

東西の十二平均律

吉川 文*¹・遠藤 徹*¹・島添 貴美子*²・田中 有紀*³

音楽分野

(2015年6月29日受理)

YOSHIKAWA, A., ENDO, T., SHIMAZOE, K. and TANAKA, Y.: Twelve-tone Equal Temperament: East and West. Bull. Tokyo Gakugei Univ. Division of Arts and Sports Sciences., 67: 29-53. (2015) ISSN 1880-4349

Abstract

Musical temperament is a basic but important element of all kinds of music. Twelve-tone equal temperament, which is commonly used in modern Japan, has been a subject of considerable discussion. Surprisingly, however, there has been little investigation of the historical reasons for the establishment of equal temperament through comparison of east and west. This article, therefore, will reconsider the present status of Japanese music by comparing the establishment of twelve-tone equal temperament in China, Japan and Europe. Twelve-tone equal temperament appeared around the same time in all of these countries. There have been four main approaches to this question. As a basis for comparisons between east and west, Shimazoe, an ethnomusicologist, investigates the history of Japanese twelve-tone equal temperament from the late modern period to the present day. Yoshikawa, who has researched the history of western music and music theory, considers the establishment of twelve-tone equal temperament in Europe and its development up to the sixteenth and seventeenth centuries at which time the form based on the calculation of $\sqrt[12]{2}$ was first proposed. Tanaka, a specialist of Chinese thought, considers twelve-tone equal temperament as formulated by Confucian Zhu Zaiyu at the time of the Ming dynasty in China. And Endo, a scholar of Japanese traditional music, especially *Gagaku*, discusses Genkei Nakane, who first calculated the values of twelve-tone equal temperament in Japan in the Genroku period.

Keywords: twelve-tone equal temperament, history of musical temperament, Kasho Machida, Fumio Koizumi, Genkei Nakane, Zhu Zaiyu, Lǔxue xīnshuò, Lǔlǔ jīngyì, Marin Mersenne, Simon Stevin

Department of Music, Tokyo Gakugei University, 4-1-1 Nukuikita-machi, Koganei-shi, Tokyo 184-8501, Japan

要旨: 音律はあらゆる音楽に内在する基本的かつ重要な要素であり、現在日本において広く一般化している十二平均律については、たびたび議論の俎上に上げられてきた。しかし、平均律成立の歴史的経緯について、東西を比較しながら考えることは意外に少なかったように思われる。ここでは、ほぼ同じ時期に登場する中国と日本、そしてヨーロッパの十二等分平均律の成立について確認し、日本の音楽の現状をふり返るひとつの契機となることをめざす。まず、東西比較を行う前提として、民族音楽学を専門とする島添が、近代以降現在までの日本での十二平均律をめぐる状況を扱う。次いで、西洋音楽史と音楽理論を研究する吉川がヨーロッパにおける十二平均律の成立、特に2の12

*1 東京学芸大学 音楽・演劇講座 音楽分野 (184-8501 小金井市貫井北町 4-1-1)

*2 富山大学 (933-8588 高岡市二上町180番地)

*3 立正大学 (141-8602 品川区大崎 4-2-16)

乗根の計算に基づく形が示される16, 17世紀までの音律の変遷をまとめた。中国思想を研究する田中は、明の儒学者朱載堉の打ち出した十二平均律について提示する。最後に、雅楽をはじめ日本伝統音楽の研究者である遠藤が、元禄期に日本ではじめて十二平均律の値を計算した中根元圭について論じる。

1. 現代日本の平均律

島添貴美子

1. 1 はじめに

本節では、現代日本の十二平均律の実態を、研究と実践の両面から明らかにすることを目的とする。

明治以降の日本では、西洋から十二平均律の考え方を輸入し、研究と実践に取り入れた。輸入元である西洋では、19世紀後半に、調の性格の違い¹⁾、あるいは調の色彩感²⁾といったものを犠牲にして、半音を2の12乗根とする十二等分平均律（以下、平均律と略す）が、合理性、利便性のもとに普及し、マックス・ウェーバーが『音楽社会学』で述べたような「耳の近代化、制度化」^{3),4)}が図られた。本節では、平均律を作り出し普及させた西洋に対して、西洋から平均律を輸入した日本では、五線譜の導入や鍵盤楽器の普及によって、平均律は自明のものとして受け入れられ、平均律を前提とした研究と実践が展開した過程を論じるとともに、日本人の耳そのものも進化していったことを論じる。

1. 2 明治以降の音楽研究と平均律

1. 2. 1 五線譜と音律：翻訳と錯覚

まず、明治以降、現代に至るまでの音楽研究から、平均律のとらえ方を概観する。西洋音楽と理論が輸入された明治時代の日本では、音楽研究として、まず行われたのが日本音楽の五線譜表記作業であった。壹越をD音として、十二律を五線譜で表記する方法は、明治初期にすでにあり⁵⁾、これを前提にさまざまなジャンルの日本音楽が五線譜で表記された。

当然のことながら、五線譜に表記されていようと日本音楽の音律は、西洋の平均律とは異なる。田邊尚雄ら初期の音楽学者はそのことを意識して音階について論じている。田邊は「音階は音の協和といふことを基礎として作られて居る」⁶⁾とし、中国と日本の十二律の音の高さをセント値で測定して、西洋の平均律のドレミとの対照表を作っている⁷⁾。例えば、日本の壹越(292.72セント)に近似する西洋の平均律の音はD音(290.33セント)で、日本の平調(326.2セント)に近似する西洋の平均律の音はE音(325.88セント)である⁸⁾。
注1. この結果に基づいて、田邊は「日本音階を西洋音階と比較する場合、又は我が楽曲を西洋譜で表はす場合などには通常多く壹越を洋楽のd(二)に当て嵌め

るのである。」⁹⁾と述べている。しかし、同時に、「これは決して正しく当て嵌まるものではなく、唯両方が幾分か類似して居るといふに過ぎない。(中略)将来も又斯様に類似するや否や保証出来ない。」¹⁰⁾と釘もさしている。

ところが、日本音楽を五線譜にすることによって、五線譜上の音を耳が平均律に聴いてしまうという「錯覚」が生じることになった。伊庭孝は「今日では、西洋の和聲的音階または平均率音階の情緒^{マツ} Stimmungは、日本の青年にとっては既にコンモンセンスとなつてゐる。この現代のセンスによつて五線譜を解釋して、古き日本の音楽を觀ようとする事がありとすれば、それは恐る可き錯誤であると謂はねばならない。」¹¹⁾と警告している。しかし、こうした警告とは裏腹に、五線譜＝平均律に慣らされた耳は、微妙な音の高低を「誤差」として処理するようになったと思われる。あるいは、耳がちゃんと誤差を認識しているとしても、五線譜では1オクターヴを12音で表現するしか方法がない。そうすると、採譜の段階で、実際に鳴り響く音は、五線譜上のどこかの音に「当てはめる」しかないのである。このように、五線譜と耳による二重の「翻訳」によって、五線譜上に表された音楽が「平均律化」していったと考えられる。このような「平均律化」によって、音律を考える必要性が薄れ、音律を考えない音階論が論じられるようになったと想像されるのである。

1. 2. 2 民謡の採譜と音律：町田嘉章と藤井清水

音律を考えない音階論の最たる例は、民謡の音階論である。民謡は元来、理論に基づいて作られた音楽ではない上に、口頭伝承であったため楽譜もなかった。そのため、民謡の音楽構造を分析し理論化するには、採譜が欠かせない。民謡の採譜が本格化したのは、邦楽取調掛の採譜作業よりも後で、大正時代になってからと言われている¹²⁾。その先駆者が町田嘉章と町田と組んで民謡の採譜に携わった作曲家の藤井清水たちである。

町田と藤井は民謡を数多く採譜し、その成果を新日本音楽運動の中で、新しい日本音楽を作曲するための材料とただけでなく、旋法論や作曲法といった音楽理論を作り出すのにも生かした。その点では、理論と実践が二人三脚である西洋の姿勢に近い。しかし、管

見の限り、町田と藤井の理論では音律が問題になることはなく、彼らの関心は、専ら、五線譜に採譜された民謡の旋律の主音や終止音の位置や、旋律の動き方にあった¹³⁾。その理由は、一つには、当時の新しい日本音楽の多くが、洋楽器、特にピアノやオルガンなどの鍵盤楽器によって演奏されていたためと思われる。これら洋楽器は平均律で調律されているのが普通である。そのため、音律=平均律を前提として、理論が構築されたのではないと思われる。

もう一つの理由は、民謡の採譜自体が採譜者の解釈の産物だからだと思われる。町田と藤井は、民謡の採譜が完璧でないことを自覚していた。町田は「日本民謡の形態を、寫真のように科学的な正確さで五線の上に現わそうとしたところで、それは出来ない相談」¹⁴⁾であり、採譜は「音楽を譜に現わそうとする人の主観が相当問題になる」¹⁵⁾と述べている。採譜者は民謡を採譜するとき、「本来ならば、演奏者が歌うはずだった高さの音」を想像しながら、その音を五線譜に当てはめて採譜を作る。しかし、その採譜がどの程度、正確なのかは実のところ、裏付けるものはない。それ以前に、そもそも、日本の民謡は1オクターヴ12音を前提として採譜されるのだが、その前提が検証されたことは管見の限り、一度もないのである。そのため、ただ、民謡の音律に関していえることは、五線譜=平均律とすれば、民謡の採譜の音の高さはすべて近似値と考えなければならないということである。

1. 2. 3 日本の音階論の前提：小泉文夫

採譜の音の高さが近似値であることを自覚した上で、あえて逆手にとったのが、小泉文夫である。小泉はまず、五線譜が十二平均律のためのものである¹⁶⁾と述べている。そして、1オクターヴ12音を基準とし、音律は誤差として処理することで、全く異なる音階同士が実は類似しているということを発見した。小泉が音律を誤差としてよいとする根拠は、「実際にでてしまった音ではなく、彼らがだそうと思った音」¹⁷⁾を採譜すべきだという信念、言い換えれば、実際の音よりも、本来あるべき音を優位においたことに基づくと思われる。

そのため、小泉はインドネシアと日本の音階の類似性を次のような論法で説明する。

インドネシアの楽器が、弦楽器のように正確な音程を容易に得られるものではなく、不幸にして木製や金属製の旋律打楽器であるため、大部くるった音をだすようになっていたために、特殊な音階

論がもち上ることになる。(中略) 実際にインドネシア人が歌うときの音程をもとにすればよかったのに、そういう方法はほとんど重要視されなかった¹⁸⁾

しかし、

ガムランの楽器において、きわめて不完全な形でしか現われてこないペロググやスレンドロの音階が、実は少しも奇妙なものではなく、前者は琉球の陰音階、後者は中国、朝鮮、日本の雅楽などで基本である律の音階と本質的にちがわないものであることがわかってくる¹⁹⁾

だからこそ、

音階の基本構造がわからないのに、やたらに不完全な楽器の発する音律から音階を論ずることの危険を、そこにはっきりと認めることができる。つまり何度もくり返すように、実際にでてしまった音ではなく、彼らがだそうと思った音、つまり彼らの音感そのものの体験というものが、ここでも中心ないし出発点におかれなければならないのだ。²⁰⁾

小泉の指摘するインドネシアと日本の音階の類似性は、ヤーブ・クストのインドネシア音楽の採譜をもとにテトラコルド分析した結果であるが²¹⁾、どこまで本来あるべき音を正確に掴むことができるのだろうか。そもそも、採譜者自身が、平均律に毒されており、自然に鳴り響くその民族の音を「『音程が狂っている』と感じる耳」²²⁾になっていないと言えるのだろうか。採譜者は平均律の呪縛を本当に超えて、演奏者の耳と同じになることが、どこまでできるのだろうか。

小泉は日本の音階論が、「(雅楽の理論から) 出発したのではまったく日本の民族性をとらえることができない」とし、「第1に体験としての音楽」を重視した²³⁾。しかし、分析の根拠となる音の視覚化は、採譜者の耳と五線譜に頼るしかなく、その正確さは採譜者の判断に委ねられるしかなかったと言わざるを得ない^{注2)}。

五線譜は、旋律型や音高関係を相対的に表すのには優れているが、1オクターヴを12の音高でしか表すことができない。民謡は、小泉が指摘するように、十二律で作られた歌ではない。そのため、繰り返しになるが、民謡を1オクターヴ12音で考えてよいかどうか自

体が検討されるべきである。ところが、日本の音階論はこれらの問いには触れることをやめて、「1 オクターヴ12音+なんとなく平均律」という前提ありきで展開していったといえるのではないだろうか。

1. 3 実践と平均律

1. 3. 1 平均律の曖昧さ

一方、実践をみると、平均律が当たり前になっていると同時に、平均律が完璧に表現されることはないために、いわば調子はずれな平均律にあふれている。奇しくも1980年の日本音楽学会第31回全国大会で「調律法の観点からの音楽史の見直しについて—平均律はわれわれの音感をだめにした?—」というシンポジウムが行われ²⁴⁾、その成果は出版されている²⁵⁾。音律の抱える問題を多方面にわたって論じた成果のうち、ここでは学校教育において使用される楽器を例に平均律の当時の状況を簡単にまとめる。

まず、学校教育で使われる楽器の多くは、1950年代半ばから1990年代後半までは、JIS規格で製造されていた。JIS規格は調律についても規定しているが、「調律周波数に許容範囲を認めているために、実質上は、ピッチの不揃いな楽器が教育現場では使われて」いたり、「学校現場の要求が、皆さんa1 = 四四二Hzなものですから、確かに少しピッチの高い楽器がよく売れ」ていたり、「各メーカーでは自社の都合のみで楽器を作ってしまうため、同じ種類の楽器でも、メーカーが異なれば、ピッチの違う楽器が生まれることに」なってしまうといったことが生じていた²⁶⁾。音律云々を論じる以前に、基音1点A音自体に音高の幅があったのである。

次は、調律の問題である。平均律自体が響きのよいものではないために、一般に、弦楽器や声など、演奏者が自分で調律する楽器の生演奏では、演奏家は部分的に音の高さを手直しするので、平均律が完全な形で表されることはない。通常、演奏者が自分で調律しないピアノも、調律師が高音域は高め、低音域は低めに調律する調律曲線をつけている²⁷⁾ので、厳密にいえば完璧な平均律とはいえない。さらに、ピアノの問題は、調律師がプロの調律師に任されるために、コンサートホールのグランドピアノでもなければ、家庭や公共の場でのピアノが頻繁に調律されることはまずない。演奏者が自分で調律しないので、相当の音高のくずれがあっても不思議ではないのである。

