断する課題を投げかけた。この課題を含むワークシートの分析から、ほとんどの生徒が仮説検定の考え方を身につけ、簡単な場合の事象について適用することができたと評価できた。

(文責 野島 淳司 吉岡 雄一)

4. 研究のまとめと今後の課題

1年次は、コロナ禍でイレギュラーな状況の中で、公開授業が中止となり、互いに授業を参観したり、対面で定例会を開いたりすることができなかった。そこで、Teams を活用し、資料の蓄積をしたり、定例会をオンラインで実施したりした。定例会では、各学校種での「D データ活用」領域において大事にしている指導についてまとめ報告しあったり、これまでに行った具体的な実践について各学校が報告して協議したりした。また、日本数学教育学校の全国大会で小学校の栗田辰一郎、中学校の峰野宏祐、高校の野島淳司が研究の一旦を誌面で発表をした。

各校の実践を共有することで、各学校種で扱う統計的内容は違うが、問題を見出し、PPDAC のような統計的な問題解決過程を通して統計的に問題解決する力を育成しようとしている部分と同じであることは確認することができた。各学校種で指導する際にそのことを理解し、生徒が経験してきた統計的な経験を生かして指導をしていくことが大切であることがわかった。

高校の実践の提案では、レポートを評価するためのルーブリックを作成した。ルーブリックを作成し、教師と児童・生徒が学びを意識することは、教師が統計的な活動を指導するためにも児童・生徒が主体的に学習に取り組むためにも意味あるものとなる可能性が高い。統計的な問題解決の過程や目指すべき統計的を活用して主体的に取り組む態度が共通していることが確認されたため、今年度高校で提案したルーブリックをもとに高校だけでなく、中学校や小学校で統計を指導するときに活用できるルーブリックを作成することを考えている。2年次は、1年次に十分にできなかった具体的に実践を見合ったり、新たな教材を作成したりしながら、児童・生徒が統計的に問題解決する力を高める視点を見出すために、ルーブリックを作成し、検証することを中核に研究を進めていく。

注

- 1 教育用標準データセット <https://www.nstac.go.jp/SSDSE/> (2020年1月19日アクセス)
- 2 政府統計の総合窓口 <https://www.e-stat.go.jp> (2020年1月19日アクセス)