このように、音高自体に許容範囲を設けた規格、実際には平均律の響きの悪さをカバーする技術、手入れを怠った調子の狂った楽器、こうした要素がからみ

あって、耳は「アバウトな平均律」に慣らされてきたといえる。

1. 3. 2 平均律と耳

ところが、電子楽器、とくにMIDIの出現から様相が変わってきた。現在では電子楽器やPC上で、かなり精度の高い平均律が再現可能になっている。その結果、逆に、平均律の響きの汚さを実感できるようになったといえる。

そこで、電子上の平均律と中全音律を聞き比べ、どちらが美しいと感じたか、簡単な実験を行った。被験者は西洋音楽の専門教育を受けていない大学生グループAと、西洋音楽の専門教育を受けている大学生グループBである²⁸⁾。音源はインターネット上に公開されているボーカロイド初音ミクを使ったバッハの平均律クラヴィーアの平均律による演奏と、中全音律による演奏である²⁹⁾。被験者には事前に聞かせる音楽の演奏者名、曲名、音律の違い等は知らせず、2つの曲を聞き比べた後で、1最初の方が美しい、2後の方が美しい、3両方とも同じ、の3つの選択肢から選ばせ、その理由を書いてもらった。最初に平均律を、後に中全音律の演奏を聞かせた。

その結果は図1と2の通りである。実験場所と設備が異なるため、実験結果はあくまで参考にすぎないが、

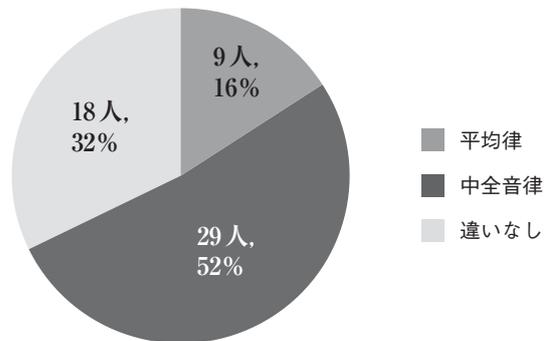


図1 大学生グループA (56人)

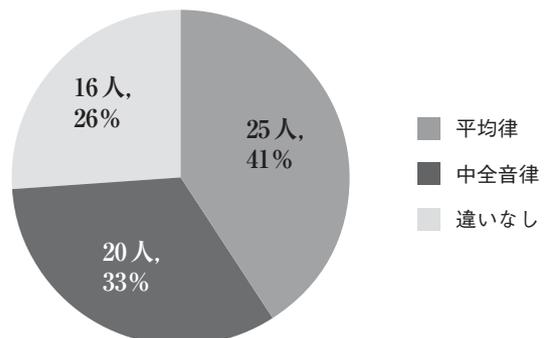


図2 大学生グループB (61人)

西洋音楽の専門教育を受けていない大学生グループAは中全音律の方が美しいと感じた学生が約半数であったのについて、西洋音楽の専門教育を受けている大学生グループBは、ほぼ三分された。

西洋音楽の専門教育を受けていない大学生グループAのうち、中全音律が美しいと回答した学生のうち、平均律についての印象を理由に書いているものが多数、見受けられた。下記はその一部である^{注5}。「最初の曲」は平均律の曲を指している。

- ・最初の不安になる。気持ち悪かった気がする。(吹奏楽)
- ・1曲目は聞いていて不安定になった。(マンドリン)
- ・後の方がまとまってきこえる。最初のなんか不快だった。(HIPHOPダンス)
- ・最初の曲は重なった時に違和感があるように感じたから。
- ・最初のごちゃごちゃうるさいように感じたから。
- ・最初の方は耳がキンとくる。うにやうにやしてて気持ちが悪い。
- ・最初の方は音がおつかって感じがして、キーンってなった。後の方は音がばらけててうまく合ってる感じがして心地よかった。(キーボード, ボーカル)
- ・最初の方が音と音の高さの違いが中途半端な気がする。1の方の最初のフレーズが何か気持ち悪い。(尺八, 琵琶)

このような理由を書いた学生は、中全音律の美しさより、平均律の響きの悪さが印象に残っているようである。

それに対して、西洋音楽の専門教育を受けている大学生グループBのうち、平均律を美しいと回答した学生で、平均律についての印象を理由に挙げたものは下記の通りである^{注6}。

- ・シンプルな感じがする。(作曲)
- ・旋律のハモリが美しく高音の音がはっきり聞こえたから。(メゾソプラノ)
- ・最初の方がハーモニーのバランスがよく聴こえた気がした。(ピアノ)
- ・縦と横の響き、流れが最初に聴いたほうがふに落ちる感じがした。(ソプラノ)
- ・声が透き通った感じがして、きれいな和音として聴こえたから。(ピアノ)
- ・流れるように聴こえ、多声の響きの重なりが自然に耳に入ってくるように感じたため。(ピアノ)

・なんか前の方が和声進行がなめらかな気がした。(ピアノ)

比較的、ピアノ専攻の学生が平均律を好む傾向があることから、日頃親しんでいる音律を美しいと感じていることが推測される。

1. 4 まとめ

現代日本の平均律の実態を研究と実践の両面から概観した。日本の音階論は、五線譜の導入によって、音律の違いは誤差として捨象し、1オクターヴ12音+なんとなく平均律を前提として発達した。実践では、生の演奏では、平均律はかなり許容範囲の広いものであるが、電子楽器の登場で、精度の高い平均律が技術的に可能になっている。その結果、平均律の響きの汚さが実感できるようになったともいえる。

逆にいえば、現在では、PC上で以前よりも容易にさまざまな音律を作り出すことが出来るようになってきている。こうした状況が耳の進化に影響を与えているといえるだろう。

2. 西洋における十二平均律

吉川 文

2. 1 はじめに

ヨーロッパにおける芸術音楽の歴史において、音律の問題はつねに見過ごすことのできない重要な課題であり、古代から現在に到るまで様々な変遷を見ることが出来る。多種多様な音律が試行される中で登場した十二等分平均律が、現在のように広く用いられるようになったのは、19世紀後半から20世紀のこととされる。しかし、1オクターヴの中に等しい間隔で12の音を配置する考え方は、すでに古代ギリシアの理論の中にもその萌芽が見られ、19世紀に突然現れたものではない。また、広く音楽実践に応用される段階になっても、様々なジャンルの音楽で一斉に十二等分平均律が採用されたわけではない。一方、音律の背後には倍音現象など音響に関わる普遍的な物理現象があり、さらに様々な音律の関係と精確な音程比の値を考えるにあたっては、厳密で微細な数の世界に踏み込むことも求められる。十二等分平均律とは何かを明らかにするためには、多岐にわたる視点からの検討が必要となろう。

ここでは、中国や日本における平均律との比較を踏まえ、1オクターヴの中に等間隔で半音を設定するために $\sqrt[12]{2}$ を計算する考え方が初めて登場する16世紀から17世紀の音律理論に注目する。どのような過程でこうした形の十二等分平均律が提唱されるに至ったの

か、ヨーロッパにおける音律の歴史的变化を辿りながら考察する。

2. 2 ギリシアにおける音律

ヨーロッパの音楽における音組織を考える場合、その出発点に位置するのは協和する音程と数比の関係を見出したとされるピタゴラスPythagoras (前6世紀)である。鍛冶屋の振るう槌音の響き合いから音の高さと槌の重さの関係に気付き、協和する音同士の数比関係を算出したというピタゴラス伝説は、中世・ルネサンス期の音楽理論書に繰り返し登場する(図3)注7。

彼が提唱したと

される単純な数比はオクターヴを示す2:1、5度の音程である3:2、4度の4:3、そして全音の9:8となる。ここから導き出されるオクターヴの音組織がピタゴラス音律による音階である。ただし、万物の根源を数とする彼の

音程比は、実際の音楽とは必ずしも結びつかない理念的な面が強調される。

ギリシアの音楽実践における具体的な音組織について論じたのは、アリストクセノスAristoxenos (前4世紀)である。古代ギリシアの音楽では、4度の枠の中に2音を配置するテトラコルド構造が基本となり、これを重ねていくことで2オクターヴに及ぶ音域が得られる。このテトラコルドでは4度の音程関係は固定化されているが、間に置かれる2音は可動音で、全音間隔を基本とするディアトニックの他、クロマティックなもの、エンハーモニックなものなど半音以下の微分音程も用いられる(譜例1)。いずれの場合も、1オクターヴに7音を含む音階が生じることになるが、その後クロマティック、エンハーモニックのテトラコルドは次第に実践の場から姿を消していった。

アリストクセノスは十二等分平均律の考え方を提示した最初期の人物とも目される。数比関係を第一とするピタゴラス的な考え方に対し、アリストクセノスは、より感覚的なものを重視する見方を打ち出す。半音は



	1音	1音	1/2音
ディアトニック	1 1/4音	3/4音	1/2音
	1 1/2音	1/2音	1/2音
クロマティック	1 3/4音	3/8音	3/8音
	1 5/6音	1/3音	1/3音
エンハーモニック	2音	1/4音	1/4音

譜例1 アリストクセノスのテトラコルド

全音のちょうど半分であると見なし注8、1オクターヴは全音6つによって構成されるという彼の論の背後には、音を厳密に数比から考えるのではなく、感覚によって捉える見方があるとも考えられる。ただし、ギリシアにおいてはあくまで1オクターヴに7音の音組織が用いられているのであって、1オクターヴに12の半音関係の音が必要とされたわけではない。この段階では、十二等分平均律の発想の兆しを窺わせる程度と言えよう。

2. 3 中世における音律—ギリシアの理論の継承

古代ギリシアの音楽理論は、西洋音楽の源泉として確固たる位置を占めるキリスト教会の典礼聖歌においても非常に重要である。ローマを中心とした西ヨーロッパのカトリック教会で歌われていた聖歌も、基本的に1オクターヴに7音の音組織の中で説明することが可能である。古代の知が様々な形で中世のヨーロッパに継承される中で、音楽理論もボエティウスBoethius (480-524/525)らの手によって中世の理論家に引き継がれた。中世の理論家は、この理論を援用する形で典礼聖歌を体系立てて整理することになる。たとえば、聖歌で実際に用いられる音を具体的に説明するために、多くの理論書ではモノコルド(図4)注9を利用して、1オクターヴの中の7音の位置を定めるが、ここで示されるのはピタゴラス音律にもとづく音



図3 Franchinus Gaffurius, *Theorica musicae* より

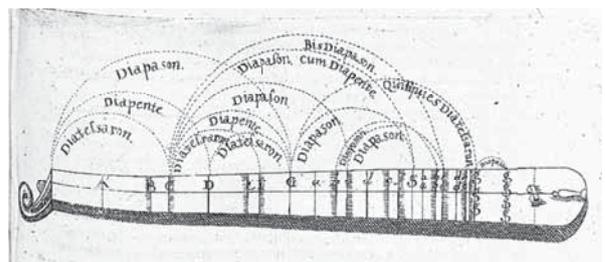
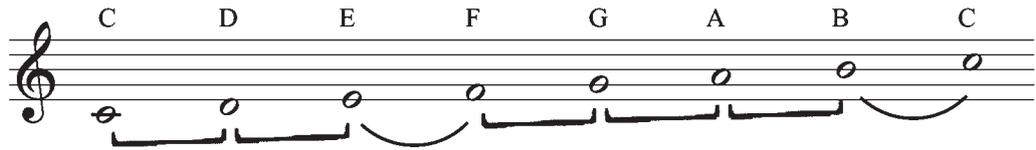


図4 Robert Fludd, *De Naturae Simia seu Technica macrocosmi historia* より



十二等分平均律	セント値	0	200	400	500	700	900	1100	1200
ピュタゴラス音律	セント値	0	204	408	498	702	906	1110	1200
	数比		9:8	9:8	256:243	9:8	9:8	9:8	256:243
純正律	セント値	0	204	386	498	702	884	1088	1200
	数比		9:8 (大全音)	10:9 (小全音)	16:15	9:8 (大全音)	10:9 (小全音)	9:8 (大全音)	16:15
1/4コンマ中全音律	セント値	0	193	386	503	697	890	1083	1200

※5度を純正な5度よりも1/4シントニック・コンマ挟めることで5度を4回重ねた3度を純正にする

譜例2 各音律の音高と音程比

階（譜例2）である。

1オクターヴの中に配置される音は7音であることには、十分留意しておく必要があるだろう。このことは、アルファベットの7文字によって1オクターヴの音名が示されるところから明らかであるし、五線譜に基づく記譜のあり方にも見て取れる。こうした体系の中で単旋律の聖歌を考える場合には、ピタゴラス音律による音階で不都合は起こらない。

ピタゴラス音律では、1オクターヴの中に半音関係の12の音をすべて配置しようとした場合に5度に相当する3:2の比を重ねていくことになるため、この比の反復から得られる13番目の音は、起点とした音から上方にずれが生じる。このずれがピタゴラス・コンマと呼ばれる微分音程で、約24セントの値をとる。十二等分平均律における半音が100セントにあたるため、24セントはその約1/4のずれとなる^{注10}。これを調整するためには、ピタゴラス・コンマの分だけ狭い5度を、5度の音程関係の中のいずれかの場所に置かなくてはならない。純正な3:2の音程比にある5度に比較すると、この24セント狭い5度はうなりが多く、美しく響かないためにウルフ（狼音）とも呼ばれる。ただし、この音程関係は、基本的に7つの音階音の中で推移する単旋律の聖歌の場合には顕在化することはない^{注11}。

しかし、中世末期からルネサンス期に向けて、多声の音楽が大きく展開していく中で、連続的な音同士の関係ではなく、同時的な音同士の関係が重要になったとき、ピタゴラス音律には3度の音程をめぐる別の問題が浮上する。

2. 4 多声音楽における音律

中世からルネサンスへと移り変わる15世紀初頭において、多声音楽の響きの中で3度の響きが特に好まれるようになる。しかし、この3度は中世の音楽理論の

中では協和音程として扱われていなかった。なぜなら、ピタゴラス音律の中に見られる3度は、5度の積み重ねの中で規定されるものであり、結果として9:8の音程関係にある全音2つを重ねた81:64の数比による3度は協和度の高い響きとは言えない。純正3度、つまり倍音列の中に現れる第5倍音の3度の場合、音程比は5:4 (=80:64) の関係を取り、ピタゴラスの3度との間には81:80の数比によって表される分の差が生じる。これがシントニック・コンマと呼ばれる微分音程で、ほぼ22セントの値をとる。

同時的な響きとして3度を利用する場合には、おそらくこの純正な3度の響きが好まれたことが想像される。この純正な音程関係を含む形での音階組織を最初に示したのはラモス・デ・パレハ Ramos de Pareja (c. 1440 - 91) とされ、純正律の音階（譜例2）を念頭に、用いられるべき良い音程と悪い音程とが論じられる^{注12}。

ピタゴラスの3度と純正3度との齟齬は、5度の音程比である3:2という数比によって構築される音組織と、自然倍音列の中での3度を取り込んだ音組織との間に必然的に生じるもので、多声の音楽においては避けることができない。シントニック・コンマは、ある意味でピタゴラス・コンマ以上に実践の中で何らかの対応が求められる微分音程であったとも言える。さらに、純正律の音階の場合には、全音の音程比として9:8（大全音）だけではなく10:9（小全音）という狭い全音が生じ、場所によって全音の間隔に差ができてしまうことが協和する音程関係を求める中で大きな制約となり、それまで広く用いられてきたピタゴラス音律を純正律へと一律に切り換えることを阻んでいた。

また、中世末期には1オクターヴに7音の全音階の音だけではなく、半音変化した音が実際の音楽の中で多用されるようになっていったことが、残された実際

の楽譜からも、楽器の変化からも明らかである。オルガンの場合、古い時期の楽器はB♭音の鍵盤以外、半音変化した、いわゆる黒鍵に当たる鍵盤を備えていなかった。だが、14世紀末のオルガンにはすべての半音を出すことができる鍵盤が装備されるようになる。オルガンやクラヴィコードのような鍵盤楽器の場合には、一度決めた音の高さを演奏中に調整することは基本的に不可能である。声の場合は自由に音程を変えられるし、多くの弦楽器、管楽器も音程の微調整が可能なので、実際の演奏の中ではより美しい響きを得られるように随時音高を微妙に動かしていたことが想像される。しかし、鍵盤楽器の場合にはそれができないため、音をどのような高さにするのか、どういった音律を用いるのかは非常に大きな問題であり、調整のための工夫は実践と密接に結びついていた。より美しい響きを得るために、どのような間隔で音程を調整していくのか、音律はつねに実際の楽器のチューニングの問題と直結していたのである。

より美しく協和する響きを得るための調整として、16世紀のピエトロ・アーロン Pietro Aaron (1480-1545)、ジョゼッフォ・ザルリーノ Gioseffo Zarlino (1517-90)らが提唱したのが中全音律として知られる音律である^{注13}。中全音律では、5度の響きよりも純正な3度の響きを優先させ、結果として5度を純正なピタゴラスの5度よりも狭く調整していくことになる。いくつもの調整法が工夫され(譜例2は1/4コンマ中全音律の例)、実践に供されたが、中全音律の場合には、全音階的半音と半音階的半音を比べると全音階的半音のほうがかなり広くなるという特徴も認められた。このため、例えばG♯音とA♭音を比較すると、G♯音のほうが低くなってしまいうため黒鍵をどのように調整するかも大きな問題になる。

ルネサンスからバロック期にかけて、音律を調整することでいかに効率よく、全体として美しい響きを得ることができるか、実に様々な試行錯誤が繰り返された。1オクターヴの中の12の半音をすべて等しい間隔にしようとする十二平均律の考え方も、その一環として登場したものだ。

2. 5 十二平均律の考え方

オクターヴの音程を正確に12分割するためには、 $\sqrt[12]{2}$ の値を計算する必要がある。しかし、そうした計算値が求められる以前に、近似的な値を実践にも活かしやすい形で示したのがヴィンチェンツォ・ガリレイ Vincenzo Galilei (c. 1520-91)である。彼はザルリーノの弟子にあたる人物だが、18:17という数比を近似的

な平均律を得るためのものとして提唱した^{注14}。実際にこの数比によって得られる半音はほぼ99セントで、平均律の半音とのずれはわずか1セントである。ただし、ガリレイの述べるこの数比は、鍵盤楽器のチューニングではなく、主にリュートのようなフレットを持つ弦楽器等に應用されたものであった。

この頃、明の朱載堉(1536-1611)が十二平均律を提唱し、 $\sqrt[12]{2}$ の値を非常に厳密に求めたが、ちょうど同じ時期にヨーロッパでもシモン・ステヴィン Simon Stevin (c. 1548-1620)がヨーロッパで始めて平均律に対して $\sqrt[12]{2}$ の値を示したのである。

2. 6 シモン・ステヴィンの十二平均律

シモン・ステヴィンは16世紀から17世紀初頭にフランドルで数学者、物理学者として活躍した人物である^{注15}。彼が音楽について論じた『歌唱芸術(音楽)の理論について *Van de Spiegheling der singconst.*』(c. 1585?)は、音程比や音階、及び旋法理論などについてまとめた断片的な手稿であり、彼の死後長らく埋もれていたが、19世紀半ばに再発見され刊行されたことで広く知られるに到った。ここで彼は1オクターヴ内に配置される12の音の間隔を等しくとることを提唱し、実際に $\sqrt[12]{2}$

表1 ステヴィンによる音程比の計算値

10 000. Selftoon Eerste	同音(1度)
9 438. Halftoon Cleen tweede	半音(短2度)
8 908. Toon Groote tweede	全音(長2度)
8 409. Onderhalftoon Cleen derde	1全音半(短3度)
7 936. Tweetoon Groote derde	2全音(長3度)
7 491. Tweekhalftoon Goe vierde	2全音半(4度)
7 071. Drieton Qua vierde	3全音(増4度)
6 674. Driehalftoon Vyfde	3全音半(5度)
6 298. Vierton Cleen seste	4全音(短6度)
5 944. Vierenhalftoon Groote seste	4全音半(長6度)
5 611. Vyftoon Cleen sevende	5全音(短7度)
5 296. Vyfenhalftoon Groote sevende	5全音半(長7度)
5 000. Sestoon Dobbelerste	6全音(1オクターヴ)
4 719. Sessehalftoon Dobbelcleen tweede	6全音半(1オクターヴと短2度)
4 454. Sevetoon Dobbelgroote tweede	7全音(1オクターヴと長2度)

に基づいてかなり細かな数値を算出している(表1)。但し計算の精度に関しては朱載堉のものに劣る部分も見られる。彼の理論は実際の音楽に活かされることを念頭に置いて書かれたと見られるが、彼自身は作曲や演奏といった音楽実践に特に携わっていたわけではなく、彼の論じた十二等分平均律がその周囲で実際に受容された様子も見られない。

十二等分平均律の正確な値を計算した人物としては、ステヴィン以上にマラン・メルセンヌ Marin Mersenne (1588-1648)の存在が重要である。

2. 7 マラン・メルセンヌの十二平均律

ステヴィンとほぼ同時期に活躍したマラン・メルセンヌも、数学者、物理学者であり^{注16}、デカルト Descartes やパスカル Pascal, フェルマー Fermat, ガリレオ・ガリレイ Galileo Galilei といった多くの知識人たちと交わり、彼らと交流の場を持ったり、膨大な文通を行うことによって当時の知の発展そのものに大きく貢献したことで知られる。メルセンヌもステヴィンと同様に自ら作曲や演奏に携わったわけではないが、音楽についての著作をいくつも残している。中でも重要なのが『普遍的ハーモニア *Harmonie universelle*』(1636)である。これは3巻からなる膨大な理論書であり、音階などの音組織や旋法について扱う他、音の順列・組合せによる作曲論や、多くの楽器についても取り上げ、その構造等に関して詳述している。十二平均律についても、様々な箇所而言及し、アリストクセノスの名を引き合いに出したり、ヴィンチェンツォ・ガリレイによる平均律にふれたりすることに加え、モノコルドによって音高や音程を提示する部分では $\sqrt[12]{2}$ から計算される十二等分平均律の数値を挙げている(表2, 表3)。

表2 メルセンヌによる音高の計算①

13	G	100,000
12	f#	$\sqrt[12]{2} \times 100,000$
11	F	$\sqrt[6]{2} \times 100,000$
10	E	$\sqrt[4]{2} \times 100,000$
9	d#	$\sqrt[3]{2} \times 100,000$
8	D	$\sqrt[12]{2^5} \times 100,000$
7	c#	$\sqrt{2} \times 100,000$
6	C	$\sqrt[12]{2^7} \times 100,000$
5	Bb	$\sqrt[3]{2^2} \times 100,000$
4	Bb	$\sqrt[4]{2^3} \times 100,000$
3	A	$\sqrt[6]{2^5} \times 100,000$
2	g#	$\sqrt[12]{2^{11}} \times 100,000$
1	G	$2 \times 100,000$

表3 メルセンヌによる音高の計算②

1	C	100,000
2	Bb	105,946
3	Bb	112,246
4	A	118,921
5	g#	125,993
6	G	133,481
7	f#	141,422
8	F	149,830
9	E	158,741
10	d#	168,179
11	D	178,172
12	c#	188,771
13	C	200,000

ただし、メルセンヌはこの数値がただちに鍵盤楽器のチューニングなどに応用されるべきものとは考えておらず、実際クラヴィコードやオルガンなどの鍵盤楽器の説明部分では、様々な調整された音律法が紹介され、具体的な調律の手順にも触れている。

ヨーロッパにおける十二平均律の数値計算が、朱載堉の十二平均律とほぼ同じ時期に出てきていることから、ステヴィンとメルセンヌの2人は朱載堉による十二平均律の成果を知っていたのか、もしかすると朱載堉の考え方が伝わっていた可能性もあるのではないかと指摘する向きもある。16世紀末は、マテオ・リッチ

Matteo Ricci (1552-1610) 等中国で活動した宣教師らを通じて、中国で得られた数多くの新たな知見がもたらされていた。物的証拠は残されていないものの、マテオ・リッチと朱載堉との直接の関わりを推測する研究も見られる²⁸⁾。

2. 8 十二平均律の受容

より美しく調和する響きを求めて、様々な音律法が試行される中で登場した十二平均律は、どの程度実践に活かされたのだろうか。

十二平均律によって半音を等しく定めていく考え方に関しては、ガリレイの提唱した18:17の比率が弦楽器のフレットの間隔を決めていくための実践に応用されていた。また、17世紀前半にローマで活躍した著名なオルガニストであるジローラモ・フレスコバルディ Girolamo Frescobaldi (1583-1643) のように、音楽実践に携わる者の中にも平均律に対して肯定的な見方をする人物が見られた。フレスコバルディに大きく影響を受けたドイツのヨハン・ヤーコプ・フローベルガー Johann Jacob Froberger (1616-67) の音楽にも、十二平均律への傾向が指摘されている。

しかしこの当時、特にチューニングが重要な鍵盤楽器において、十二平均律が広く一般に受け入れられることはなかった。これは、チューニングを行う上での手順の難しさも関係していたようだが、もうひとつの理由として調性格の問題も挙げられる。当時の様々な音律法では、純正な響きを可能な限りオクターヴの枠組みの中に組み込むための様々な微調整が行われていた。これによって音程間隔には広い部分、狭い部分が出てくる。結果として、転調して主音の位置が変化すると、7音音階の響きの性質にも差異が生まれ、これが調毎の性格の違いとなった。バロック期以降頻りに論じられた調性格は、十二等分平均律においては失われてしまうこともあって、この音律法が好まれなかった面もあった。

できる限り美しい響きを、どの調においても得られるための工夫として、エンハーモニック鍵盤も考案された。これは、たとえば中全音律において理論的に高さの異なるG#音とAb音をそれぞれ演奏できるようにするため、この部分の黒鍵を分割して異なった高さの音を弾き分けるものである。メルセンヌの『普遍的ハーモニア』も、いくつかのエンハーモニック鍵盤について解説している(図5)。全音的半音と半音的半音の差異をなくすことで全体を調整しようとする十二等分平均律とは、ある意味で真逆の方向に調整を進めていこうという明確な姿勢の現れが、このエンハーモニック鍵盤であると見ることも可能であろう。

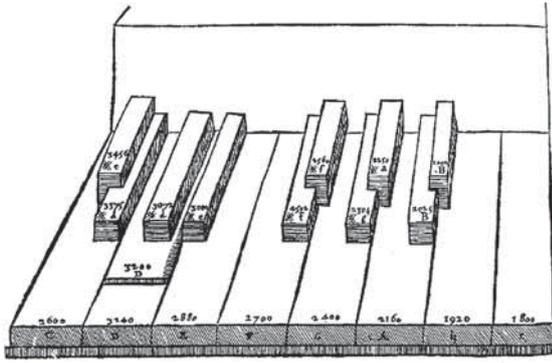


図5 エンハーモニック鍵盤の一例

2. 9 おわりに

ここでは十二平均律について、15世紀末から16世紀初頭にヨーロッパで初めての $\sqrt[12]{2}$ 形が登場するまでの流れを辿った。実際にこの音律が広く一般化するのには19世紀後半から20世紀とも言われ、そこに到るまでにはまだ紆余曲折が認められる。

最初に十二平均律の数値を論じたステヴィンとメルセンヌの2人が共に数学者であったことは示唆的である。オクターヴを12の半音に等分に分割しようという考え方そのものは以前から存在していたものの、その徹底した数値化は数学者によって極められたものと言える。ただし、その数値化は決して理論のための理論のような形できつめられたものではなく、あくまでも実際の音楽において活用されることを意識して追求されたものであったことは、中国や日本における音律との比較を考える上でも重要である。

3. 中国の十二平均律

田中有紀

3. 1 概要

中国では明の朱載堉が1584年頃に十二平均律を発明した。本章では、「中国において、十二平均律がどのように生まれ、どのように受容されたのか」について、技術的背景を紹介した上で、思想的背景（儒学、特に象数易学^{注17}との関係）に注目し考察する。まず、「3. 3. 三分損益法と十二平均律」では、十二平均律以前に伝統的に用いられていた三分損益法と、朱載堉の十二平均律の計算方法を紹介する。「3. 4. 十二平均律と象数易学」では、平均律の生まれた思想的背景について論じる。そして「3. 5. 平均律の受容」では、その後の清代の新しい儒学の中で、平均律がどのように理解されたかを考察する。

3. 2 はじめに

十二平均律を生んだ中国では、古くから、儒学の中で音楽が重視された。音楽は四書五經の学問のうちの一つとみなされ、政治を担う儒者たちにとって重要な学問であった。例えば、『礼記』楽記には「楽は天地の和なり。礼は天地の序なり」とあり、『孝経』には「移風易俗、莫善於楽」という言葉がある。このように音楽は、儀礼とならんで人々を調和させ、あるべき方向へと教化するという役割を担ってきた。

音楽の中でも、とりわけ音律に対し、儒者たちは大きな意味を与えた。前の王朝が使用していた音楽は、国をほろぼした「亡国の音」と見なされ、理念上は、王朝が交替する度に音律の改定が必須とされた。音律や、その音律を応用した楽器、さらには歌や舞を含めた「楽」全体が、皇帝権力を表象する有力な手段と見なされたのである。

このように音律が重視されてきた歴史の中で、明の朱載堉（1536 - 1611）は十二平均律を発明した。朱載堉は、明朝の皇族の出身でありながら、父親が冤罪で一時的に獄に落ちたことが遠因となり、政治への興味を失って爵位を継がず、音律学や天文暦法、数学に専念した^{注18}。彼は、1584年に成立した『律学新説』の中で、これまで用いられてきた音階計算法である三分損益法を否定し、新しい計算法「新法密率」を記述した。これが十二平均律に当たる。朱載堉については、早くからその十二平均律理論が注目され、劉復²⁹⁾や楊蔭瀏³⁰⁾などが先駆的な研究を始め、欧米でも科学史家のジョセフ・ニーダム^{注19}を初めとして数多くの研究がある。十二平均律が生まれた背景については、科学的側面から考察したもの^{注20}や、思想的側面から論じたもの^{注21}がある。朱載堉自身が著書の中で、朱熹の影響を強く受けたと述べていることから、現在の研究では「朱子学」の音律論として朱載堉が言及されることも増えてきた^{注22}。

3. 3 三分損益法と十二平均律

中国の宮廷雅楽では、十二平均律以前は、三分損益法が正統理論として位置づけられてきた。三分損益法に関する記述は、すでに先秦時代の文献に見られ、漢代までに体系化された。その後三分損益法は、南宋の朱熹・蔡元定『律呂新書』（12C）によって、朱子学の正統理論として位置づけられていく。一方、何承天や劉焯らによって、のちの十二平均律につながるような、十二律の各音律間の音程を等分化する試みもなされていた³¹⁾。朱載堉は十二律の隣りあう律の振動数比が、すべて等しい比になるよう計算し、「新法密律」（すな

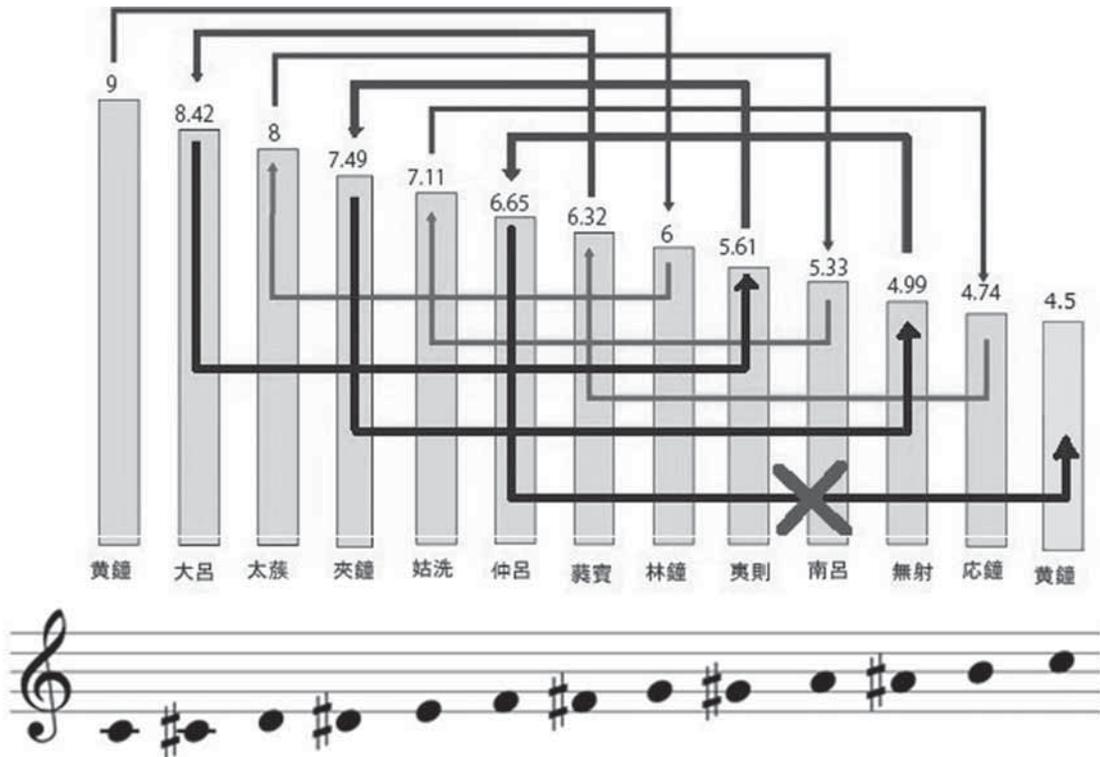


図6 三分損益法による音階の形成と「往きて返らず」

わち平均律)を考案した。しかし朱載堉以降、十二平均律は楽器などに応用されることはほとんど無く、清代(17C~)以降、三分損益法へと回帰していく。

三分損益法は、ヨーロッパのピタゴラス律と同じく、振動数比が、2:3の完全五度と、3:4の完全四度という協和音を用いた音階である。中国では、竹で作られた律管と呼ばれるピッチパイプを用いて計算した^{注23}。ある律管の長さを、 $\frac{2}{3}$ の長さに変えると、その律管が発する音の振動数は、 $\frac{3}{2}$ となり、音の高さは五度上となる。長さを三分して、そのうちの一を取り除くので、「三分損一」と呼ぶ。また、ある律管の長さを、 $\frac{4}{3}$ の長さに変えると、その律管が発する音の振動数は、 $\frac{3}{4}$ となり、音の高さは四度下となる。長さを三分して、そのうちの一を益すので、「三分益一」と呼ぶ。このような計算を繰り返して音階を作る方法を、「三分損益法」と言う。

この三分損益法は、「往きて返らず」という問題を抱えていた。三分損益を繰り返して、十二番目の仲呂律にもう一度 $\frac{2}{3}$ をかけて、五度上の音を出そうとしても、この律はもともとの黄鐘のぴったりオクターヴ上(黄鐘律管の半分)にはならない。「もともとの黄鐘に戻るができない」ことから、この矛盾を「往きて返らず」と呼んだ。(図6)

朱載堉は十二平均律によって「往きて返らず」という矛盾を、技術的に解決した。朱載堉は、黄鐘cの正律を l とすると、蕤賓f#の倍律(1オクターヴ上の律)

を、 $\sqrt{l^2+l^2}=\sqrt{2}l$ によって計算した。さらに南呂aの倍律を $\sqrt{\sqrt{2}l^2}=\sqrt[4]{2}l$ 、應鐘bの倍律を $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}l^3}=\sqrt[12]{2}l$ と計算した。このようにして得た $\sqrt[12]{2}$ を使い、隣接する二つの律管の長さの比を、 $1:\sqrt[12]{2}$ とした。ちなみに朱載堉は、黄鐘から蕤賓を算出する過程を、句股の術(ピタゴラスの定理)によって説明する。句股の術は、直角三角形の頂角を挟む二辺を句・股とし、それらの自乗の和が、底辺(弦)の自乗に等しいという理論である。すなわち、 $句^2+股^2=弦^2$ となる。朱載堉は、句と股を黄鐘に、弦を蕤賓に見立てて計算した。また、平方根や立方根を開く際には、算盤によって計算したと言う。

オクターヴを十二の半音に等分割し、それぞれの律管の長さの比が、 $1:\sqrt[12]{2}$ となるように計算すれば、十二律は完全に循環するようになり、「往きて復た返る」ことができる。このようにして朱載堉は、「往きて返らず」を解決した(図7)。

3.4 平均律と象数易学

このような平均律が生まれた背景には、どのような思想があるのだろうか。朱載堉は十二律の循環性に注目し、暦や易も同じように永遠に循環すると見なし、これら三つを結びつけた。たとえば、十一月の冬至の月には、易の卦で言えば「復」を配当し、音律で言えば、黄鐘律を配当した。そして、冬至の日に黄鐘律の音楽を奏できれば、気が整うと考えたのである。朱載堉

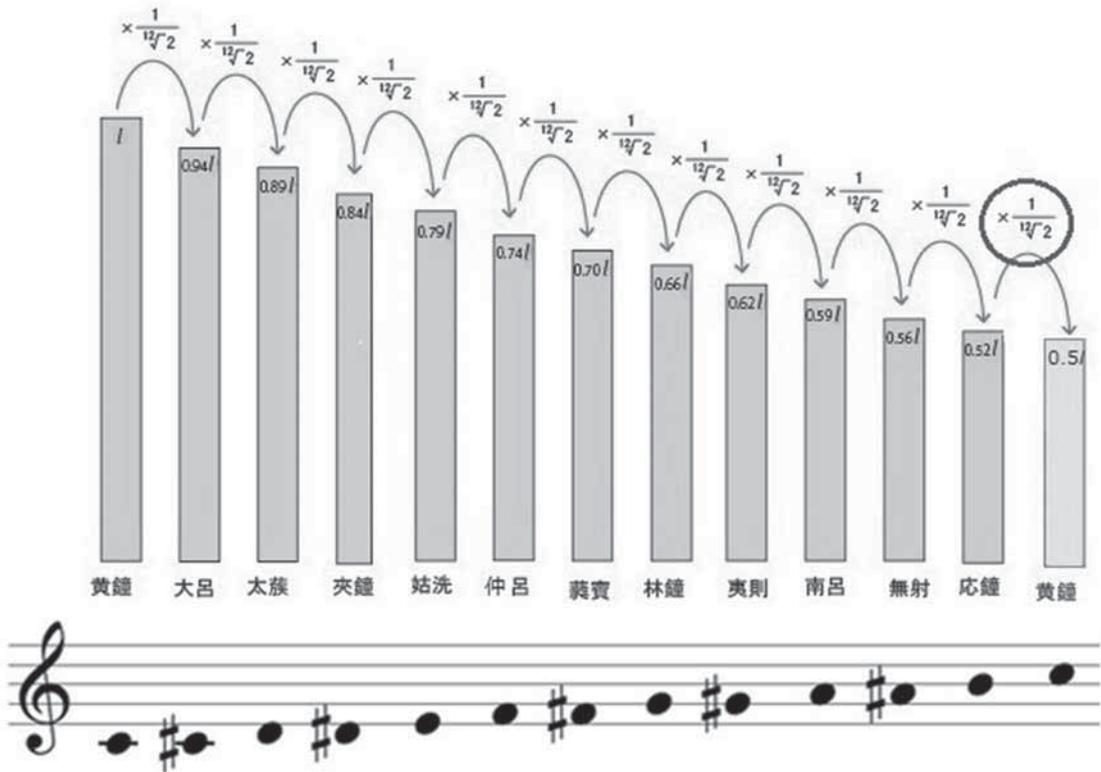


図7 十二平均律による音階の形成と「往きて復た返る」

十一月	十二月	正月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月
復	臨	泰	大壯	夬	乾	姤	遁	否	觀	剝	坤
黄鐘	大呂	太簇	夾鐘	姑洗	仲呂	蕤賓	林鐘	夷則	南呂	無射	应鐘

図8 曆・易・律の合一

は、十二月の各月に、それぞれ卦と律とを配当していき、曆と律とが易によって結びつきながら、永遠に循環する世界を作ろうとした(図8)。

また朱載堉は、律や曆は全て河図・洛書から生じたと考えた。河図は、伏羲の時代に黄河から現われた竜馬の背中に描かれていた図であり、洛書は禹王の時代に洛水から現われた神亀の背中に描かれていた図であると言われる。両者とも象数易学において重要な図で

ある(図9)。河図・洛書は、図中の黒丸と白丸を組み合わせることによって、様々な数を見いだすことができるが、朱載堉は宋代の象数易学に基づき、河図を10、洛書を9という数に代表させた。朱載堉は、この10と9という数を、音律や曆の計算に用いる数値に組み込む。たとえば、基準音を発する黄鐘律管の長さ9寸と9を関連付けたり、また、1日を100刻に分けることを10と関連付けたりした。

以上のような思想は、必ずしも朱載堉オリジナルのものではない。律と曆を、易によって関連付ける発想は、漢代以来の律曆合一思想に拠る。また、朱載堉が依拠した、河図・洛書を用いる数理的な易学は、宋代の象数易学(河洛の学)に依拠したものである。つまり朱載堉は、音律にまつわる伝統的な儒学思想を自分なりに組み合わせ、十二平均律の理論的背景として位置づけたのである。

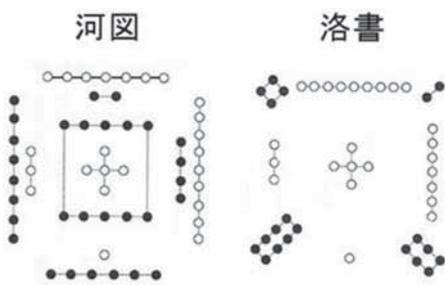


図9 河図と洛書

3. 5 十二平均律の受容

続いて、十二平均律がその後、どのように受容されたのかについて考えたい。十二平均律は朱載堉以降、江永(1681-1762)を除き、ほとんど顧みられず近代に至ったと言われている。その理由について、多くの先行研究が指摘するのは、清代の宮廷や儒者が、非常に封建的で、伝統的な三分損益法を固守しようとしたため、というものである³²⁾。ただし、清代の宮廷や儒

者が、他の時代と比べて特に封建的だったということはない。単に新しいからだめだということではなく、十二平均律を正統理論として受容「しない」、彼らなりの理由があったのではないか。

十二平均律の受容について、技術的側面に注目した先行研究もある。たとえば、鍵盤楽器が普及しなかったことや、和声よりも単旋律を重視した中国の音楽は、そもそも平均律を必要としなかったのではないかということが指摘されている³³⁾。このような指摘は、前近代中国では、音楽の実践として十二平均律が必要とされなかったのではないかという視点からなされたものであり、非常に説得力がある。

ただし筆者の考えるところ、十二平均律は技術的な問題以前に、新しい儒学の流れの中にうまく位置づけられず、結果として受容されにくくなったのではないか。その理由のひとつが、象数易学である。先述した清の江永は、音律学と、河図・洛書を中心とする象数易学とを、朱載堉以上に徹底的に関連付け、その成果を『律呂闡微』に記した。江永は朱載堉と同様に、河図・洛書から全ての音律や数理が出たと考え、河図・洛書の数をヒントに様々な図を描き起こしていき、その図の中に十二律の長さを描きこんでいった^{注24)}。朱載堉が、10と9という数を、河図・洛書を象徴するものとして、音律や暦法の計算の中に部分的に取り入れるに止めたのに対し、江永は河図・洛書の数を様々に組み合わせ、音律の計算の中に網の目のように張り巡らせた。江永は十二律の長さだけでなく、計算に用いた句股の術や等比数列など、あらゆる理論を河図・洛書と結びつけたのである。このように考えると、江永は、朱載堉の十二平均律理論が持っていた象数易学的な側面を、さらに強調して解説したと言えるだろう。

しかし、特に清代中期以降になると、この象数易学的側面が否定的に論じられるようになった。たとえば毛奇齡(1623-1716)は、象数易学と音律学は無関係であるとはっきり述べ^{注25)}、自らが発見した唐の笛譜を研究した。また凌廷堪(1757-1809)は、従来の数理的な音律研究を批判して、これまでの儒者の音律書が論じたものは海上の三神山のようなものと述べた^{注26)}。つまり、これまでの音律論は、風がなびけば消えてしまう幻のような、実体のない学問だと批判したのである。凌廷堪は、数理的音律研究を放棄し、唐代・宋代の燕楽と呼ばれるジャンルの研究に専念した。

毛奇齡や凌廷堪を高く評価したのが、近代中国の著名な思想家である梁啓超である。梁啓超は『中国近三百年学術史』で清代の様々な学術を評価するが、その中でも高く評価するのは、江永の数理的音律論ではな

く、毛奇齡や凌廷堪の音楽学であった。彼らは新しい音楽学を切り開いた、革命的精神を持つ先駆者として描かれている。

三分損益法の「往きて返らず」という問題は、十二平均律が発明され、十二律が循環してやまない「往きて復た返る」世界を獲得することで、解決された。朱載堉は、十二平均律と、同じように循環してやまない暦の世界とを、象数易学理論によって結合することで、漢代以来儒者たちが目指してきた律暦合一のひとつの理想形を実現した。清の江永は、十二平均律を構成するあらゆる理論に、河図・洛書の数理を読み込んでいき、十二平均律がもともと持っていた象数易学的な傾向をさらに強めていった。

江永は確かに「朱載堉の知音、知己」³⁴⁾であった。しかし江永が、十二平均律理論の象数易学的側面を強調すればするほど、清代中期以降、十二平均律は象数易学とともに忌避されるようになったのではないか。このように、十二平均律の誕生には、象数易学が深く関連しながらも、その象数易学こそが原因となり、新しい儒学の中で受け入れられなかったと考えられる。

3. 6 まとめ

朱載堉が十二平均律を発明した背景には、三分損益法が持っていた「往きて返らず」の矛盾を解決し、永遠に循環し続ける世界のもと、象数易学によって暦と律とを結び付ける、律暦合一思想があった。漢代以来の律暦合一思想や、宋代の象数易学である河図・洛書の学が、十二平均律の思想的基盤となっていることを考えれば、十二平均律の誕生に儒学が果たした役割は大きい。一方、十二平均律が幅広く受容されなかった原因についても、技術的な問題のほか、象数易学への忌避といった思想上の問題も大きかったのではないか。

4. 江戸時代の日本の十二平均律

遠藤 徹

4. 1 はじめに

日本では、元禄五年(1692)に刊行された中根元圭著『律原發揮』において、十二平均律の算出法がはじめて提示された^{注27)}。明の朱載堉より一世紀近く遅れるが、中根元圭は朱載堉の『律呂精義』は未だ見る機会を得られていない旨を『律原發揮』の平均律とは別のところで述べている^{注28)}ので、『律呂精義』に平均律の算法が記されていることは知らずに、独自に計算したものであると思われる。西洋の十二平均律とはもとより接点がない。その算出法も1:2のオクターヴ比にもと

づき2の12乗根 ($\sqrt[12]{2}$) を開く朱載堉や西洋の十二平均律とは異なり、1:0.5のオクターヴ比によって5分(0.5)の12乗根 ($\sqrt[12]{0.5}$) を開く独特のものであった。

中根元圭は、江戸時代中期の和算家、暦算家としてその名が知られているが、音律や漢学全般に通じた多芸の人であった。元圭は、寛文2年(1662)に近江国浅井郡(現在の滋賀県)に医者の子として生まれ、のちに京都の白山町に移った。『律原發揮』は元圭が31歳のときに、京都の梅村弥白という出版社から刊行されたものである。その後、和算家(算術家)として名をなし、晩年には第8代将軍の徳川吉宗に召されて江戸に下り、将軍の命で清の暦算書である『暦算全書』を訳したことなども知られる。

『律原發揮』は度量衡の研究書であるが、当時は漢学の影響により度量衡の基は律(音律)であると考えられていたことから、同書には、かなりの分量を割いて音律論が載せられており、平均律の算出法はその中に含まれている。

本稿では、中根元圭が算出した江戸時代の日本の十二平均律の背景や思想、算出法、受容などについて見ていきたい^{注29}。

4. 2 中根元圭による平均律算出の背景と思想

4. 2. 1 度量衡研究の必要性(儒学と医学)

天下一統がなり、幕藩体制の新しい秩序が確立し、儒学(とくに朱子学)が官学となり盛んになった江戸時代には、漢学にもとづく律と度量衡の研究が活発に行われるようになった。その先駆けとなったのが、京都の儒学者の中村惕斎(1629~1702)と中根元圭(1662~1733)であったが、両者の律度量衡研究の背景は少し異なっている。中村惕斎は、儒学者として礼楽に関心をいだき、楽を講じようとして、一千有余年の歴史をもつ宮中の雅楽に先ず注目するが、その歴史を考察するなかで、宮中の雅楽が本来の雅楽ではなく隋唐の燕楽に由来するということを知るに至る。そして古楽本来の姿を探求するべく、朱子学の集大成である性理大全に収められた『律呂新書』に注目し研究するようになった。『律呂新書』は南宋の学者で朱熹に師事した蔡元定(1135~1198)が著した楽律の研究書で、度量衡の元となる黄鐘律管や三分損益法によって求められる十二律管の精緻な数値、変律などの楽律論をはじめとして、度量衡にまで言及したものである。

『律呂新書』は日本の平安時代にあたる時代に書かれたものであるが、朱子学が盛んとなる江戸時代までは日本では研究した人はいなかった。中村惕斎は『律呂新書』を非常に重んじ、その研究書である『筆記律

呂新書』を著し、元禄十年(1697)には弟子の斎藤元成とともに訓点を加えた『修正律呂新書』を刊行する。この『律呂新書』を研究することを通じて、江戸時代の日本に音律を数理で捉える視点もたらされたと考えられるのである³⁵⁾。

中村惕斎が楽律の研究をはじめたのは1670年代であるので、1662年に生まれた中根元圭が学問を志したころにはすでに京都では『律呂新書』の研究が行われていた。しかし中根元圭が度量衡の研究に至った動機は、直接にはこのことに関わるのではなく、当時の医学と関わりが深かったようである。医者の名古屋玄医によって書かれた『律原發揮』の序文によると、医学では薬の分量を微かに誤っただけでも命にかかわってしまうにも拘わらず、当時は元や明の医学を用いているのに、日本の秤を用いるという大きなあやまりをおかしているという。そして、今、この書が世に出て、(度量衡の誤りから生ずる)民の害を除くことができれば、それは「仁道」となると記す。名古屋玄医は古医方という後漢の張仲景の医方への回帰を唱えた医者である。古文献に記された薬の分量などを正確に把握するためには、度量衡の変遷に熟知しなければならない。そこで医学の世界では、儒学者以上に、切実な問題として度量衡への関心が高まりをみせていたと思われるのである。医者の子として生まれた中根元圭は、こうした文脈で度量衡研究へ足を踏み入れたと思われる。

医学の世界で、当初注目された度量衡の研究書は、明の張介賓(1563~1640)が著した『類経附翼』であった。『類経附翼』は、医学書の体系である『類経』に附属したもので、「律原」と題する度量衡を扱った巻が含まれていた。先に触れたように中国では伝統的に度量衡の本は律(音律)と考えられていたので、『類経附翼』でも律と度量衡が同一に論じられているのである。

しかし、張介賓は音律や算術に詳しくなく、『類経附翼』の音律論は、かなり粗い記述になっていた。そのため、算術に長けた中根元圭は『律原發揮』の随所で『類経附翼』に対する不満を述べ、自身で計算をやり直すとともに、音律の部分では『律呂新書』をも参照することになる。このように元圭は、度量衡を研究する過程で『律呂新書』にたどりついたと思われる。

4. 2. 2 『律呂新書』を通じた三分損益「往不返」の数理的理解

周知のとおり三分損益法ではピタゴラス音律と同様に十三番目の音は最初の音のオクターヴ上の音と一致しないが、江戸時代になるまでこのことは特に問題に

はなっていなかった。たしかに日本でも古くより三分損益法は知られており、中世までの楽書や声明書にも記載が見られる。しかし、楽家の安倍季尚が元禄三年(1690)に著した『楽家録』巻三十五「本朝律管」において、「本邦、律管を載るに、中華の法に拠らず、三分損益及び管長圍径の法を用うること無し、惟(た)だ、古来伝うる所の律声を摸すのみ(日本では律管を作るときに、中国の方法には拠らず、三分損益等の方法を用いることはない、ただ古来伝えられてきた音律を摸すだけである)」と律管の作成法を記しているように、実際には十二律管のピッチは、三分損益法を意識することなく、古来の音律(おそらくは奈良時代に定められたもの)を、耳で確認しながら受け継いできたものと思われる。中国のような王朝交替の無い日本では、古代国家以来、度量衡や楽律の制度を変えることがなく、音律を考え直す機会も必要もなかったからであろう。

また実用される十二律のピッチは、幅のあるもので、鎌倉時代の藤原孝道著『残夜抄』に「黄鐘林鐘大簇(中略)中呂とめぐりて、中呂から黄鐘へはかえるなり」と記されているように、十二律は循環するという理解が主流を占めていた^{注30}。実際の楽曲は五声や七声でできているし、遠隔調へ転調するような音楽もなく、十二律のすべてを使用する曲や楽器もないので、西洋のように実用上の問題が生じる契機もなかったと思われるのである。

しかし『律呂新書』には黄鐘を十七万七千四百四十七という大きな数値で表す^{注31}のをはじめとして、三分損益法によって得られる十二律の相互関係が正確な数値で示されている【表4】。そして『律呂新書』を研

表4 『律呂新書』に示された十二律の数値

十二律	十二律之実	相生順位
黄鐘	177,147	1
大呂	165,888	8
太簇	157,464	3
夾鐘	147,456	10
姑洗	139,968	5
仲呂	130,012	12
蕤賓	124,416	7
林鐘	118,098	2
夷則	110,592	9
南呂	104,976	4
無射	98,304	11
応鐘	93,312	6

(※『律呂新書』では相生順に示されているが、ここでは音高順に並べ替えた。)

究することによって、三分損益法の「往不返(往きて返らず)」が数理的に理解されるようになった。

このように中根元圭は当時の医学界における現実的な必要性から度量衡の研究を志ざし、度量衡の元としての音律の研究に至り、音律を算術で数理的に理解する過程で、三分損益法に内在する問題点に気がつき、算術を駆使して平均律を算出することになったと見られるのである。なお、元圭は暦の研究も別途行っていたが、音律は専ら算術の問題と捉えており、朱載堉のように暦と律を関連させる思想はなかった^{注32}。

4. 3 中根元圭の平均律の算出法

中根元圭の平均律の算出法は『律原發揮』の「上下相生論」という章で提示される。歴史的な発明であるが、僅か三丁に満たない分量で簡潔に記されている。「上下相生論」は「璋按」にはじまり、先ずはこの章全体が元圭(璋)の考えによることが示される。そして元圭は先ず、上生(完全四度下)するべきところを下生(完全五度上)すれば半声(オクターヴ上)が得られ、逆に下生(完全五度上)するべきところを上生(完全四度下)すれば倍声(オクターヴ下)の音を得られることを記し、全律と半律(全律のオクターヴ上の律)が同じ音であることを確認する。

次に、「試みに空罍平均の者二管を載りて、其の短管は長管の半のごとくして(假令(たとえば)長管四寸、短管二寸の類)、これを吹いて其(そ)の音を考えるに、高下有りと雖も、皆一律に帰す。然るに三分損益の法に依れば、則ち仲呂を三分して一を益し、また黄鐘を上生す、古に謂うところの変律とはこれなり。此れ仲呂より生じ来たる黄鐘は長九寸八分六厘九毫有奇にして、本原の黄鐘と微(かす)かに同じからず、其の長、同じからざること、倍半の外にあるときは、則ち其の音、何ぞ同じことを得んや」と述べ、試みに長さが2対1の関係にある二つの律管を作製して、吹いてみると音高は高下(オクターヴ)の違いはあっても同じになるが、三分損益で十二番目の仲呂から三分益一して求めた黄鐘は変律(蔡元定『律呂新書』で示された律)であり、元の黄鐘と微かに異なってしまう、二つの長さが倍半(つまり2対1)の関係になっていなければ、その音(オクターヴ音)は同じではない、と、『律呂新書』等が問題にしてきた三分損益の「往不返」について、詳しく述べる。

さらに「且つ各管の衰法を視るに、大呂、夾鐘、仲呂、夷則、無射の五管は、各前管の二千一百八十七分の二千零四十八なり、太簇、姑洗、蕤賓、林鐘、南呂、応鐘に六管は、各前管の二百五十六分の二百四十三な

り、此の如く、衰法齊（ととの）はざるときは、則ち音声の次序、豈（あ）に平均なるを得んや」と、三分損益で得られる十二律では隣り合う二つの律の比率が $2048 / 2187$ と $243 / 256$ の二様できてしまうことを記し、比率が同じでなければ、順番に鳴らすときには、平均にならないとする。このことを表で示すと【表5】のようになる。

表5

	黄鐘を1としたときの長さ	前の律との関係	
黄鐘	1		
		$2048 / 2187$	大
大呂	$2048 / 2187$		
		$243 / 256$	小
太簇	$8 / 9$		
		$2048 / 2187$	大
夾鐘	$16384 / 19683$		
		$243 / 256$	小
姑洗	$64 / 81$		
		$2048 / 2187$	大
仲呂	$131072 / 177147$		
		$243 / 256$	小
蕤賓	$512 / 729$		
		$243 / 256$	小
林鐘	$2 / 3$		
		$2048 / 2187$	大
夷則	$4096 / 6561$		
		$243 / 256$	小
南呂	$16 / 27$		
		$2048 / 2187$	大
無射	$32768 / 59049$		
		$243 / 256$	小
応鐘	$128 / 243$		

すなわちここで中根元圭は三分損益法で得られる十二律について以下の二つの問題点を発見する。

- ① 仲呂から三分損一して得られる黄鐘は、黄鐘変律であって、黄鐘の半律（オクターヴ上の音）とは一致しない。
- ② 隣りあう二つの律の音程が二種ある。

①は「三分損益、往而不返」として『律呂新書』に明記されているものの確認に止まるが、②は『律呂新書』などには見られないので、いかにも和算家らしい視点といえるかも知れない。

そして「璋、これを齊（ひと）しからしめんことを

欲して、朝に思い、夕に慮（おもんばか）る、創りてこれが法をなす」と、何とか「平均」にできないものか朝な夕な考え続け、ついに新しい方法を考えついたと述べる。

その方法とは、「一〈全律也〉を置いて、これを折半して五分〈半律也〉得、実と為す、一十一乗方にこれを開き、一律衰法九分四厘三毫八糸七忽四三一二六八余を得る、これ次律を生ずるの法なり」と、全律を「一」、オクターヴ上の半律を「五分」とし、五分（0.5）の十二乗根を求め、九分四厘三毫八糸七忽四三一二六八余（0.94387431268余）を得て、これを乗じて（掛けて）次の律を求めていく、とするものである。この数値ですべての律を求めることも理論上は可能であるが、桁は果てしなく続くので、これを途中で四捨五入等を行って求めていくと次第にずれが大きくなってしまふことを考慮したためか、あるいは黄鐘が基準音であることを考慮したためか、次に、十二律すべてについて黄鐘から直に求める方法も合わせて記す。まとめると【表6】のようになる。表では『律原發揮』の記載に現代の数式を加えた。なお『律原發揮』では累乗などの数え方が現代とは異なるので、1を加えることになる。

表6

	律原發揮	現代の数式	
黄鐘			
大呂	11乗方に開く	$\sqrt[12]{0.5}$	一律衰法
太簇	5乗方に開く	$\sqrt[6]{0.5}$	二律衰法
夾鐘	3乗方に開く	$\sqrt[4]{0.5}$	三律衰法
姑洗	立方に開く	$\sqrt[3]{0.5}$	四律衰法
仲呂	4たび自乗して11乗方に開く	$\sqrt[12]{0.5^5}$	五律衰法
蕤賓	平方に開く	$\sqrt[2]{0.5}$	六律衰法
林鐘	6たび自乗して11乗方に開く	$\sqrt[12]{0.5^7}$	七律衰法
夷則	自乗して立方に開く	$\sqrt[3]{0.5^2}$	八律衰法
南呂	再び自乗して3乗方に開く	$\sqrt[4]{0.5^3}$	九律衰法
無射	4たび自乗して5乗方に開く	$\sqrt[6]{0.5^5}$	十律衰法
応鐘	10たび自乗して11乗方に開く	$\sqrt[12]{0.5^{11}}$	十一律衰法

中根元圭は続けて、漢の京房の六十律についても、同様の計算法で平均律が求められることを【表7】のように示す。包育、執始は京房の六十律の名称で、執始以下は『律原發揮』では名称は記されていない。また九律以降は「九律より以往、此に倣（なら）へ」として省略している。

そして最後に「幾律といえども、当に此法に依りてこれを製すべし」と、何律であっても、この方法で平

表7

	律原発揮	現代の数式	
黄鐘			
包育	59乗方に開く	$\sqrt[60]{0.5}$	一律衰法
執始	29乗方に開く	$\sqrt[30]{0.5}$	二律衰法
	19乗方に開く	$\sqrt[20]{0.5}$	三律衰法
	14乗方に開く	$\sqrt[15]{0.5}$	四律衰法
	11乗方に開く	$\sqrt[12]{0.5}$	五律衰法
	9乗方に開く	$\sqrt[10]{0.5}$	六律衰法
	6たび自乗して59乗方に開く	$\sqrt[60]{0.5^7}$	七律衰法
	自乗して14乗方に開く	$\sqrt[15]{0.5^2}$	八律衰法

均律を作ることができるとする。六十律については実際の数値は示していないが、これは和算家が好んだいわゆる遺題であろうか。

4. 4 平均律を求めたもう一人の和算家

当時平均律の算出を志したのは、中根元圭のみではなかった。弘前藩の和算家、田中佳政(?~1723)も享保二年(1717)に刊行した『数学端記』巻五において、『律呂新書』の「往不返」について引用し、「按ずるに、予未だ律を学ばざると雖も、然(しか)も其の数の自然に出て、易(か)うべからざるものを覚(おぼ)う故に、疎意(そい)を書き、且つ挨次(あいじ)の算法を附して、以て諸生に視(し)めすのみ」^{注33}と、自身は音律を学んでいないが音律は数に拠るから挨次(順次)の算法で計算して示しておくとして述べ、「凡律呂挨次之差、或二百五十六分之二百四十三、或二千一百八十七分之二千四十八、之を齊(ひと)しからしめんと欲せば、則ち九六の数を立て、定等篇の法を以て之を求むれば、則ち皆これを得るべし」と、元圭と同様に(三分損益法によれば)隣接する二つの律の音程が243/256と2187/2048の二つできてしまうことを述べた上で、これを齊(ひと)しくするためには、九、六の数を立てて定等法(累乗根を開く法)で求めていけばよいと平均律の計算法を記している。但し、九(黄鐘)、六(林鐘)すなわち完全5度音程の平方根からはじめるのでは十二平均律は求められないので、これは未完成と言わざるを得ないであろう。

当時の和算家で平均律の算出法を提示した例は、この二例しか知られていない^{注34}が、両者がともに『律呂新書』を通じて音律を数理的に捉えたことから、三分損益法の問題点(殊に隣接する二律の音程が二種できてしまうという問題)に辿り着いた事実は注目に値する。別個になされたこの二つの例から、江戸時代の日本の十二平均律の算出は、三分損益法に内在する問

題点を数理的に理解したこと(言い換えれば音律が算術の問題になったこと)と、和算の冪(累乗)根の計算法の発達が重なったところで生まれたと説明できるからである。しかし、それは音楽の実際の要求から生じたものではなかったため、数理上の問題にとどまり、中根元圭の意図はともかくも、当時の実際の音楽につながることはなかった。

4. 5 平均律の受容 荻生徂徠を例に

最後に平均律は当時どのように受け取られたか、荻生徂徠(1666~1728)を例にみておきたい。荻生徂徠は古文辞を唱えた江戸の儒学者である。楽や楽律にも関心が深く、『楽律考』を著したり、七弦琴の楽譜の研究を行ったりなどもしている人物である。荻生徂徠は中根元圭とも親交があった。また晩年には徳川吉宗の命により朱載堉の『楽律全書』(平均律を載せた『律呂精義』を含む)の校閲を行ったことも知られる。そのため荻生徂徠は中根元圭と朱載堉の平均律をほぼ同時期に知ることになった。そして荻生徂徠はそれらについて『楽律ノ考』で次のように述べている。

「黄鐘ヨリ外ノ十一律ヲ生スルニハ、三分損益ト云テ、アラク法ヲ立置キ、微細ナル処ヲハ、耳ニテ聞セタルコトナリシアルニ、朱載堉モ上右衛門(中根元圭)モ、算数自慢ナルユヘ、却テ此処ニ暗ク己ガ算数ノ微細ヲ顕サントテ古来ヨリ伝ヘタル三分損益ノ法ヲ破リテ黄鐘ヨリ外ノ十一律ヲ生スル」^{注35}「毫厘忽忽ノ違ハ目モ及バズ、小刀モト、カヌコトナレハ、畢竟口ニ云タルマデニテ無用ノ空談ナリ」^{注35}

すなわち、徂徠は三分損益法というのはおおよそを定めるためのものであり、実際の音律は耳で合わせるものであり、朱載堉も中根元圭も算数自慢のため音楽の実践には暗く、単に算数の微細を顕そうとして三分損益を破る方法を示したもので、律管の作成にそこまで細かい数値は無用であるので、無用の空談に止まると評す。

もっとも、荻生徂徠は平均律自体を否定したのではないようで、自身の著した『楽律考』には十二律の数値は平均律で記している^{注36}。おそらく徂徠にとっては、平均律も三分損益もともに数理上の問題であるから、どちらでも良いというのが本音だったのではなかろうか。そのためか、徂徠の弟子の太宰春台の著した『律呂通考』になると、儒学者が伝統的に慣れ親しんできた三分損益法に戻ってしまうのである。

4. 6 おわりに

江戸時代の日本の平均律は、西洋のように実践上の

要求から生じたものではなく、また中国のように律暦を合一させる思想によったものでもなく、音律と算術が結びついたことを背景に、和算家が三分損益法の「往不返」の解消のみならず、十二律の音程を文字通り「平均」にするために、当時の算術を駆使して算出したものであった。

そのため中国のように思想上の問題として後代に議論を呼ぶことはなく、西洋のように音楽の実践と結びつくこともなかった。そして、そもそも三分損益法自体が日本では実際の音楽で常に意識されているものではなかったこともあり、三分損益法の問題を解消するために算出した十二平均律も、結局は一部の和算家による特殊な試みにとどまったのである。

但し、ここで注意しておきたいことは、結果として西洋のように音楽の実践に結びつくことはなかったとはいえ、中根元圭も朱載堉と同様に、単なる机上の理論として提起したのではなく、平均律が実際の音楽で採用されることを願っていた可能性は否定できないことである^{注37}。この点は今後の課題と考えている。もっとも、江戸時代の日本も明代の中国と同様に、仮に実践を試みたとしても、当時通行している楽器の構造上、正確な十二平均律が実現できたかどうかは大いに疑問であり、当時十二平均律の正確な音律を実際に耳で聴いたものは、いなかったと思われる。

5. まとめ

ヨーロッパ、中国、日本において、奇しくもほぼ同時期に2の12乗根を基礎に据える形での十二等分平均律が登場したが、その背景は様々である。ヨーロッパの平均律は、音楽実践そのものとの深い関わりの中で、よりよい響きを得るためのひとつの解決策として、数学者によって提示されたものだった。それに対し、中国では儒学における律暦合一の思想のもとで、「往きて返る」十二平均律が三分損益の抱える矛盾を解決するものと捉えられた。一方日本においては、度量衡研究の延長線上に楽律を数理で捉える視点が生まれ、三分損益で得られる音程の大小を文字通り平均にするため、和算家が算出したのが十二平均律の数値だった。それぞれの場所で起こった十二平均律は、実践を意識したヨーロッパにおいてすら、音楽実践の場ですぐに利用されることはなかった。その理由は様々で、それぞれの地域における音楽のあり方を考える上で、非常に興味深い問題に繋がるとも考えられるが、ひとつ共通するのは彼らの提示した微細な数値は、決して実用性の高いものではなかったという点である。精密な十

二平均律の実現そのものが簡単ではなかったことは、これまでの日本における十二平均律の利用のあり方からも明らかである。技術の飛躍的進歩のもと、どのような音律であっても簡単に実現できる現状で、私たちは音楽の響きをどのように受け止めているのか、そして実際に私たちが耳にしている響きはどのようなものなのか、十二平均律の問題を通してさらに考えていくことが可能だろう。

なお、本研究は2014年11月9日に行われた日本音楽学会第65回全国大会でのパネル発表に基づき、新たに書き起こしたものである。

注

- 注1 括弧内のセント値は田邊の測定による値。
- 注2 小泉の民族音楽ゼミナールでは、採譜はゼミ生で検討し精査されていた。つまり、採譜の正確さ、あるいは客観性は、複数の合意で担保されていたといえる。
- 注3 筆者が担当する授業で、被験者には事前に了解を得た上で行った。グループAは2014年10月7日に、グループBは2014年10月20日に行った。
- 注4 比較に使った音源は下記のサイトのものである。
初音ミク バッハ平均律2-9番 BWV878 よりフーガ (Kyrie) 平均律
<http://www.youtube.com/watch?v=L1Ngl2P2TSg>
初音ミク バッハ平均律2-9番 BWV878 よりフーガ (Kyrie) ミーントーン
<http://www.youtube.com/watch?v=kru62az1a2E>
- 注5 括弧内の用語は、回答者が日頃行っている音楽活動の内容である。いずれも、プロを目指しているのではなく、サークル活動等で趣味としてやっているものである。
- 注6 括弧内の用語は、回答者が専攻する音楽の種目である。
- 注7 フランキヌス・ガッフリュウス Franchinus Gaffurius (1451-1522) は、『音楽理論 *Theorica musicae*』(1492) 第8章で協和音程の発見と音程比について、ピタゴラス伝説に基づきながら槌の重さの数比関係等を引き合いに出して説明し、この図版を添えている。
- 注8 ピタゴラスの音程比から得られる半音は譜例2にも示したように256:243の比によって表される。この半音を2つ重ねても、全音の数比である9:8に満たない。
- 注9 図版はロバート・フラッド Robert Fludd (1574-1637) の『自然の模倣、もしくは大宇宙の技の探求 *De Naturae Simia seu Technica macrocosmi historia*』(1624) 第2部第3章に見られる協和音程の説明に添えられたモノコルド。神秘主義的思想に傾倒し、当時の幅広い知識に通じていたフラッドは、音楽に現れる調和と世界の普遍的調和と

- を関連づけて考える古来の見方を引き継ぎ、世界の調和を図示するにあたり、モノコルド分割と惑星の配置とを重ね合わせる例も見られる（1621年の『ふたつの宇宙 *Utriusque Cosmi*』など）。音程比と宇宙を関連づける考え方は、中国の楽律との比較の点からも非常に興味深い問題である。同時期の科学者ヨハネス・ケプラー Johannes Kepler（1571-1630）も音楽における調和との関係から天体論を展開したが、フラッドのある種魔術的思想とは立場を異にし、激しく論を戦わせている。
- 注10 3:2の5度を12回重ねたことで得られる音は、オクターヴ関係にある音よりも531441:524288の比によって表される分だけ高くなる。この差はセント値で表すと約23.46セントとなる。
- 注11 半音関係の鍵盤を備えた楽器のチューニングにあたっては、たとえばG#音とE♭音の間に狭い5度を設定する方法がとられたことが推測される。通常の7音音階の単旋律の旋律においては表面化することのない音程関係となる。
- 注12 彼の著作『実践的音楽 *Musica practica*』（1498）のモノコルド表記などにこの見方が示される。
- 注13 アーロンによる『音楽について *Thoscanello de la musica*』（1523）は純正3度を含んだ1/4コンマ中全音律の考え方が示された最初期のものとされる。ザルリーノは『音楽論 *Le istituioni harmoniche*』（1558）において2/7コンマ中全音律のあり方を論じている。
- 注14 『古い音楽と新しい音楽についての対話 *Dialogo della musica antica e della moderna*』（1581）に示されている。
- 注15 西洋の数学において、十進法での小数の考え方を初めて提唱したことで知られる。
- 注16 メルセンヌは、 $n \leq 257$ において $2^n - 1$ が素数になる数について論じており、ここから $2^n - 1$ の形で表される自然数はメルセンヌ数、中でも特にこれが素数の場合にはメルセンヌ素数と呼ばれる。
- 注17 象数易学とは、易学の中でも、特に卦のかたちと、易学が持つ数理に注目して解釈し、思想的営為を行う学問を指す。
- 注18 朱載堉の生平や業績についての包括的な研究としては、戴念祖『朱載堉——明代的科学和艺术巨星』（人民出版社，1986年）、『天潢真人 朱載堉』（大象出版社，2008年）がある。
- 注19 Joseph Needham, *Science and civilisation in China*, volume4 part1, *physics and physical technology*, Cambridge: Cambridge University Press, 1962における、平均律西漸説は、その後の朱載堉研究に絶大な影響を与えた。ニーダムは、平均律理論の記された『律学新説』の成立を1584年とし、当時、マテオ・リッチが中国へ入り、その後、暦法の修正に関わったことをふまえば、リッチは朱載堉の暦法著作を読んでいた可能性があると指摘する。中国において律学と暦学は密接不可分であるため、暦を理解するためには、律管の理論に精通することが求められる（pp.226-227）。リッチなど宣教師から、朱載堉の理論に関する情報がヨーロッパにもたらされたというわけである。また、十二平均律の計算を行ったステヴィンは帆走車の発明者でもあるが、帆走車の着想は中国からヨーロッパに伝わったとされており、平均律も諸々の発明とともに、中国からヨーロッパへ伝わっていった可能性が高いのではないかと指摘する（pp.227-228）。
- 注20 中国音律学の科学的側面に注目し、その変遷を詳細に論じながら、朱載堉の平均律を位置づけたものとして、川原秀城「中国声律小史」（山田慶児編『新発見中国科学史資料の研究』，pp.463-504，1985年）がある。
- 注21 堀池信夫は、音律学を儒教と関連づけながら論じ、朱載堉の平均律を「儒教の伝統の中において形成された、純中国産の一大成果」と述べる（『中国音律学の展開と儒教』、『中国——社会と文化』6，p.139，1991年）。
- 注22 吾妻重二『朱子学の新研究』（創文社，2004年）の中で朱載堉が紹介されている（pp.377-379）。
- 注23 律管を用いて計算をする際、厳密に言えば管口補正が必要となる。
- 注24 例えば江永は「方円相函列律図」という図を描き、この図こそが十二平均律の正しさを証明する根拠となると考えた。戴念祖『天潢真人 朱載堉』，p.303及び田中有紀『中国の音楽論と平均律——儒教における楽の思想』（風響社，2014年）pp.41-42を参照。
- 注25 「楽には五声があるとは、音に五種あると言うだけのことである。宮と言ひ商と言ひのは、音の違いに基いて、無理やり名付けて目印としただけである。…（五声を）五行に分配し、五時をまじえ、五情・五気・五土・五位・五色をかわるがわる合わせることに至っては、神妙で珍しく奥深くて、その説を聞けば、高く抜きんでて素晴らしく聞こえるが、いくらそれを極めても、音律のこととは全く関係がない（楽之有五声，亦言其声有五耳。其名曰宮，曰商，亦就其声之不同，而強名之作表識耳。…至有分配五行，旁參五事，間合五情・五気・五土・五位・五色，神奇窈眇，聆其説，非不卓然可聽，而究之与声律之事，絶不相関）』、『竟山樂録』卷一，景印文淵閣四庫全書第二二〇冊，經部樂類，p.293下。
- 注26 「音律に関する諸々の書のごとくは、言葉は理を成しているといっても、そのわけを探求するに及んでは、みな海上の三つの神山のように、ただ望み見るだけで、風でなびけばまた遠くなるのだ（若樂律諸書，雖言之成理，及深求其故，皆如海上三神山，但望見焉，風引之則又遠

矣)「与阮伯元侍郎論樂書」,『校礼堂文集』卷二五,書四,中華書局,pp.223-224,1998年。

注27 『律原發揮』は筆者の所蔵する版本による。『律原發揮』の活字翻刻には、滝本誠一編『日本經濟叢書 卷二』(日本經濟叢書刊行会,1914年),影印には江崎公子編集『音楽基礎研究文献集 第一卷 律原發揮/音律入門 他三点』(大空社,1990年)がある。なお,本稿では『律原發揮』の引用は読み下して示す。

注28 「黄鐘律管之図」のところで「璋未だ曾て律呂精義を見ざると雖も(以下略)」と述べている。

注29 中根元圭の音律論については、拙稿「中根元圭著「律原發揮」の音律論に関する覚え書き」(『東京学芸大学紀要 芸術・スポーツ科学系』66集,pp.98-83,2014年)で検討した。本稿は前稿に抛りつつ,平均律の問題に特化し,周辺の状況を含めて再考したものである。なお本稿は,日本學術振興会科学研究費「近世日本における楽律学の展開に関する基礎的研究」による成果の一端である。

注30 中世までの楽理研究に大きな影響を与えた,唐の則天武后撰『樂書要録』「律呂旋宮法」の末尾に「右,十二宮は中呂に尽き,中呂,黄鐘を生じ,又黄鐘起き,終わりにて復た始まる。」と,十二律にもとづく旋宮法という調の体系が循環する旨が記されていたことも影響したと思われる。

注31 $2/3$ と $4/3$ を交互に掛けていくので,十二律のすべてを整数で表すためには,最初の音律を3の11乗の177,147にしておく必要がある。

注32 本稿では触れないが,『律原發揮』の音律研究のもう一つの柱は俗楽音階に関するものであり,中根元圭は音楽には当初より深い関心があったとみられる。

注33 『数学端記』は謄写版(古典数学書院,1937年)による。引用は読み下して示した。

注34 平均律の数値を示した江戸期の文献は,これら以外に著者不明の「旋宮図解」があるが,同書には数値の計算法は記されていない。

注35 「楽律ノ考」は『国立公文書館内閣文庫所蔵 名家叢書下』(関西大学出版部,1982年)による。

注36 但し,その数値は『律原發揮』『律呂精義』のいずれによるものでもなく,李之藻『頓宮礼楽疏』によったものらしい(山寺美紀子氏示教)。

注37 新井白石と安積澹泊との間の往復書簡を集成した『新安手簡附録』によると中根元圭はかつて,日本の律学を取り立ててもらおうべく,辻伯耆(辻近寛か)とともに鷲尾殿にはたらきかけたことがあったという。この話は『律原發揮』を著す以前のことであるが,ここから元圭が机上の論として律学を追求していたのではないことがうかがわれる。

引用文献

- 1) 西原稔,安生健『アインシュタインとヴァイオリン:音楽の中の科学』東京:ヤマハミュージックメディア,2014年,pp.255-256。
- 2) 藤枝守『響きの考古学—音律の世界史』東京:音楽之友社,1998年,p.117。
- 3) 西原・安生,前掲書,pp.257-258。
- 4) 藤枝,前掲書,p.121。
- 5) 岩田通徳編「音律入門」江崎公子編『音楽基礎研究文献集 第1巻』東京:大空社,1878=1990年,pp.1-2(引用本に通しの頁数の記載なし,原本は全32頁)。
- 6) 田邊尚雄『最近科學上より見たる音楽の原理』東京:内田老鶴圃,1916年,p.309。
- 7) 田邊,前掲書,p.365。
- 8) 田邊,前掲書,pp.364-365。
- 9) 田邊,前掲書,p.364。
- 10) 田邊,前掲書,p.365。
- 11) 伊庭孝『日本音楽概論』東京:厚生閣書店,1928年,p.18。
- 12) 町田嘉章「民謡の採譜について」『文学』20,1952年,p.799。
- 13) 藤井清水「日本旋律學入門」北原鐵雄編『アルス音楽大講座 第3巻作曲篇I 作曲の基礎』東京:アルス,1936年,pp.342-352。
- 14) 町田,前掲書,pp.798-799。
- 15) 町田,前掲書,p.799。
- 16) 小泉文夫『日本傳統音楽の研究1』東京:音楽之友社,1958年,p.69。
- 17) 小泉,前掲書,p.25。
- 18) 小泉,前掲書,p.25。
- 19) 小泉,前掲書,p.25。
- 20) 小泉,前掲書,p.25。
- 21) 小泉,前掲書,p.242。
- 22) 西原・安生,前掲書,p.259。
- 23) 小泉,前掲書,p.25。
- 24) 平島達司『増補ゼロ・ビートの再発見—平均律への疑問と古典音律をめぐって』東京:東京音楽社,1983年,pp.172-173。
- 25) 平島達司,谷村晃,松本ミサヲ他『翔んでる音楽教育 とんでもない音楽教育』東京:東京音楽社,1986年。
- 26) 平島達司,谷村晃,松本ミサヲ他,前掲書,pp.133-134。
- 27) 平島達司,谷村晃,松本ミサヲ他,前掲書,p.215。
- 28) Gene Jinsiong Cho, *The Discovery of Musical Equal Temperament in China and Europe in the Sixteenth Century*, New York: The Edwin Mellen Press, 2003.
- 29) 劉復「十二等律的發明者朱載堉」,『慶祝蔡元培先生六十五

- 歳論文集』, 国立中央研究院歴史語言研究所集刊外編第一種, 1933年, pp.279-310。
- 30) 楊蔭瀏「平均律算解—律呂攷之一—」, 『燕京學報』21, 北京, 1937年, pp.1-60。
- 31) 川原秀城「中国声律小史」, 『新發現中国科学史資料の研究』, 京都大学人文科学研究所, 1985年, pp.489-492。
- 32) 戴念祖『天潢真人 朱載堉』, 第一版, 鄭州: 大象出版社, 2008年, pp.290-300。
- 33) 洛秦「朱載堉十二平均律命運的思考」, 『中国音楽学』, 1987年第一期, pp.87-88。
- 34) 戴念祖『天潢真人 朱載堉』, 第一版, 鄭州: 大象出版社, p.300。
- 35) 遠藤徹「中村楊斎と近世日本の楽律学をめぐる試論」『国立歴史民俗博物館研究報告』183号, 2014年, pp.245-261。

参考文献

【史料】

- 安倍季尚 『楽家録』, 覆刻日本古典全集, 現代思潮社。
- 荻生徂徠 『楽律ノ考』, 国立公文書館内閣文庫所蔵名家叢書下, 関西大学出版部。
- 蔡元定 1697 『律呂新書』, 柏原屋佐兵衛, 元禄10年刊。
- 田中佳政 『数学端記』, 古典数学書院謄写版。
- 中根元圭 1692 『律原發揮』, 梅村弥白。
- 藤原孝道『残夜抄』, 群書類従第十九輯管絃部, 続群書類従完成会。
- 江永『律呂闡微』, 景印文淵閣四庫全書第二二〇冊, 経部楽類。
- 朱載堉『楽律全書』, 北京図書館古籍珍本叢刊, 明万曆鄭藩刊本影印, 書目文獻出版社。
- 張介賓『類経附翼律原』, 経絡治療学会編復刻版。
- 毛奇齡『竟山楽録』, 景印文淵閣四庫全書第二二〇冊, 経部楽類。
- 梁啓超 2006 『中国近三百年学術史』, 上海三聯書店。
- 凌廷堪 1998 『校礼堂文集』, 中華書局。
- Marin Mersenne 1636 *Harmonie universelle: contenant la théorie et la pratique de la musique*. Paris, (Édition facsimilé de l'exemplaire conservé à la Bibliothèque des arts et métiers et annoté par l'auteur, Paris: Centre national de la recherche scientifique, 1965) .

【資料】

- 吾妻重二 2004 『朱子学の新研究』, 第一版, 東京: 創文社。
- アリストクセノス, プトレマイオス 2008『古代音楽論集』山本建郎訳, 京都: 京都大学学術出版会。
- 伊庭孝 1928 『日本音楽概論』東京: 厚生閣書店。
- 岩田通徳編 1878=1990 『音律入門』江崎公子編『音楽基礎研

- 究文献集 第1巻』東京: 大空社, pp.110-144 (引用本に通しの頁数の記載なし, 原本は全32頁)。
- ウォーカー, D. P. 2004 『ルネサンスの魔術思想』田口清一訳, ちくま学芸文庫, 東京: 筑摩書房。
- 遠藤徹 2014 「中村楊斎と近世日本の楽律学をめぐる試論」『国立歴史民俗博物館研究報告』183号, pp.245-261。
- 遠藤徹 2014 「中根元圭著「律原發揮」の音律論に関する覚え書き」『東京学芸大学紀要芸術・スポーツ科学系』66集, pp.98-83。
- 川原秀城 1995 「律曆淵源と河図洛書」, 『中国研究集刊』列号, pp.1-21。
- 小泉文夫 1958 『日本傳統音楽の研究1』東京: 音楽之友社。
- 桜井進, 坂口博樹 2011 『音楽と数学の交差』, 東京: 大月書店。
- 錢宝琮編・川原秀城訳 1990 『中国数学史』, 第一版, 東京: みすず書房。
- 田中有紀 2012 「朱載堉の律曆合一思想」, 『中国——社会と文化』27, pp.143-160。
- 田中有紀 2014 『中国の音楽論と平均律 儒教における楽の思想』, 第一版, 東京: 風響社。
- 田邊尚雄 1916 『最近科學上より見たる音楽の原理』東京: 内田老鶴圃。
- 田邊尚雄 1951 『音楽音響学』, 第一版, 東京: 音楽之友社。
- グランベール, ジャン・ル・ロン 2012 『ラモー氏の原理に基づく音楽理論と実践の基礎』片山千佳子, 安川智子, 関本菜穂子訳, 東京: 春秋社。
- 千葉優子 2007 『ドレミを選んだ日本人』東京: 音楽之友社。
- 東川清一 2013 『音律論 ソルミゼーションの研究』東京: 春秋社。
- 西原稔, 安生健 2014 『アインシュタインとヴァイオリン: 音楽の中の科学』東京: ヤマハミュージックメディア。
- 平島達司 1983 『増補ゼロ・ビートの再発見—平均律への疑問と古典音律をめぐる試論』東京: 東京音楽社。
- 平島達司, 谷村晃, 松本ミサヲ他 1986 『翔んでる音楽教育とんでもない音楽教育』東京: 東京音楽社。
- 平島達司 2004 (復刻版) 『ゼロ・ビートの再発見 技法編「古典音律」の解釈と実践のテクニック』東京: ショパン。
- 藤井清水 1936 「日本旋律學入門」北原鐵雄編『アルス音楽大講座 第3巻作曲篇I 作曲の基礎』東京: アルス, pp.323-359。
- 藤枝守 1998 『響きの考古学—音律の世界史』東京: 音楽之友社。
- プレトリウス, ミヒャエル 2000 『音楽大全II 楽器志』郡司すみ訳・注, 東京: エイデル研究所。
- 堀池信夫 1991 「中国音律学の展開と儒教」, 『中国——社会と文化』6, pp.114-141。

- 町田嘉章 1952 「民謡の採譜について」『文学』20, pp.798-803。
- 吉田孝 2011 『毫モ異ナル所ナシ 伊澤修二の音律論』 西宮：関西学院大学出版会。
- 朱伯崑 2005 『易学哲学史』，第一版，北京：昆仑出版社。
- 戴念祖 1986 『朱載堉——明代的科学和艺术巨星』，第一版，北京：人民出版社。
- 楊蔭瀏 1981 『中国古代音楽史稿』上下，第一版，北京：人民音楽出版社。
- Blackwook, Easley. 1985. *The Structure of Recognizable Diatonic Tunings*, Princeton: Princeton University Press.
- Chapman, Roger E. (trans.). 1957. *Marin Mersenne: Harmonie Universelle: The Book on Instruments*, Hague: Martinus Nijhoff.
- Cho, Gene Jinsiong. 2003. *The Discovery of Musical Equal Temperament in China and Europe in the Sixteenth Century*, New York: The Edwin Mellen Press.
- Donahue, Thomas. 2005. *A Guide to Musical Temperament*, Lanham, Toronto, Oxford: The Scarecrow Press, Inc.
- Egan, John Bernard. 1962. *Marin Mersenne: Traité de l'harmonie universelle: Critical Translation of the Second Book*, Indiana University, Ph.D.
- Fokker, Adriaan D. ed. 1966. *Vande Spiegheling der singconst (On the Theory of the Art of Singing)*, Principal Works of Simon Stevin vol. 5, pp.413-416.
- Haynes, Bruce. 2002. *A History of Performing Pitch: The Story of "A"*, Lanham, Maryland, Oxford: The Scarecrow press.
- Hyde, Frederick Bill. 1954. *The Position of Marin Mersenne in the History of Music*. Yale University, Ph.D.
- Jorgensen, Owen H. 1991. *Tuning: Containing The Perfection of Eighteenth-Century Temperament, The Lost Art of Nineteenth-Century Temperament and The Science of Equal Temperament*, East Lansing: Michigan State University Press.
- Kent, Christopher. 1998. "Temperament and pitch," *The Cambridge Companion to the Organ*, Nicholas Thistlethwaite and Geoffrey Webber ed., Cambridge, New York, Melbourne: Cambridge University Press.
- Ludwig, Hellmut. 1971. *Marin Mersenne und seine Musiklehre, Beiträge zur Musikforschung 4*, Hildesheim, New York: Georg Olms Verlag.
- Meeüs, Nicolas. 1987. "The Origin of the Chromatic Keyboard Layout," *FoMHRI Quarterly*, no. 46, pp.42-46.
- Needham, Joseph. 1962. *Science and civilisation in China*, volume 4 part 1, *physics and physical technology*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Robinson, Kenneth. 1980. *A Critical Study of Chu Tsai-yü's Contribution to the Theory of Equal Temperament in Chinese Music*, Sinologica Coloniensia Band 9, Wiesbaden: Franz Steiner Verlag GmbH.
- Ross, W. Duffin. 2008. *How Equal Temperament Ruined Harmony: (and Why You Should Care)*, New York, London: W. W. Norton.
- Russell, Jesse, Ronald Cohn. 2012. *Marin Mersenne*. Edinburgh: Lennex Corp.

Twelve-tone Equal Temperament: East and West

Aya YOSHIKAWA, Toru ENDO, Kimiko SHIMAZOE and Yuki TANAKA

Musical temperament is a basic but important element of all kinds of music. Twelve-tone equal temperament, which is commonly used in modern Japan, has been a subject of considerable discussion. Surprisingly, however, there has been little investigation of the historical reasons for the establishment of equal temperament through comparison of east and west. This article, therefore, will reconsider the present status of Japanese music by comparing the establishment of twelve-tone equal temperament in China, Japan and Europe. Twelve-tone equal temperament appeared around the same time in all of these countries. There have been four main approaches to this question. As a basis for comparisons between east and west, Shimazoe, an ethnomusicologist, investigates the history of Japanese twelve-tone equal temperament from the late modern period to the present day. Yoshikawa, who has researched the history of western music and music theory, considers the establishment of twelve-tone equal temperament in Europe and its development up to the sixteenth and seventeenth centuries at which time the form based on the calculation of $\sqrt[12]{2}$ was first proposed. Tanaka, a specialist of Chinese thought, considers twelve-tone equal temperament as formulated by Confucian Zhu Zaiyu at the time of the Ming dynasty in China. And Endo, a scholar of Japanese traditional music, especially *Gagaku*, discusses Genkei Nakane, who first calculated the values of twelve-tone equal temperament in Japan in the Genroku period.

1. Twelve-tone equal temperament in late modern and contemporary Japan

Twelve-tone equal temperament, which was first imported as a part of western music in the Meiji period, has been received in Japan without question through the diffusion of western musical notation and keyboard instruments. When Japanese music, which is based on a different theory to the equal temperament system, first employed western musical notation, early musicologists such as Hisao Tanabe soon recognised that it showed merely approximate values, and that there was a possibility of misunderstanding. The use of western musical notation in Japanese music, however, led to a common ‘misapprehension’ among Japanese people that they could hear tones in western musical notation as if they

were twelve-tone equal-tempered. This is also the case with transcriptions of Japanese folk music. Whilst it becomes possible to compare the relationship of pitches and melody type in various forms of ethnic music by employing western musical notation, subtle differences in temperament are disregarded. To begin with, the way in which tones are chosen on the western musical notation system in music transcription is highly dependent upon the transcriber’s personal opinions and interpretation of music. For example, it is undeniable that subtle differences in temperament were ignored by Fumio Koizumi in his comparisons of the basic structure of music in Indonesian and Japanese scales.

On the other hand, it is difficult to achieve perfect twelve-tone equal temperament. For instance, instruments used in schools have unequal temperament and pitches. There has in fact been much debate about this problem. It may be pointed out that subtle adjustments are made to pitches in actual tuning and accepted as they are, since accurate equal temperament does not necessarily sound in tune. At present, in the twenty-first century, however, thanks to the development of electronic musical instruments, it is possible to create accurate twelve-tone equal temperament at increasingly high levels, with the result that all kinds of temperament can be attained. An experiment in the reception of temperament using university students revealed a tendency to regard equal temperament as not necessarily good. We need to be alert to future changes in Japanese people’s appreciation of music.

2. Twelve-tone equal temperament in the West

In the history of temperament in Europe, it was Pythagoras in ancient Greece who first established the relationship between musical pitches and ratios. The Pythagorean temperament was built up from the fifths with a ratio of 3:2. This theory was transmitted into the Middle Ages in Europe, and was used to explain plainchants. In the gradual development of polyphony, however, the pure third which is included in the harmonic series began to be appreciated instead of the third in the Pythagorean tuning. Beauty of harmony and the adjustment of temperament, which permitted a change in semitones, then became essential. Twelve-tone equal temperament, which has equal intervals

between semitones, became an option as early as the fifteenth century, while attempts were made using various temperaments such as mean tone to achieve beauty of harmony and practicality. It was Simon Stevin, a Dutch mathematician, who first suggested twelve-tone equal temperament by calculating $\sqrt[12]{2}$, and soon after that Marin Mersenne, a French mathematician, discovered the same numerical values. It has been claimed that their calculation of numerical values was influenced by Zhu Zaiyu, a scholar living in China around the same time. Some musicians, such as Girolamo Frescobaldi, were interested in the practical application of the accurate twelve-tone equal temperament, however, it was not taken up widely at this time. This was probably due to the fact that the practical use of equal temperament was technically very difficult. In addition, people may have favoured differences in the characteristics of keys derived from difference in pitch, which are lost in equal temperament. In fact, twelve-tone equal temperament did not become common until the late-nineteenth and twentieth centuries. It is important to note that a variety of temperament always appeared in response to practical needs.

3. Twelve-tone equal temperament in China

In China, Confucianism held music in very high regard. Indeed, music temperament was directly connected with imperial power in China, such that a change of temperament was required whenever there was a change of dynasty. The *San Fen Sun Yi* method, which sets the twelve pitches (*Shi Er Lü*) based on 2:3 and 3:4 ratios, originated from the time before the Qin dynasty, and became established as a legitimate theory by the time of Zhu Xi in the Southern Song dynasty. There was a problem in the *San Fen Sun Yi* method, however. It was found that subtle difference came into being whenever tones are generated twelve times. That is to say, it was not precisely cyclical. In order to solve this problem, Confucian Zhu Zaiyu (1536–1611) wrote two books, *New Theory of Musical Pitches* (*Lixue xinshuo*) and *Essentials of Music Theory* (*Lilü jingyi*), to demonstrate the calculation of $\sqrt[12]{2}$. Zaiyu considered pitches in terms of cyclicity in the same way as calendar and divination, and built numbers of ten and nine as a basis for the calculation of pitches and calendar. These numbers were selected as representing the *Yellow River Map* (*He tu*) and *Lo Shu Square* (*Luo shu*), which were considered important maps in the study of images and numbers in the Song dynasty. It may be said, therefore, that Zaiyu's theory reflected the fusion of music

and calendar common since the Han dynasty, and the study of images and numbers in the Song dynasty. Zhu Zaiyu's equal temperament was succeeded by Jiang Yong. Yong developed a theory of a more precise equal temperament in his *Figure of Twelve Pitches in Circles and Squares* (*Fang yuan xiang han lie lü tu*), however, equal temperament was not practiced widely in the Qing dynasty. Explanation for this limited practical application includes an alleged lack of knowledge among Confucians in the Qing dynasty; feudalistic court structure; and habits of musical practice whereby keyboard instruments were not popular, monophony being the main type of music. In this article, I would like to raise the possibility that Zhu Zaiyu's twelve-tone equal temperament was ignored, whereas discussion of the study of images and numbers in equal temperament, favoured by Zhu Zaiyu and actively promoted by Jiang Yong, declined in popularity and influence after the middle of the Qing dynasty. Instead, theorists were becoming interested in other forms of music such as banquet music, which became a staple in music theory.

4. Twelve-tone equal temperament in early modern Japan

Genkei Nakane, a specialist of Japanese mathematics, was the first person to calculate twelve-tone equal temperament in Japan, publishing his finding in *Ritsugenhakki* (1692). It is thought he arrived at his conclusions independently, as he did not read Zhu Zaiyu's *Essentials of Music Theory* though he would have known of its existence. Nakane found fame as a specialist of Japanese mathematics, and is also known for his translation of the *Compendium of Mathematics and Calendar* (*Li suan quan shu*), completed in his later years by order of the eighth Shogun. Originally *A New Treatise of Music Theory* (*Lilü xinshu*), a compilation of orthodox Neo-Confucianism, attracted people's interest with its focus on ritual propriety and music in the Edo period. At this time Confucianism became popular as an official philosophy for the guidance of people's lives. Nakane became interested in this book whilst researching the significance of metrology in medical science, building on its findings in his work on mathematical problems of the *San Fen Sun Yi* method. He realised that it was impossible to return to the same pitch after an octave cycle using the *San Fen Sun Yi* method, and discovered that there were wide and narrow intervals between adjacent pitches. In order to solve these problems, Nakane arrived at a way of calculating the interval by $\sqrt[12]{0.5}$.

In addition to Nakane, Yoshimasa Tanaka, another mathematician, worked on the calculation of equal temperament approaching it as a purely mathematical problem. Aware of problems in the *San Fen Sun Yi* method, both scholars looked for a mathematical solution, though their attempt was never conducted in practical music. Confucian Sorai Ogyu, author of *Gakuritsuko* and a friend of Genkei Nakane, proofread Zhu Zaiyu's *Collected Works of Music Theory (Yüelu quanshu)* (including the *Essentials of*

Music Theory). Ogyu concluded that equal temperament was an unnecessary theory because the *San Fen Sun Yi* method establishes approximate values, and actual pitches are to be tuned by ear. Although it is possible that Genkei Nakane and Yoshimasa Tanaka may have wanted to use equal temperament in practical music, at this stage twelve-tone equal temperament remained of theoretic interest only in Japanese mathematics.

(Akiko TOMATSURI trans.)